

高中物理模型整理

- P2-4 “挂件”模型（轻杆、轻绳、轻弹簧模型，滑轮模型，平衡问题，死结与活结问题，采用正交分解法、图解法、三角形法则和极值法）
- P4-7 含弹簧的物理模型（弹簧，橡皮绳（筋））
- P7-12 追及、相遇模型（运动规律，临界问题，数学法（函数极值法、图像法等）和物理方法（参照物变换法，守恒法）等）
- P13 刹车模型
- P13-17 “斜面”模型（运动规律，三大定律）
- P17-20 “皮带”模型（“传送带”模型）（摩擦力，牛顿运动定律，功能及摩擦生热等问题）
- P20-22 “滑块—木板”模型
- P22-27 “平抛”模型（平抛、斜抛，平抛中的临界问题，多体平抛）（运动的合成与分解，牛顿运动定律，动能定理（类平抛运动））
- P27-29“平抛+斜面”模型
- P29-32 类平抛问题
- P33-34 圆周运动基础知识（有关物理量，向心力）
- P35-38 “水平面圆周运动”模型（用极限法分析圆周运动的临界问题）（向心力来源，实例）
- P39-40 “竖直面圆周运动”模型（轻绳、轻杆、轻弹簧三件的异同点，过最高点的临界条件及圆周运动中的动力学问题和功能问题）
- P41-47 圆周运动题组
- P48-53 “行星”模型（相关物理量：半径、速度、角速度、周期）（变轨问题，双星模型）
- P53-55 “子弹打木块”模型（三大定律，摩擦生热，临界问题）
- P56 “人船”模型
- P56-57 “弹性碰撞”和“非弹性碰撞”模型（动量守恒定律，能量守恒定律）
- P58-59 含有弹簧的类碰撞问题模型
- P60-64 “电路的动态变化”模型（串并联电路规律及电能、电功率、闭合电路欧姆定律、判断方法和变压器的三个制约（电压、电流及电功率）问题）
- P64-65 含电容器电路的分析方法
- P66-85 “电阻测量”模型（两尺、电表读数，伏安法测电阻，测金属电阻率，描绘伏安特性曲线）（电路设计，内外接法，限流式分压式接法的应用）
- P85-91 “测电源的电动势和内阻”模型（电路设计，闭合电路欧姆定律、图象）
- P91-105 “电场”模型（电场力、电势能、电势差、电势等基本概念，典型电场）
- P105-111 “带电粒子在磁场中的圆周运动”模型（圆心半径的确定方法）
- P111-123 “复合场”模型（平衡与偏转、圆周运动、力和能问题）
- P124-127 “多过程”模型（直线运动、类平抛运动、圆周运动，力和能问题）
- P128-137 “电磁感应”模型（法拉第电磁感应定律，图象）
- P137-143 电磁感应中的电路和图象问题
- P144-150 “导体棒切割磁感线”模型（电磁感应中的动力学和能量问题）（平面导轨，斜面导轨、竖直导轨等，处理角度为力电角度，电学角度，力能角度）
- P150-155 “交流电”模型（图像法。焦耳定律，闭合电路的欧姆定律，能量问题）
- P155-161 变压器、电能的输送
- P161-167 “对称”模型（电场、磁场、电磁感应现象中的对称性，多解性）

“挂件”模型

【概述】

该模型一般由轻绳(轻杆)和物块模型组合而成,可分为静态和动态两类。常出现在选择、计算题中。

【特点】

静态模型的受力情况满足共点力的平衡条件 $F = 0$

动态模型则满足牛顿第二定律 $F = ma$

【解题】

解析两种不同模型的关键是抓住物体的受力分析,然后结合平衡条件或牛顿定律。同时也要根据具体的题目具体分析,采用正交分解法,图解法,三角形法则,极值法等不同方法。

△轻绳、轻杆、轻弹簧弹力比较(弹簧有关题目后面另提)

1.轻绳拉力一定是沿绳子方向,指向绳子收缩的方向。轻绳拉力的大小可以突变。用轻绳连接的系统通过轻绳的碰撞、撞击时,系统的机械能有损失。

2.轻杆受力不一定沿轻杆方向。

3.轻弹簧可以被压缩或拉伸,其弹力的大小与弹簧的伸长量或缩短量有关。

①轻弹簧各处受力相等,其方向与弹簧形变的方向相反;

②弹力的大小为 $F = kx$ (胡克定律),其中 k 为弹簧的劲度系数, x 为弹簧的伸长量或缩短量;

③弹簧的弹力不会发生突变。

△滑轮模型与死结模型问题的分析

1.跨过滑轮、光滑杆、光滑钉子的细绳两端张力大小相等。

2.死结模型:如几个绳端有“结点”,即几段绳子系在一起,谓之“死结”,那么这几段绳中的张力不一定相等。

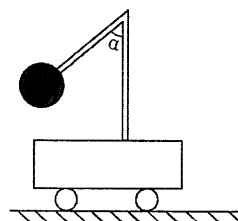
3.同样要注意轻质固定杆的弹力方向不一定沿杆的方向,作用力的方向需要结合平衡方程或牛顿第二定律求得,而轻质活动杆中的弹力方向一定沿杆的方向。

【例题】

1.如图所示,小车上固定着一根弯成角的曲杆,杆的另一端固定一个质量为 m 的球,试分析下列两种情况下轻杆对球的弹力大小及方向:

(1)小车静止不动;

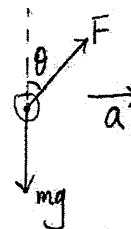
(2)小车以加速度 a 向右运动。



解:(1)球处于平衡状态,根据二力平衡的条件知,杆对球的弹力方向跟重力方向相反,竖直向上,弹力大小跟球的重力大小相等,等于 mg 。

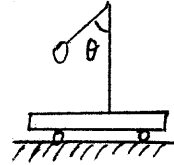
(2)选小球为研究对象,小车以加速度 a 向右运动时,小球所受重力和杆的弹力的合力一定水平向右,此时,弹力 F 的方向一定指向右上方,只有这样,才能保证小球在竖直方向上保持平衡,水平方向上具有向右的加速度,假设小球所受弹力方向与竖直方向的夹角为 θ (如图),根据牛顿第二定律有, $F \sin \theta = ma$, $F \cos \theta = mg$ 。

解得 $F = m\sqrt{g^2 + a^2}$, $\tan \theta = \frac{a}{g}$ 。



2. 如图所示，固定在小车上的支架的斜杆与竖直杆的夹角为 θ ，在斜杆下端固定有质量为 m 的小球，下列关于杆对球的作用力 F 的判断中，正确的是：(D)

- A. 小车静止时， $F = mg \sin \theta$ ，方向沿杆向上。
 B. 小车静止时， $F = mg \cos \theta$ ，方向垂直杆向上。
 C. 小车向右以加速度 a 运动时，一定有 $F = \frac{ma}{\sin \theta}$



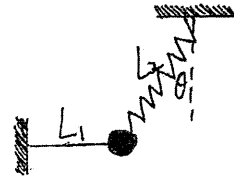
D. 小车向左以加速度 a 运动时， $F = \sqrt{(ma)^2 + (mg)^2}$ ，方向斜向左上方，与竖直方向的夹角为 α ，则 $\tan \alpha = \frac{a}{g}$.

3. 如图，将一质量为 m 的小球用一条轻绳 L_1 和一条轻弹簧 L_2 系起， L_1 水平， L_2 与竖直方向夹角为 θ 。现突然将 L_1 剪断，问剪断瞬间小球所受的合力。

$$F_{\text{合}} = mg \tan \theta$$

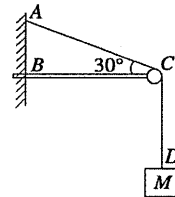
题中的 L_2 若为轻绳，仍求剪断 L_1 瞬间小球所受的合力？

$$F_{\text{合}} = mg \sin \theta$$

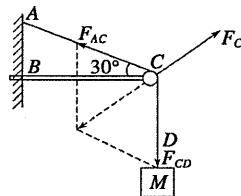


4. 如图所示，轻绳 AD 跨过固定在水平横梁 BC 右端的定滑轮挂住一个质量为 10 kg 的物体， $\angle ACB = 30^\circ$ ， g 取 10 m/s^2 ，求：

- (1) 轻绳 AC 段的张力 F_{AC} 的大小；
 (2) 横梁 BC 对 C 端的支持力的大小及方向。



解析 物体 M 处于平衡状态，根据平衡条件可判断，与物体相连的轻绳拉力大小等于物体的重力，取 C 点为研究对象，进行受力分析，如图所示。



(1) 图中轻绳 AD 跨过定滑轮拉住质量为 M 的物体，物体处于平衡状态，绳 AC 段的拉力大小为： $F_{AC} = F_{CD} = Mg = 10 \times 10 \text{ N} = 100 \text{ N}$

(2) 由几何关系得： $F_C = F_{AC} = Mg = 100 \text{ N}$

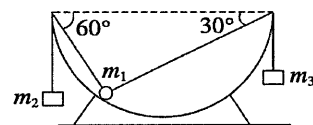
方向和水平方向成 30° 角斜向右上方

答案 (1) 100 N (2) 100 N 方向与水平方向成 30° 角斜向右上方

【变题】

1. 如图所示，一光滑的半圆形碗固定在水平面上，质量为 m_1 的小球用轻绳跨过光滑碗连接质量分别为 m_2 和 m_3 的物体，平衡时小球恰好与碗之间没有弹力作用，两绳与水平方向夹角分别为 60° 、 30° ，则 m_1 、 m_2 、 m_3 的比值为 (B)

- A. $1 : 2 : 3$ B. $2 : \sqrt{3} : 1$
 C. $2 : 1 : 1$ D. $2 : 1 : \sqrt{3}$



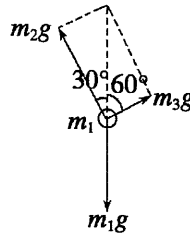
解析 对 m_1 受力分析, 如图所示, 则:

$$m_2g = m_1g \cos 30^\circ$$

$$m_3g = m_1g \cos 60^\circ,$$

$$m_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}m_1$$

$$m_3 = \frac{1}{2}m_1, \text{ B 正确.}$$



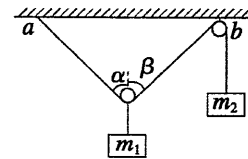
2. 在如图 10 所示的装置中, 两物体通过一段绳与两个滑轮连在一起, 质量分别为 m_1 、 m_2 , 悬点 a 、 b 间的距离远大于滑轮的直径, 不计一切摩擦, 整个装置处于静止状态. 由图可知 ()

A. α 一定等于 β

B. m_1 一定大于 m_2

C. m_1 一定小于 $2m_2$

D. m_1 可能大于 $2m_2$



答案 AC

解析 滑轮两侧绳的拉力大小相等, 合力竖直向上, 所以 A 正确; 滑轮两侧绳的拉力大小等于 m_2g , 其合力大小等于 m_1g . 当滑轮两侧的绳竖直向上时 m_2 最小, 等于 m_1 的一半, 因滑轮两侧的绳不可能竖直向上, 所以 C 正确, B、D 错误.

【高考题】

1. (2021·广东理综·16) 如图 10 所示, 两根等长的轻绳将日光灯悬挂在天花板上, 两绳与竖直方向的夹角都为 45° , 日光灯保持水平, 所受重力为 G , 左右两绳的拉力大小分别为

(B)

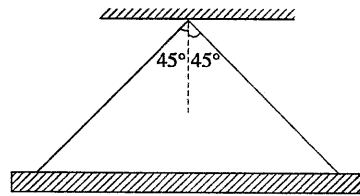


图 10

A. G 和 G

B. $\frac{\sqrt{2}}{2}G$ 和 $\frac{\sqrt{2}}{2}G$

C. $\frac{1}{2}G$ 和 $\frac{\sqrt{3}}{2}G$

D. $\frac{1}{2}G$ 和 $\frac{1}{2}G$

解析 根据对称性知两绳拉力大小相等, 设为 F , 日光灯处于平衡状态, 由 $2F \cos 45^\circ = G$ 解得 $F = \frac{\sqrt{2}}{2}G$, B 项正确.

含弹簧的物理模型

【概述】

纵观历年的高考试题, 和弹簧有关的物理试题占有相当大的比重. 高考命题者常以弹簧为载体设计出各类试题, 这类试题涉及静力学问题、动力学问题、动量守恒和能量守恒问题、振动问题、功能问题等, 几乎贯穿了整个力学的知识体系, 能很好地考查学生的综合分析能力.

【特点】

中学物理中的“弹簧”和“橡皮绳”也是理想化模型，具有如下几个特性：

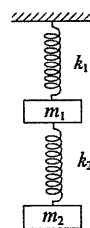
- (1) 弹力遵循胡克定律 $F=kx$ ，其中 x 是弹簧的形变量。
- (2) 轻：即弹簧(或橡皮绳)的重力可视为零。
- (3) 弹簧既能受拉力，也能受压力(沿着弹簧的轴线)，橡皮绳只能受拉力，不能受压力。
- (4) 由于弹簧和橡皮绳受力时，其形变较大，发生形变需要一段时间，所以弹簧和橡皮绳中的弹力不能突变。但是，当弹簧和橡皮绳被剪断时，它们产生的弹力立即消失。

【解题】

胡克定律、牛顿第二定律、动能定理、机械能守恒定律、动量定理、动量守恒定律

【例题】

1. 如图所示，原长分别为 L_1 和 L_2 ，劲度系数分别为 k_1 和 k_2 的轻质弹簧竖直悬挂在天花板上，两弹簧之间有一质量为 m_1 的物体，最下端挂着质量为 m_2 的另一物体，整个装置处于静止状态。求：



(1) 这时两弹簧的总长。

(2) 若有一个质量为 M 的平板把下面的物体竖直缓慢地向上托起，直到两弹簧的总长度等于两弹簧的原长之和，求这时平板受到下面物体 m_2 的压力。

解析 (1) 设上面弹簧的弹力为 F_1 ，伸长量为 Δx_1 ，下面弹簧的弹力为 F_2 ，伸长量为 Δx_2 ，由物体的平衡及胡克定律有

$$F_1 = (m_1 + m_2)g,$$

$$\Delta x_1 = \frac{(m_1 + m_2)g}{k_1}$$

$$F_2 = m_2g,$$

$$\Delta x_2 = \frac{m_2g}{k_2}$$

所以两弹簧的总长为

$$L = L_1 + L_2 + \Delta x_1 + \Delta x_2 = L_1 + L_2 + \frac{(m_1 + m_2)g}{k_1} + \frac{m_2g}{k_2}.$$

(2) 要使两个弹簧的总长度等于两弹簧原长之和，必须是上面弹簧伸长 Δx ，下面弹簧缩短 Δx 。

$$\text{对 } m_2: F_N = k_2\Delta x + m_2g$$

$$\text{对 } m_1: m_1g = k_1\Delta x + k_2\Delta x$$

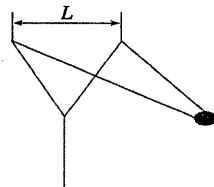
$$\text{解得: } F_N = m_2g + \frac{k_2}{k_1 + k_2}m_1g$$

根据牛顿第三定律知

$$F_N' = F_N = m_2g + \frac{k_2}{k_1 + k_2}m_1g$$

$$\text{答案 (1)} L_1 + L_2 + \frac{(m_1 + m_2)g}{k_1} + \frac{m_2g}{k_2} \quad \text{(2)} m_2g + \frac{k_2}{k_1 + k_2}m_1g$$

2.如图所示, 一个“Y”字形弹弓顶部跨度为 L , 两根相同的橡皮条均匀且弹性良好, 其自由长度均为 L , 在两橡皮条的末端用一块软羊皮(长度不计)做成裹片可将弹丸发射出去. 若橡皮条的弹力满足胡克定律, 且劲度系数为 k , 发射弹丸时每根橡皮条的最大长度为 $2L$ (弹性限度内), 则弹丸被发射过程中所受的最大弹力为 ()



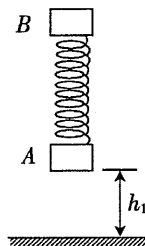
- A. $\frac{\sqrt{15}kL}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}kL}{2}$
 C. kL D. $2kL$

答案 A

解析 橡皮条长度最大时每根橡皮条上的弹力是 kL , 设此时两橡皮条间夹角为 θ , 则

$$\cos \frac{\theta}{2} = \frac{\sqrt{(2L)^2 - (\frac{L}{2})^2}}{2L} = \frac{\sqrt{15}}{4}, \text{ 两橡皮条上的弹力合力为 } 2kL \cos \frac{\theta}{2} = \frac{\sqrt{15}}{2}kL, \text{ 所以 A 对.}$$

3.如图所示, 用轻弹簧将质量均为 $m=1 \text{ kg}$ 的物块 A 和 B 连接起来, 将它们固定在空中, 弹簧处于原长状态, A 距地面的高度 $h_1=0.90 \text{ m}$. 同时释放两物块, A 与地面碰撞后速度立即变为零, 由于 B 压缩弹簧后被反弹, 使 A 刚好能离开地面(但不继续上升). 若将 B 物块换为质量为 $2m$ 的物块 C (图中未画出), 仍将它与 A 固定在空中且弹簧处于原长, 从 A 距地面的高度为 h_2 处同时释放, C 压缩弹簧被反弹后, A 也刚好能离开地面. 已知弹簧的劲度系数 $k=100 \text{ N/m}$, 求 h_2 的大小. [答案] 0.5 m



解: 设 A 物块落地时, B 物块的速度为 v_1 , 则有:

$$\frac{1}{2}mv_1^2 = mgh_1$$

设 A 刚好离地时, 弹簧的形变量为 x , 对 A 物块有:

$$mg = kx$$

从 A 落地后到 A 刚好离开地面的过程中, 对于 A 、 B 及弹簧组成的系统机械能守恒, 则有:

$$\frac{1}{2}mv_1^2 = mgx + \Delta E_p$$

换成 C 后, 设 A 落地时, C 的速度为 v_2 , 则有:

$$\frac{1}{2} \cdot 2mv_2^2 = 2mgh_2$$

从 A 落地后到 A 刚好离开地面的过程中, A 、 C 及弹簧组成的系统机械能守恒, 则有:

$$\frac{1}{2} \cdot 2mv_2^2 = 2mgx + \Delta E_p$$

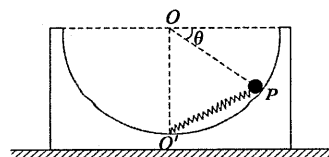
联立解得: $h_2 = 0.5 \text{ m}$.

【变题】

1.如图所示, 将一劲度系数为 k 的轻弹簧一端固定在内壁光滑、半径为 R 的半球形容器底部 O' 处(O 为球心), 弹簧另一端与质量为 m 的小球相连, 小球静止于 P 点. 已知容器与水平面间的动摩擦因数为 μ , OP 与水平方向间的夹角为 $\theta=30^\circ$. 下列说法正确的是 (CD)

A. 水平面对容器有向右的摩擦力 B. 轻弹簧对小球的作用力大小为 $\frac{1}{2}mg$

C. 容器对小球的作用力大小为 mg D. 弹簧原长为 $R + \frac{mg}{k}$



解析 以容器和小球整体为研究对象, 受力分析可知:

竖直方向有: 总重力、地面的支持力, 水平方向上地面对半球形容器没有摩擦力, A 错误. 对小球进行受力分析可知, 小球受重力、支持力及弹簧的弹力而处于静止状态, 由共点力的平衡条件可求得小球受到的轻弹簧的弹力及小球受到的支持力; 对小球受力分析如图所示, 由几何关系可知, $F_N = F = mg$, 故弹簧原长为 $R + \frac{mg}{k}$, 故 B 错误, C、D 正确.

2. 三个质量均为 1 kg 的相同木块 a 、 b 、 c 和两个劲度系数均为 500 N/m 的相同轻弹簧 p 、 q 用轻绳连接, 如图 7 所示, 其中 a 放在光滑水平桌面上. 开始时 p 弹簧处于原长, 木块都处于静止状态. 现用水平力 F 缓慢地向左拉 p 弹簧的左端, 直到 c 木块刚好离开水平地面为止, g 取 10 m/s^2 . 该过程 p 弹簧的左端向左移动的距离是 ©

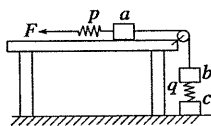


图 7

- A. 4 cm B. 6 cm C. 8 cm D. 10 cm

解析 “缓慢地拉动”说明系统始终处于平衡状态, 该过程中 p 弹簧的左端向左移动的距离等于两个弹簧长度变化量之和; 最初, p 弹簧处于原长, 而 q 弹簧受到竖直向下的压力 $F_{N1} = m_b g = 1 \times 10 \text{ N} = 10 \text{ N}$, 所以其压缩量为 $x_1 = F_{N1}/k = 2 \text{ cm}$; 最终 c 木块刚好离开水平地面, q 弹簧受到竖直向下的拉力 $F_{N2} = m_c g = 1 \times 10 \text{ N} = 10 \text{ N}$, 其伸长量为 $x_2 = F_{N2}/k = 2 \text{ cm}$, 拉力 $F = (m_b + m_c)g = 2 \times 10 \text{ N} = 20 \text{ N}$, p 弹簧的伸长量为 $x_3 = F/k = 4 \text{ cm}$, 所以所求距离 $x = x_1 + x_2 + x_3 = 8 \text{ cm}$.

追及、相遇模型

【解题】

一、对运动图象物理意义的理解

- 一看“轴”: 先要看清两轴所代表的物理量, 即图象是描述哪两个物理量之间的关系.
- 二看“线”: 图象表示研究对象的变化过程和规律. 在 $v-t$ 图象和 $x-t$ 图象中倾斜的直线分别表示物体的速度和位移随时间变化的运动情况.
- 三看“斜率”: $x-t$ 图象中斜率表示运动物体的速度大小和方向. $v-t$ 图象中斜率表示运动物体的加速度大小和方向.
- 四看“面积”: 即图线和坐标轴所围的面积往往代表一个物理量, 但也要看两物理量的乘积有无意义. 例如 v 和 t 的乘积 $vt=x$ 有意义, 所以 $v-t$ 图线与横轴所围“面积”表示位移, $x-t$ 图象与横轴所围“面积”无意义.
- 五看“截距”: 截距一般表示物理过程的初始情况, 例如 $t=0$ 时的位移或速度.
- 六看“特殊点”: 例如交点、拐点(转折点)等. 例如 $x-t$ 图象的交点表示两质点相遇, $v-t$ 图象的交点表示速度相等.

二、追及与相遇问题

- 分析追及问题的方法技巧可概括为“一个临界条件”、“两个等量关系”.

(1)一个临界条件:速度相等.它往往是物体间能否追上或(两者)距离最大、最小的临界条件,也是分析判断问题的切入点;

(2)两个等量关系:时间关系和位移关系,通过画草图找出两物体的时间关系和位移关系是解题的突破口.

2.主要方法

(1)临界条件法:当二者速度相等时,二者相距最远(最近).

(2)图象法:画出 $x-t$ 图象或 $v-t$ 图象,然后利用图象进行分析求解.

(3)数学判别式法:设相遇时间为 t ,根据条件列方程,得到关于 t 的一元二次方程,用判别式进行讨论,若 $\Delta > 0$,即有两个解,说明可以相遇两次;若 $\Delta = 0$,说明刚好追上或相遇;若 $\Delta < 0$,说明追不上或不能相遇.

3.能否追上的判断方法

物体 B 追赶物体 A :开始时,两个物体相距 x_0 .若 $v_A = v_B$ 时, $x_A + x_0 < x_B$,则能追上;若 $v_A = v_B$ 时, $x_A + x_0 = x_B$,则恰好不相撞;若 $v_A = v_B$ 时, $x_A + x_0 > x_B$,则不能追上.

4.若被追赶的物体做匀减速直线运动,一定要注意判断追上前该物体是否已经停止运动.

【例题】

1.甲车以 10 m/s 的速度在平直的公路上匀速行驶,乙车以 4 m/s 的速度与甲车平行同向做匀速直线运动.甲车经过乙车旁边时开始以 0.5 m/s^2 的加速度刹车,从甲车刹车开始计时,求:

(1)乙车在追上甲车前,两车相距的最大距离;

(2)乙车追上甲车所用的时间.

解析 (1)当甲车速度减至等于乙车速度时两车的距离最大,设该减速过程所用时间为 t ,

则有 $v_z = v_{\text{甲}} - at$,解得 $t = 12 \text{ s}$,

此时甲、乙间距离为 $v_{\text{甲}}t - \frac{1}{2}at^2 - v_z t = 36 \text{ m}$

(2)设甲车减速到零所需时间为 t_1 ,则有 $t_1 = \frac{v_{\text{甲}}}{a} = 20 \text{ s}$

t_1 时间内, $x_{\text{甲}} = \frac{v_{\text{甲}}}{2}t_1 = \frac{10}{2} \times 20 \text{ m} = 100 \text{ m}$

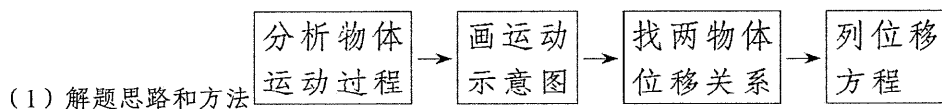
$x_z = v_z t_1 = 4 \times 20 \text{ m} = 80 \text{ m}$

此后乙车再运动时间 $t_2 = \frac{x_{\text{甲}} - x_z}{v_z} = \frac{20}{4} \text{ s} = 5 \text{ s}$,才能追上甲车

故乙车追上甲车需 $t_1 + t_2 = 25 \text{ s}$.

答案 (1)36 m (2)25 s

方法点拨



(2) 解题技巧

(1) 紧抓“一图三式”，即：过程示意图，时间关系式、速度关系式和位移关系式。

(2) 审题应抓住题目中的关键字眼，充分挖掘题目中的隐含条件，如“刚好”、“恰好”、“最多”、“至少”等，它们往往对应一个临界状态，满足相应的临界条件。

2. A、B 两列火车在同一轨道上同向行驶，A 车在前，其速度为 $v_A = 10 \text{ m/s}$ ，B 车在后，其速度为 $v_B = 30 \text{ m/s}$ 。因大雾能见度低，B 车在距 A 车 700 m 时才发现前方有 A 车，这时 B 车立即刹车，但要经过 1 800 m B 车才能停下。问 A 车若按原速度前进，两车是否会相撞？说明理由。

解析 根据题意，B 车刹车过程中的加速度为：

$$a_B = \frac{v_B^2}{2x} = \frac{30^2}{2 \times 1\,800} \text{ m/s}^2 = 0.25 \text{ m/s}^2,$$

B 车减速至 A 车的速度所用时间

$$t = \frac{v_B - v_A}{a} = \frac{30 - 10}{0.25} \text{ s} = 80 \text{ s}$$

在 80 s 内，A 车位移 $x_A = v_A t = 10 \times 80 \text{ m} = 800 \text{ m}$ ，

$$\begin{aligned} B \text{ 车位移 } x_B &= v_B t - \frac{1}{2} a t^2 \\ &= (30 \times 80 - \frac{1}{2} \times 0.25 \times 80^2) \text{ m} = 1\,600 \text{ m}. \end{aligned}$$

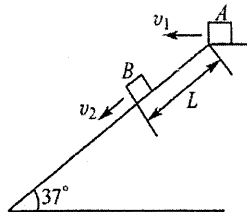
因 $x_B = 1\,600 \text{ m} > x_A + 700 \text{ m} = 1\,500 \text{ m}$ ，

所以两车速度相等之前已经相撞。

【变题】

1. 斜面上两物体的相遇

如图所示，一足够长的固定斜面与水平面的夹角为 37° ，物体 A 以初速度 v_1 从斜面顶端水平抛出，物体 B 在斜面上距顶端 $L = 15 \text{ m}$ 处同时以速度 v_2 沿斜面向下匀速运动，经历时间 t 物体 A 和 B 在斜面上相遇，则下列各组速度和时间中满足条件的是 ($\sin 37^\circ = 0.6$, $\cos 37^\circ = 0.8$, $g = 10 \text{ m/s}^2$) ()



- A. $v_1 = 16 \text{ m/s}, v_2 = 15 \text{ m/s}, t = 3 \text{ s}$
- B. $v_1 = 16 \text{ m/s}, v_2 = 16 \text{ m/s}, t = 2 \text{ s}$
- C. $v_1 = 20 \text{ m/s}, v_2 = 20 \text{ m/s}, t = 3 \text{ s}$
- D. $v_1 = 20 \text{ m/s}, v_2 = 16 \text{ m/s}, t = 2 \text{ s}$

解析 物体 A 从抛出到与物体 B 相遇的时间为 t ，根据平抛运动规律可知， $\tan 37^\circ = \frac{h}{v_1 t}$ ， $h = \frac{1}{2} g t^2$ ，则 $t = \frac{3v_1}{2g}$ 。因此，物体 A 在时间

t 内水平位移为 $x = \frac{3v_1^2}{2g}$ ，竖直位移为 $y = \frac{9v_1^2}{8g}$ ；物

体 B 在时间 t 内的位移为 $s_B = v_2 t = \frac{3v_1 v_2}{2g}$ 。由

于 A、B 在经历时间 t 后相遇，则 $\sqrt{x^2 + y^2} = s_B + L$ ，联立以上各式解得 $\frac{15v_1^2}{8g} = \frac{3v_1 v_2}{2g} + 15$ 。

将选项中的数据代入等式就可以判断 C 正确。故正确答案为 C。

2. 竖直上抛和自由落体中的相碰

以 $v_0 = 20 \text{ m/s}$ 的速度竖直上抛一小球, 经 2 s 以相同的初速度在同一点竖直上抛另一小球. g 取 10 m/s^2 , 则两球相碰处离出发点的高度是 ()

- A. 10 m B. 15 m C. 20 m D. 不会相碰

解析 由于两球竖直上抛的初速度都相同, 具有相同的运动规律. 设第二个小球从抛出到与第一个小球相碰所经历的时间为 t . 下面采用两种方法解题:

方法一: 两球相碰时离地面的高度都相同, 设为 h , 则根据竖直上抛运动规律可得

$$h = v_0(t+2) - \frac{1}{2}g(t+2)^2$$

$$h = v_0t - \frac{1}{2}gt^2$$

联立以上两式并代入数据解得

$$t = 1 \text{ s}$$

代入上式解得

$$h = 15 \text{ m}$$

方法二: 第一个小球从抛出到最高点时, 所用的时间为

$$t_1 = \frac{20}{10} \text{ s} = 2 \text{ s}$$

故在第二个小球抛出时, 第一个小球恰好到达最高点, 并开始自由下落. 根据对称性可知, 上升阶段与下降阶段经过同一位置的速度大小相等, 方向相反, 则

$$v_0 - gt = gt$$

$$h = v_0t - \frac{1}{2}gt^2$$

联立以上两式并代入数据解得

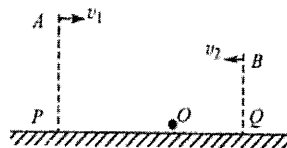
$$t = 1 \text{ s}$$

$$h = 15 \text{ m}$$

故两球相碰处离出发点的高度为 15 m , 正确答案为 B.

3. 平抛运动中的相遇

如图所示, 水平地面上有 P 、 Q 两点, A 点和 B 点分别在 P 点和 Q 点的正上方, 距离地面的高度分别为 h_1 和 h_2 . 某时刻在 A 点以速度 v_1 水平抛出一个小球, 经时间 t 后又在 B 点以速度 v_2 水平抛出另一个球, 结果两球同时到达在 P 、 Q 连线上的 O 点, 则 ()



- A. $PO:OQ = v_1h_1:v_2h_2$
 B. $v_1h_1^2 = v_2h_2^2 + t$
 C. $PO:OQ = v_1\sqrt{h_1}:v_2\sqrt{h_2}$
 D. $v_1\sqrt{\frac{2h_1}{g}} = v_2\sqrt{\frac{2h_2}{g}} + t$

解析 由于两质点同时到达在 P 、 Q 连线上的 O 点, 可以根据时间关系解答本题. 设质点 B 做平抛运动的时间为 t_2 , 质点 A 做平抛运动的时间为 t_1 , 则

$$t_1 = t_2 + t$$

根据平抛运动规律可知

$$h_1 = \frac{1}{2}gt_1^2$$

$$PO = v_1t_1$$

$$h_2 = \frac{1}{2}gt_2^2$$

$$OQ = v_2t_2$$

联立以上各式解得

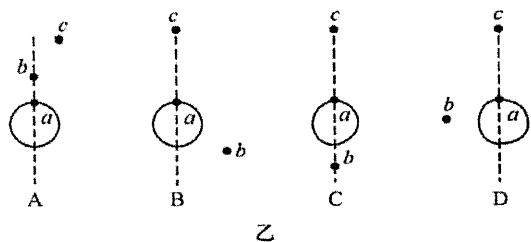
$$PO:OQ = v_1\sqrt{h_1}:v_2\sqrt{h_2}$$

$$v_1\sqrt{\frac{2h_1}{g}} = v_2\sqrt{\frac{2h_2}{g}} + t$$

故正确答案为 C、D.

4. 天体运动中的追及、相遇

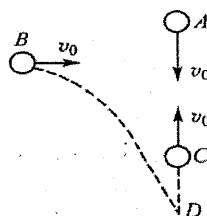
a 是地球赤道上一栋建筑, b 是在赤道平面内做匀速圆周运动、距地面 $9.6 \times 10^6 \text{ m}$ 的卫星, c 是地球同步卫星. 某一时刻 b, c 刚好位于 a 的正上方(如图甲所示), 经 48h, a, b, c 的大致位置是图乙中的(取地球半径 $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$, 地球表面重力加速度 $g = 10 \text{ m/s}^2$, $\pi = \sqrt{10}$) ()



解析 本题就是关于卫星的“相遇”问题, 题目要求我们判断经过 48 h 后 a, b, c 的位置, 也就是判断它们是否共线. 由于题目已知地球表面重力加速度 g , 则有 $GM = gR^2$. b, c 绕 a 做匀速圆周运动的向心力由万有引力提供, 则对 b 卫星运用万有引力定律可得 $G \frac{Mm}{(R+h)^2} = m \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 (R+h)$, h 表示 b 卫星离地面的高度. 联立以上两式并代入数据可得 b 运行的周期为 $T = 2\pi \sqrt{\frac{(R+h)^3}{gR^2}} = 2 \times 10^4 \text{ s}$, 则 b 在 48h 内转过的圈数为 $n = \frac{48 \times 60 \times 60}{2 \times 10^4} = 8.6$, 即 b 卫星的位置大概在 a 的右下方. 由于 c 为地球同步卫星, 与地球相对静止, 仍然在 a 的正上方. 因此, a, b, c 的大致位置是图乙中的 B 图所示, 故正确答案为 B.

5. 三个物体的追及、相遇

有 A, B, C 三个小球, A 距地面较高, B 其次, C 最低. A, C 两球在同一竖直线上, 相距 10 m, 如图所示. 三个小球同时开始运动, A 球竖直下抛, B 球平抛, C 球竖直上抛, 三球初速度大小相同, 5 s 后三球相遇, 不考虑空气阻力. 求:



(1) 三球的初速度大小是多少;

(2) 开始运动时, B 球离 C 球的水平距离和竖直高度各是多少?

解析 (1) 根据题意可知, 三球 5 s 后相遇, 设三球的初速度为 v_0 , A 球下落的距离为 h_A , B 球竖直下落的距离为 h_B , C 球上升的距离为 h_C . 显然, 三球不可能在 C 球上升的过程中相遇, 而只能在 C 球下落的过程中相遇, 设相遇点为 D . 以向下为正方向, 则

$$h_A = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$$

$$h_C = -v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$$

$$h_{AD} = h_{AC} + h_{CD}$$

根据自由落体和竖直上抛运动规律可知

$$h_{AD} = h_A$$

$$h_{CD} = h_C$$

$$h_{AC} = 10 \text{ m}$$

联立以上各式可得

$$v_0 t + \frac{1}{2} g t^2 = 10 - v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$$

代入数据解得

$$v_0 = \frac{10}{2 \times 5} \text{ m/s} = 1 \text{ m/s}$$

(2) B 球经过 5 s 与 C 球相遇. 设 B 球与 C 球的水平距离为 s_{BC} , B 球与 C 球的竖直距离为 h_{BC} , 则根据平抛运动规律可知

$$s_{BC} = v_0 t$$

$$h_{BC} = h_{BD} - h_{CD}$$

$$h_{BD} = \frac{1}{2} g t^2$$

$$h_{CD} = h_C = -v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$$

联立以上各式并代入数据解得

$$s_{BC} = 5 \text{ m}$$

$$h_{BC} = 5 \text{ m}$$

6. 考查电场中的相遇问题

如图所示,水平桌面处有水平向右的匀强电场,场强大小为 $E=2 \times 10^4 \text{ V/m}$, A, B 是完全相同的两个小物体,质量均为 $m=0.1 \text{ kg}$,电量均为 $q=2 \times 10^{-5} \text{ C}$,且都带负电,原来都被按在桌面上的 P 点.现设法使 A 物体获得和电场 E 同方向的初速度 $v_{A0}=12 \text{ m/s}$, A 开始运动的加

解析 (1)根据题意可知,带负电的物体 A 向右做加速度为 6 m/s^2 的匀减速直线运动,则

$$qE + f = ma_A$$

代入数据解得

$$f = 0.2 \text{ N}$$

由于 $v_{A0} > v_{B0}$,且两物体受到的摩擦力相等,都为 $f=0.2 \text{ N}$,故 B 做匀减速直线运动的加速度与 A 的相同,都为 6 m/s^2 .因此,物体 A 只能在返回的过程中与 B 相遇.在 A 未与 B 相遇前,物体 A 的速度减为零时, A 的电势能增量最大.设 s_A 为 A 速度减到零所经过的位移, t_A 为该段位移所用的时间,则

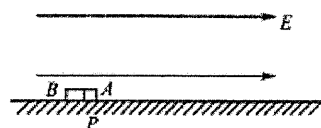
$$s_A = \frac{v_{A0}^2}{2a} = 12 \text{ m}$$

$$t_A = \frac{v_{A0}}{a} = 2 \text{ s}$$

故 A 电势能增量的最大值为

$$\Delta E_{A\max} = qEs_A = 4.8 \text{ J}$$

速度大小为 6 m/s^2 ,经 t 时间后,设法使 B 物体获得和电场 E 同方向的初速度(不计 A, B 两物体间的库仑力).求:



- (1)在 A 未与 B 相遇前, A 电势能增量的最大值;
- (2)如果要使 A 尽快与 B 相遇, t 为多大?

(2)为了使 A 尽快与 B 相遇,则须使 B 的速度减为零时与 A 相遇.设在 B 的速度减为零时所运动的位移为 s_B ,所运动的时间为 t_B ,则

$$s_B = \frac{v_{B0}^2}{2a} = 3 \text{ m}$$

$$t_B = \frac{v_{B0}}{a} = 1 \text{ s}$$

当 A 返回时,水平方向上的电场力和摩擦力不再同方向,设此时的加速度为 a' ,则

$$qE - f = ma'$$

代入数据解得 $a' = 2 \text{ m/s}^2$

A 返回运动的距离为

$$s_A' = s_A - s_B = 9 \text{ m}$$

A 从速度为零到与 B 相碰所用的时间为

$$t_A' = \sqrt{\frac{2s_A'}{a'}} = 3 \text{ s}$$

故 A, B 两物体运动的时间间隔为

$$t = t_A + t_A' - t_B = 4 \text{ s}$$

刹车模型

随着机动车数量的增加,交通安全问题日益凸显.分析交通违法事例,将警示我们遵守交通法规,珍惜生命.一货车严重超载后的总质量为 49 t,以 54 km/h 的速率匀速行驶.发现红灯时司机刹车,货车即做匀减速直线运动,加速度的大小为 2.5 m/s^2 (不超载时则为

(1)若前方无阻挡,问从刹车到停下来此货车在超载和不超载时分别前进多远?

(2)若超载货车刹车时正前方 25 m 处停着总质量为 1 t 的轿车,两车将发生碰撞,设相互作用 0.1 s 后获得相同速度,问货车对轿车的平均冲力多大?

解析 (1)设货车刹车时初速度为 v_0 , 加速度为 a ,末速度为 v_t ,刹车距离为 s ,则

$$s = \frac{v_t^2 - v_0^2}{2a}$$

货车经刹车后,最终停下来,即 $v_t = 0$. 货车超载时刹车的加速度为 2.5 m/s^2 ,不超载时刹车的加速度为 5 m/s^2 ,则代入数据解得货车超载时的刹车距离为

$$s_1 = 45 \text{ m}$$

货车不超载时的刹车距离为

$$s_2 = 22.5 \text{ m}$$

(2)设货车刹车后经 $s' = 25 \text{ m}$ 与轿车碰撞时的初速度大小为 v_1 ,则

$$v_1 = \sqrt{v_0^2 - 2as'} = \sqrt{225 - 2 \times 2.5 \times 25} \text{ m/s} = 10 \text{ m/s}$$

设两车碰撞后的共同速度为 v_2 ,货车的质量为 M ,轿车的质量为 m ,由动量守恒定律可得

$$Mv_1 = (M + m)v_2$$

设货车对轿车的作用时间为 Δt ,平均冲力大小为 \bar{F} ,由动量定理得

$$\bar{F}\Delta t = mv_2$$

联立以上各式,代入数据解得

$$\bar{F} = 9.8 \times 10^4 \text{ N}$$

“斜面”模型

【概述】

1. 自由释放的滑块能在斜面上(如图 1 甲所示)匀速下滑时, m 与 M 之间的动摩擦因数 $\mu = \tan \theta$.

2. 自由释放的滑块在斜面上(如图 1 甲所示):

(1)静止或匀速下滑时,斜面 M 对水平地面的静摩擦力为零;

(2)加速下滑时,斜面对水平地面的静摩擦力水平向右;

(3)减速下滑时,斜面对水平地面的静摩擦力水平向左.

3. 自由释放的滑块在斜面上(如图 1 乙所示)匀速下滑时, M 对水平地面的静摩擦力为零,这一过程中再在 m 上加上任何方向的作用力, (在 m 停止前) M 对水平地面的静摩擦力依然为零.

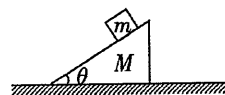


图 1 甲

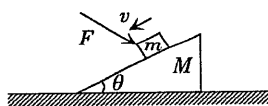


图 1 乙

4. 悬挂有物体的小车在斜面上滑行(如图 2 所示):

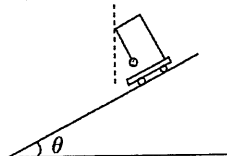


图 2

(1)向下的加速度 $a = g \sin \theta$ 时,悬绳稳定时将垂直于斜面;

(2)向下的加速度 $a > g \sin \theta$ 时,悬绳稳定时将偏离垂直方向向上;

(3)向下的加速度 $a < g \sin \theta$ 时,悬绳将偏离垂直方向向下.

5. 在倾角为 θ 的斜面上以速度 v_0 平抛一小球(如图 3 所示):

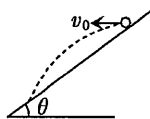


图 3

(1) 落到斜面上的时间 $t = \frac{2v_0 \tan \theta}{g}$;

(2) 落到斜面上时, 速度的方向与水平方向的夹角 α 恒定, 且 $\tan \alpha = 2 \tan \theta$, 与初速度无关;

(3) 经过 $t_c = \frac{v_0 \tan \theta}{g}$ 小球距斜面最远, 最大距离 $d = \frac{(v_0 \sin \theta)^2}{2g \cos \theta}$.

6. 如图 4 所示, 当整体有向右的加速度 $a = g \tan \theta$ 时, m 能在斜面上保持相对静止.

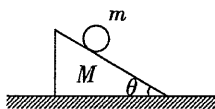


图 4

7. 在如图 5 所示的物理模型中, 当回路的总电阻恒定、导轨光滑时, ab 棒所能达到的稳定速度 $v_m = \frac{mgR \sin \theta}{B^2 L^2}$.

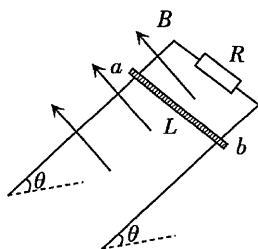


图 5

8. 如图 6 所示, 当各接触面均光滑时, 在小球从斜面顶端滑下的过程中, 斜面后退的位移 $s = \frac{m}{m+M} L$.

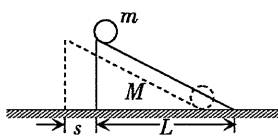


图 6

【例题】

1. 如图 7 甲所示, 质量为 M 、倾角为 θ 的滑块 A 放于水平地面上. 把质量为 m 的滑块 B 放在 A 的斜面上. 忽略一切摩擦, 有人求得 B 相对地面的加速度 $a = \frac{M+m}{M+m \sin^2 \theta} g \sin \theta$, 式中 g 为重力加速度.

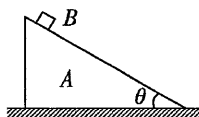


图 7 甲

对于上述解, 某同学首先分析了等号右侧的量的单位, 没发现问题. 他进一步利用特殊条件对该解做了如下四项分析和判断, 所得结论都是“解可能是对的”. 但是, 其中有一项是错误的, 请你指出该项[2008 年高考·北京理综卷]()

A. 当 $\theta = 0^\circ$ 时, 该解给出 $a = 0$, 这符合常识, 说明该解可能是对的

- B. 当 $\theta=90^\circ$ 时, 该解给出 $a=g$, 这符合实验结论, 说明该解可能是对的
 C. 当 $M \gg m$ 时, 该解给出 $a \approx g \sin \theta$, 这符合预期的结果, 说明该解可能是对的
 D. 当 $m \gg M$ 时, 该解给出 $a \approx \frac{g}{\sin \theta}$, 这符合预期的结果, 说明该解可能是对的

【解析】当 A 固定时, 很容易得出 $a = g \sin \theta$; 当 A 置于光滑的水平面上时, B 加速下滑的同时 A 向左加速运动, B 不会沿斜面方向下滑, 难以求出运动的加速度.

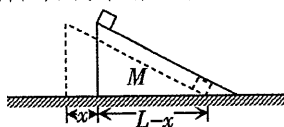


图 7 乙

设滑块 A 的底边长为 L , 当 B 滑下时 A 向左移动的距离为 x , 由动量守恒定律得:

$$M \frac{x}{t} = m \frac{L-x}{t}$$

$$\text{解得: } x = \frac{mL}{M+m}$$

当 $m \gg M$ 时, $x \approx L$, 即 B 水平方向的位移趋于零, B 趋于自由落体运动且加速度 $a \approx g$.

选项 D 中, 当 $m \gg M$ 时, $a \approx \frac{g}{\sin \theta} > g$ 显然不可能.

【答案】 D

【点评】本例中, 若 m 、 M 、 θ 、 L 有具体数值, 可假设 B 下滑至底端时速度 v_1 的水平、竖直分量分别为 v_{1x} 、 v_{1y} , 则有:

$$\frac{v_{1y}}{v_{1x}} = \frac{h}{L-x} = \frac{(M+m)h}{ML}$$

$$\frac{1}{2}mv_{1x}^2 + \frac{1}{2}mv_{1y}^2 + \frac{1}{2}Mv_2^2 = mgh$$

$$mv_{1x} = Mv_2$$

解方程组即可得 v_{1x} 、 v_{1y} 、 v_1 以及 v_1 的方向和 m 下滑过程中相对地面的加速度.

2. 在倾角为 θ 的光滑斜面上, 存在着两个磁感应强度大小相同的匀强磁场, 其方向一个垂直于斜面向上, 一个垂直于斜面向下(如图 8 甲所示), 它们的宽度均为 L . 一个质量为 m 、边长也为 L 的正方形线框以速度 v 进入上部磁场时, 恰好做匀速运动.

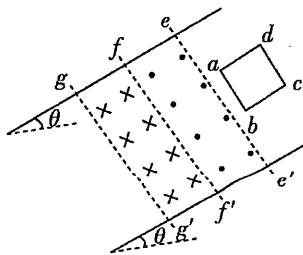


图 8 甲

- (1) 当 ab 边刚越过边界 ff' 时, 线框的加速度为多大, 方向如何?
 (2) 当 ab 边到达 gg' 与 ff' 的正中间位置时, 线框又恰好做匀速运动, 则线框从开始进入上部磁场到 ab 边到达 gg' 与 ff' 的正中间位置的过程中, 线框中产生的焦耳热为多少?
 (线框的 ab 边在运动过程中始终与磁场边界平行, 不计摩擦阻力)

【解析】(1) 当线框的 ab 边从高处刚进入上部磁场(如图 8 乙中的位置①所示)时, 线框恰好做匀速运动, 则有:

$$mg \sin \theta = BI_1 L$$

$$\text{此时 } I_1 = \frac{BLv}{R}$$

当线框的 ab 边刚好越过边界 ff' (如图 8 乙中的位置②所示)时, 由于线框从位置①到位置②始终做匀速运动, 此时将 ab 边与 cd 边切割磁感线所产生的感应电动势同向叠加, 回路

中电流的大小等于 $2I_1$ ，故线框的加速度大小为：

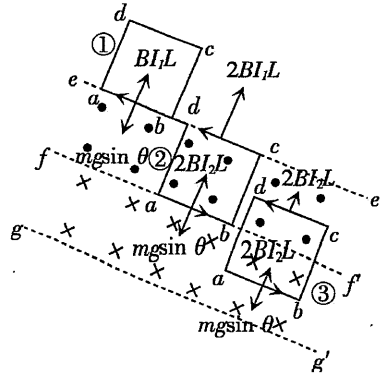


图 8 乙

$$a = \frac{4BI_1L - mg\sin\theta}{m} = 3g\sin\theta, \text{ 方向沿斜面向上.}$$

(2) 而当线框的 ab 边到达 gg' 与 ff' 的正中间位置(如图 8 乙中的位置③所示)时，线框又恰好做匀速运动，说明 $mg\sin\theta = 4BI_2L$

$$\text{故 } I_2 = \frac{1}{4}I_1$$

$$\text{由 } I_1 = \frac{BLv}{R} \text{ 可知, 此时 } v' = \frac{1}{4}v$$

从位置①到位置③，线框的重力势能减少了 $\frac{3}{2}mgL\sin\theta$

$$\text{动能减少了 } \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}m\left(\frac{v}{4}\right)^2 = \frac{15}{32}mv^2$$

由于线框减少的机械能全部经电能转化为焦耳热，因此有：

$$Q = \frac{3}{2}mgL\sin\theta + \frac{15}{32}mv^2.$$

[答案] (1) $3g\sin\theta$ ，方向沿斜面向上

$$(2) \frac{3}{2}mgL\sin\theta + \frac{15}{32}mv^2$$

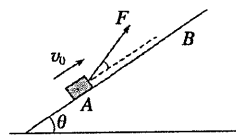
【点评】导线在恒力作用下做切割磁感线运动是高中物理中一类常见题型，需要熟练掌握各种情况下求平衡速度的方法。

【高考题】(动力学中的临界极值问题)

临界或极值条件的标志

- (1) 有些题目中有“刚好”、“恰好”、“正好”等字眼，明显表明题述的过程存在着临界点；
- (2) 若题目中有“取值范围”、“多长时间”、“多大距离”等词语，表明题述的过程存在着“起止点”，而这些起止点往往就对应临界状态；
- (3) 若题目中有“最大”、“最小”、“至多”、“至少”等字眼，表明题述的过程存在着极值，这个极值点往往是临界点；
- (4) 若题目要求“最终加速度”、“稳定加速度”等，即是求收尾加速度或收尾速度。

(2021·山东·22)如图所示,一质量 $m=0.4\text{ kg}$ 的小物块,以 $v_0=2\text{ m/s}$ 的初速度,在与斜面成某一夹角的拉力 F 作用下,沿斜面向上做匀加速运动,经 $t=2\text{ s}$ 的时间物块由 A 点运动到 B 点, A 、 B 之间的距离 $L=10\text{ m}$. 已知斜面倾角 $\theta=30^\circ$, 物块与斜面之间的动摩擦因数 $\mu=\frac{\sqrt{3}}{3}$. 重力加速度 g 取 10 m/s^2 .



(1)求物块加速度的大小及到达 B 点时速度的大小.

(2)拉力 F 与斜面夹角多大时, 拉力 F 最小? 拉力 F 的最小值是多少?

解析 (1)设物块加速度的大小为 a , 到达 B 点时速度的大小为 v , 由运动学公式得

$$L = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \quad \text{①}$$

$$v = v_0 + a t \quad \text{②}$$

联立①②式, 代入数据得

$$a = 3\text{ m/s}^2 \quad \text{③}$$

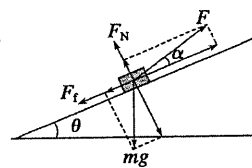
$$v = 8\text{ m/s} \quad \text{④}$$

(2)设物块所受支持力为 F_N , 所受摩擦力为 F_f , 拉力与斜面间的夹角为 α , 受力分析如图所示, 由牛顿第二定律得

$$F \cos \alpha - mg \sin \theta - F_f = ma \quad \text{⑤}$$

$$F \sin \alpha + F_N - mg \cos \theta = 0 \quad \text{⑥}$$

$$\text{又 } F_f = \mu F_N \quad \text{⑦}$$



$$\text{联立⑤⑥⑦式得 } F = \frac{mg(\sin \theta + \mu \cos \theta) + ma}{\cos \alpha + \mu \sin \alpha} \quad \text{⑧}$$

$$\text{由数学知识得 } \cos \alpha + \frac{\sqrt{3}}{3} \sin \alpha = \frac{2\sqrt{3}}{3} \sin(60^\circ + \alpha)$$

$$\text{⑨} \quad \text{由⑧⑨式可知对应最小 } F \text{ 的夹角 } \alpha = 30^\circ \quad \text{⑩}$$

$$\text{联立③⑧⑩式, 代入数据得 } F \text{ 的最小值为 } F_{\min} = \frac{13\sqrt{3}}{5}\text{ N}$$

$$\text{答案 (1)} 3\text{ m/s}^2 \quad 8\text{ m/s} \quad \text{(2)} 30^\circ \quad \frac{13\sqrt{3}}{5}\text{ N}$$

规律总结

动力学中的典型临界条件

(1)接触与脱离的临界条件: 两物体相接触或脱离, 临界条件是: 弹力 $F_N = 0$.

(2)相对滑动的临界条件: 两物体相接触且处于相对静止时, 常存在着静摩擦力, 则相对滑动的临界条件是: 静摩擦力达到最大值.

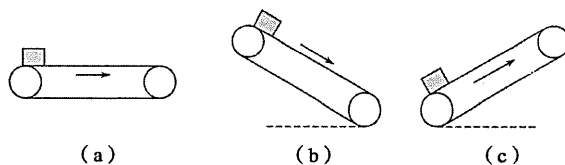
(3)绳子断裂与松弛的临界条件: 绳子所能承受的张力是有限度的, 绳子断与不断的临界条件是绳中张力等于它所能承受的最大张力, 绳子松弛的临界条件是: $F_T = 0$.

(4)加速度变化时, 速度达到最值的临界条件: 当加速度变为零时.

“皮带”（传送带）模型

【概述】

一个物体以速度 $v_0 (v_0 \geq 0)$ 在另一个匀速运动的物体上开始运动的力学系统可看做“传送带”模型，如图 (a)、(b)、(c) 所示。



【特点】

1. 水平传送带

项目	图示	滑块可能的运动情况
情景 1		(1) 可能一直加速 (2) 可能先加速后匀速
情景 2		(1) $v_0 > v$ 时，可能一直减速，也可能先减速再匀速 (2) $v_0 < v$ 时，可能一直加速，也可能先加速再匀速
情景 3		(1) 传送带较短时，滑块一直减速达到左端 (2) 传送带较长时，滑块还要被传送带传回右端。其中 $v_0 > v$ 返回时速度为 v ，当 $v_0 < v$ 返回时速度为 v_0

2. 倾斜传送带

项目	图示	滑块可能的运动情况
情景 1		(1) 可能一直加速 (2) 可能先加速后匀速
情景 2		(1) 可能一直加速 (2) 可能先加速后匀速 (3) 可能先以 a_1 加速后以 a_2 加速
情景 3		(1) 可能一直加速 (2) 可能先加速后匀速 (3) 可能一直匀速 (4) 可能先以 a_1 加速后以 a_2 加速
情景 4		(1) 可能一直加速 (2) 可能一直匀速 (3) 可能先减速后反向加速

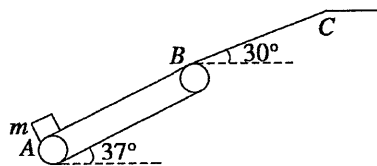
【解题】

传送带模型问题包括水平传送带问题和倾斜传送带问题。

(1)水平传送带问题：求解的关键在于对物体所受的摩擦力进行正确的分析判断。判断摩擦力时要注意比较物体的运动速度与传送带的速度，也就是分析物体在运动位移 x (对地)的过程中速度是否和传送带速度相等。物体的速度与传送带速度相等的时刻就是物体所受摩擦力发生突变的时刻。

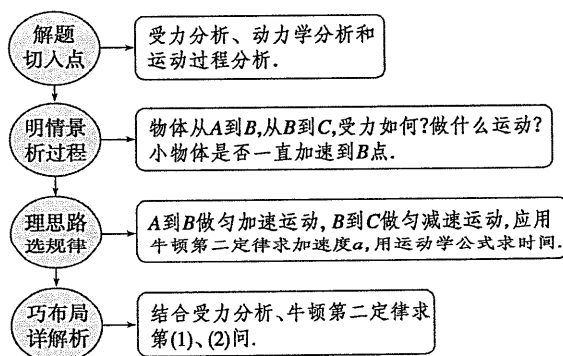
(2)倾斜传送带问题：求解的关键在于认真分析物体与传送带的相对运动情况，从而确定其是否受到滑动摩擦力作用。如果受到滑动摩擦力作用应进一步确定其大小和方向，然后根据物体的受力情况确定物体的运动情况。当物体速度与传送带速度相等时，物体所受的摩擦力有可能发生突变。

【例题】如图所示为某工厂的货物传送装置，倾斜运输带 AB (与水平面成 $\alpha=37^\circ$)与一斜面 BC (与水平面成 $\theta=30^\circ$)平滑连接， B 点到 C 点的距离为 $L=0.6$ m，运输带运行速度恒为 $v_0=5$ m/s， A 点到 B 点的距离为 $x=4.5$ m，现将一质量为 $m=0.4$ kg 的小物体轻轻放于 A 点，物体恰好能到达最高点 C 点，已知物体与斜面间的动摩擦因数 $\mu_1=\frac{\sqrt{3}}{6}$ ，求： $(g=10$ m/s²， $\sin 37^\circ=0.6$ ， $\cos 37^\circ=0.8$ ，空气阻力不计)



- (1)小物体运动到 B 点时的速度 v 的大小；
- (2)小物体与运输带间的动摩擦因数 μ ；
- (3)小物体从 A 点运动到 C 点所经历的时间 t 。

审题与关联



解析 (1)设小物体在斜面上的加速度为 a_1 ，运动到 B 点的速度为 v ，由牛顿第二定律得

$$mg\sin\theta + \mu_1 mg\cos\theta = ma_1$$

由运动学公式知 $v^2 = 2a_1L$ ，联立解得 $v = 3$ m/s。

(2)因为 $v < v_0$ ，所以小物体在运输带上一直做匀加速运动，设加速度为 a_2 ，则由牛顿第二定律知 $\mu mg\cos\alpha - mg\sin\alpha = ma_2$

又因为 $v^2 = 2a_2x$ ，联立解得 $\mu = \frac{7}{8}$ 。

(3)小物体从 A 点运动到 B 点经历时间 $t_1 = \frac{v}{a_2}$, 从 B 运动到 C 经历时间 $t_2 = \frac{v}{a_1}$

联立并代入数据得小物体从 A 点运动到 C 点所经历的时间 $t = t_1 + t_2 = 3.4 \text{ s}$.

答案 (1) 3 m/s (2) $\frac{7}{8}$ (3) 3.4 s

方法点拨

解答传送带问题应注意的事项

(1)水平传送带上物体的运动情况取决于物体的受力情况,即物体所受摩擦力的情况;

倾斜传送带上物体的运动情况取决于所受摩擦力与重力沿斜面的分力情况.

(2)传送带上物体的运动情况可按下列思路判定:相对运动 \rightarrow 摩擦力方向 \rightarrow 加速度方向 \rightarrow 速度变化情况 \rightarrow 共速,

并且明确摩擦力发生突变的时刻是 $v_{\text{物}} = v_{\text{传}}$.

(3)倾斜传送带问题,一定要比较斜面倾角与动摩擦因数的大小关系.

“滑块—木板模型”

【特点】

上、下叠放两个物体,并且两物体在摩擦力的相互作用下发生相对滑动.

【解题】

△基本思路

(1)分析滑块和木板的受力情况,根据牛顿第二定律分别求出滑块和木板的加速度,注意两过程的连接处加速度可能突变(2)对滑块和木板进行运动情况分析,找出滑块和木板之间的位移关系或速度关系,建立方程.特别注意滑块和木板的位移都是相对地面的位移.

△易失分点

(1)不清楚滑块、滑板的受力情况,求不出各自的加速度.

(2)不清楚物体间发生相对滑动的条件.

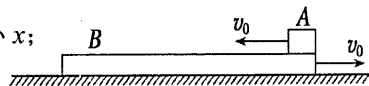
【例题】

如图所示,质量 $M=4.0 \text{ kg}$ 的长木板 B 静止在光滑的水平地面上,在其右端放一质量 $m=1.0 \text{ kg}$ 的小滑块 A (可视为质点).初始时刻, A 、 B 分别以 $v_0=2.0 \text{ m/s}$ 向左、向右运动,最后 A 恰好没有滑离 B 板.已知 A 、 B 之间的动摩擦因数 $\mu=0.40$,取 $g=10 \text{ m/s}^2$.求:

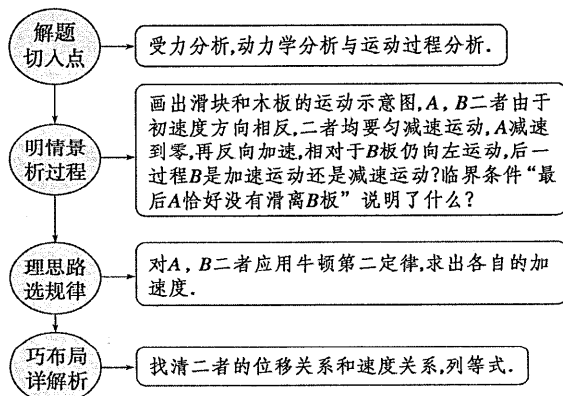
(1) A 、 B 相对运动时的加速度 a_A 和 a_B 的大小与方向;

(2) A 相对地面速度为零时, B 相对地面运动已发生的位移大小 x ;

(3)木板 B 的长度 l .



审题与关联



解析 (1) A 、 B 分别受到大小为 μmg 的摩擦力作用, 根据牛顿第二定律

$$\text{对 } A \text{ 有 } \mu mg = ma_A$$

$$\text{则 } a_A = \mu g = 4.0 \text{ m/s}^2$$

方向水平向右

$$\text{对 } B \text{ 有 } \mu mg = Ma_B$$

$$\text{则 } a_B = \mu mg/M = 1.0 \text{ m/s}^2$$

方向水平向左

(2) 开始阶段 A 相对地面向左做匀减速运动, 设到速度为零时所用时间为 t_1 , 则 $v_0 = a_A t_1$,

$$\text{解得 } t_1 = v_0/a_A = 0.50 \text{ s}$$

$$B \text{ 相对地面向右做匀减速运动 } x = v_0 t_1 - \frac{1}{2} a_B t_1^2 = 0.875 \text{ m}$$

(3) A 先相对地面向左匀减速运动至速度为零, 后相对地面向右做匀加速运动, 加速度大小仍为 $a_A = 4.0 \text{ m/s}^2$

B 板向右一直做匀减速运动, 加速度大小为 $a_B = 1.0 \text{ m/s}^2$

当 A 、 B 速度相等时, A 滑到 B 最左端, 恰好没有滑离木板 B , 故木板 B 的长度为这个全过程中 A 、 B 间的相对位移.

在 A 相对地面速度为零时, B 的速度

$$v_B = v_0 - a_B t_1 = 1.5 \text{ m/s}$$

设由 A 速度为零至 A 、 B 速度相等所用时间为 t_2 , 则

$$a_A t_2 = v_B - a_B t_2$$

$$\text{解得 } t_2 = v_B/(a_A + a_B) = 0.3 \text{ s}$$

$$\text{共同速度 } v = a_A t_2 = 1.2 \text{ m/s}$$

从开始到 A 、 B 速度相等的全过程, 利用平均速度公式可知 A 向左运动的位移

$$x_A = \frac{(v_0 - v)(t_1 + t_2)}{2} = \frac{(2 - 1.2) \times (0.5 + 0.3)}{2} \text{ m} = 0.32 \text{ m}$$

B 向右运动的位移

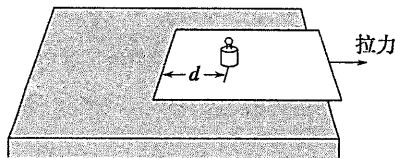
$$x_B = \frac{(v_0 + v)(t_1 + t_2)}{2} = \frac{(2 + 1.2) \times (0.5 + 0.3)}{2} \text{ m} = 1.28 \text{ m}$$

$$B \text{ 板的长度 } l = x_A + x_B = 1.6 \text{ m}$$

答案 (1) A 的加速度大小为 4.0 m/s^2 , 方向水平向右 B 的加速度大小为 1.0 m/s^2 , 方向水平向左 (2) 0.875 m (3) 1.6 m

【高考题】

(2021·江苏卷, 14)如图 3-3-9 所示, 将小砝码置于桌面上的薄纸板上, 用水平向右的拉力将纸板迅速抽出, 砝码的移动很小, 几乎观察不到, 这就是大家熟悉的惯性演示实验. 若砝码和纸板的质量分别为 m_1 和 m_2 , 各接触面间的动摩擦因数均为 μ . 重力加速度为 g .



(1)当纸板相对砝码运动时, 求纸板所受摩擦力的大小;

(2)要使纸板相对砝码运动, 求所需拉力的大小;

(3)本实验中, $m_1=0.5\text{ kg}$, $m_2=0.1\text{ kg}$, $\mu=0.2$, 砝码与纸板左端的距离 $d=0.1\text{ m}$, 取 $g=10\text{ m/s}^2$. 若砝码移动的距离超过 $l=0.002\text{ m}$, 人眼就能感知. 为确保实验成功, 纸板所需的拉力至少多大?

解析 (1)砝码对纸板的摩擦力 $f_1=\mu m_1 g$, 桌面对纸板的摩擦力 $f_2=\mu(m_1+m_2)g$, $f=f_1+f_2$, 解得 $f=\mu(2m_1+m_2)g$.

(2)设砝码的加速度为 a_1 , 纸板的加速度为 a_2 , 则, $f_1=m_1 a_1$, $F-f_1-f_2=m_2 a_2$, 发生相对运动 $a_2>a_1$, 解得 $F>2\mu(m_1+m_2)g$

(3)纸板抽出前, 砝码运动的距离 $x_1=\frac{1}{2}a_1 t_1^2$. 纸板运动的距离 $d+x_1=\frac{1}{2}a_2 t_1^2$. 纸板抽出后, 砝码在桌面上运动的距离 $x_2=\frac{1}{2}a_3 t_2^2$, $l=x_1+x_2$

由题意知 $a_1=a_3$, $a_1 t_1=a_3 t_2$

$$\text{解得 } F=2\mu\left[m_1+\left(1+\frac{d}{l}\right)m_2\right]g$$

代入数据得 $F=22.4\text{ N}$.

答案 (1) $\mu(2m_1+m_2)g$ (2) $F>2\mu(m_1+m_2)g$

(3) 22.4 N

“平抛”模型之平抛、斜抛

【概述】

一、平抛运动

1. 性质: 加速度为重力加速度 g 的匀变速曲线运动, 运动轨迹是抛物线.
2. 基本规律: 以抛出点为原点, 水平方向(初速度 v_0 方向)为 x 轴, 竖直向下方向为 y 轴, 建立平面直角坐标系, 则:

(1)水平方向: 做匀速直线运动, 速度 $v_x=v_0$, 位移 $x=v_0 t$.

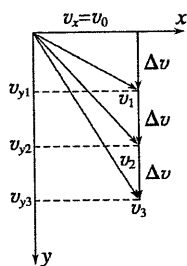
(2)竖直方向: 做自由落体运动, 速度 $v_y=gt$, 位移 $y=\frac{1}{2}gt^2$.

(3)合速度: $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$, 方向与水平方向的夹角为 θ , 则 $\tan \theta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{gt}{v_0}$.

(4)合位移: $s = \sqrt{x^2 + y^2}$, 方向与水平方向的夹角为 α , $\tan \alpha = \frac{y}{x} = \frac{gt}{2v_0}$.

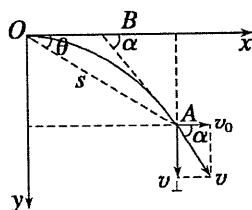
平抛运动的基本规律

1. 飞行时间: 由 $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ 知, 时间取决于下落高度 h , 与初速度 v_0 无关.
2. 水平射程: $x = v_0 t = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}}$, 即水平射程由初速度 v_0 和下落高度 h 共同决定, 与其他因素无关.
3. 落地速度: $v_t = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$, 以 θ 表示落地速度与 x 轴正方向的夹角, 有 $\tan \theta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{\sqrt{2gh}}{v_0}$, 所以落地速度也只与初速度 v_0 和下落高度 h 有关.
4. 速度改变量: 因为平抛运动的加速度为重力加速度 g , 所以做平抛运动的物体在任意相等时间间隔 Δt 内的速度改变量 $\Delta v = g\Delta t$ 相同, 方向恒为竖直向下, 如图所示.



5. 两个重要推论

(1)做平抛(或类平抛)运动的物体任时刻的瞬时速度的反向延长线一定通过此时水平位移的中点, 如图中 A 点和 B 点所示.



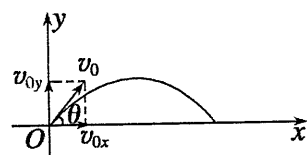
(2)做平抛(或类平抛)运动的物体在任意时刻任一位置处, 设其速度方向与水平方向的夹角为 α , 位移与水平方向的夹角为 θ , 则 $\tan \alpha = 2 \tan \theta$.

二、斜抛运动

1. 运动性质 加速度为 g 的匀变速曲线运动, 轨迹为抛物线.
2. 基本规律(以斜向上抛为例说明, 如图所示)

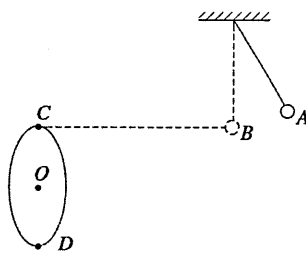
(1)水平方向: $v_{0x} = v_0 \cos \theta$, $F_{\text{合}x} = 0$.

(2)竖直方向: $v_{0y} = v_0 \sin \theta$, $F_{\text{合}y} = mg$.



【例题】

有一项人体飞镖项目，可将该运动简化为以下模型(如图所示)：手握飞镖的小孩用一根不可伸长的细绳系于天花板下，在 A 处被其父亲沿垂直细绳方向推出，摆至最低处 B 时小孩松手，飞镖依靠惯性沿 BC 飞出命中竖直放置的圆形靶的靶心 O ，圆形靶的最高点 C 与 B 点在同一高度， A 、 B 、 C 三点处在同一竖直平面内，且 BC 与圆形靶平面垂直。已知小孩质量为 m ，细绳长为 L ， B 、 C 两点之间的距离为 d ，靶的半径为 R ， A 、 B 两点之间的高度差为 h 。不计空气阻力，小孩和飞镖均可视为质点，重力加速度为 g 。



- (1)求小孩在 A 处被推出时的初速度大小；
- (2)如果飞镖脱手时沿 BC 方向速度不变，但由于小孩手臂的水平抖动使其获得了一个垂直于 BC 的水平速度 v_1 ，要让飞镖能够击中圆形靶，求 v_1 的取值范围。

解析 (1)设飞镖从 B 点平抛运动到 O 点的时间为 t ，从 B 点抛出的速度为 v ，则有 $d = vt$

$$R = \frac{1}{2}gt^2$$

由机械能守恒定律得

$$\frac{1}{2}mv_0^2 + mgh = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\text{联立以上三式解得 } v_0 = \sqrt{\frac{d^2g}{2R} - 2gh}$$

(2)因 BC 方向的速度不变，则从 B 到靶的时间 t 不变，竖直方向上的位移仍为 R ，则靶上的击中点一定与靶心 O 在同一高度上，则垂直于 BC 的水平位移一定小于 R ，因此有

$$v_1 t < R$$

$$\text{可得 } v_1 < \sqrt{\frac{Rg}{2}}$$

$$\text{答案 (1) } \sqrt{\frac{d^2g}{2R} - 2gh} \quad (2) v_1 < \sqrt{\frac{Rg}{2}}$$

规律总结

“化曲为直”思想——平抛运动的基本求解方法

在研究平抛运动问题时，根据运动效果的等效性，利用运动分解的方法，将其转化为我们所熟悉的两个方向上的直线运动，即水平方向的匀速直线运动和竖直方向的自由落体运动。再运用运动合成的方法求出平抛运动的规律。这种处理问题的方法可以变曲线运动为直线运动，变复杂运动为简单运动，是处理曲线运动问题的一种重要的思想方法。

平抛运动的三种分解思路：

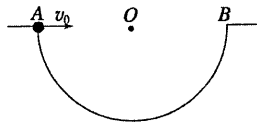
$$(1)\text{分解速度: } v_{\text{合}} = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 + (gt)^2}$$

$$(2)\text{分解位移: } x = v_0 t, y = \frac{1}{2}gt^2, \tan \theta = \frac{y}{x}$$

(3)分解加速度

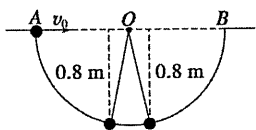
【变题】

如图, 从半径为 $R=1\text{ m}$ 的半圆 AB 上的 A 点水平抛出一个可视为质点的小球, 经 $t=0.4\text{ s}$ 小球落到半圆上, 已知当地的重力加速度 $g=10\text{ m/s}^2$, 则小球的初速度 v_0 可能为 (AD)



- A. 1 m/s B. 2 m/s C. 3 m/s D. 4 m/s

解析 由于小球经 0.4 s 落到半圆上, 下落的高度 $h = \frac{1}{2}gt^2 = 0.8\text{ m}$, 位置可能有两处, 如图所示.



第一种可能: 小球落在半圆左侧,

$$v_0 t = R - \sqrt{R^2 - h^2} = 0.4\text{ m}, \quad v_0 = 1\text{ m/s}$$

第二种可能: 小球落在半圆右侧,

$$v_0 t = R + \sqrt{R^2 - h^2}, \quad v_0 = 4\text{ m/s}, \quad \text{选项 A、D 正确.}$$

平抛模型之多体的平抛问题

【解题】 求解多体平抛问题的三点注意

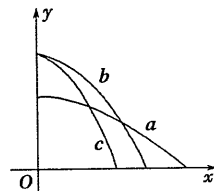
(1) 若两物体同时从同一高度(或同一点)抛出, 则两物体始终在同一高度, 二者间距只取决于两物体的水平分运动.

(2) 若两物体同时从不同高度抛出, 则两物体高度差始终与抛出点高度差相同, 二者间距由两物体的水平分运动和竖直高度差决定.

(3) 若两物体从同一点先后抛出, 两物体竖直高度差随时间均匀增大, 二者间距取决于两物体的水平分运动和竖直分运动.

【例题】 (2021·课标全国卷, 15) 如图所示, x 轴在水平地面内, y 轴沿竖直方向. 图中画出了从 y 轴上沿 x 轴正向抛出的三个小球 a 、 b 和 c 的运动轨迹, 其中 b 和 c 是从同一点抛出的. 不计空气阻力, 则(BD).

- A. a 的飞行时间比 b 的长 B. b 和 c 的飞行时间相同
C. a 的水平速度比 b 的小 D. b 的初速度比 c 的大



审题指导 关键点: 看图获信息

(1) 小球 b 、 c 的高度相同 $\longrightarrow t_b = t_c$

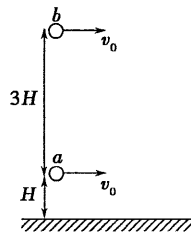
(2) 小球 a 的高度比 b 的低 $\longrightarrow t_a < t_b$

(3) 由图可知 $x_a > x_b > x_c$

解析 根据平抛运动的规律 $h = \frac{1}{2}gt^2$, 得 $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$, 因此平抛运动的时间只由高度决定, 因为 $h_b = h_c > h_a$, 所以 b 与 c 的飞行时间相同, 大于 a 的飞行时间, 因此选项 A 错误、选项 B 正确; 又因为 $x_a > x_b$, 而 $t_a < t_b$, 所以 a 的水平初速度比 b 的大, 选项 C 错误; 做平抛运动的物体在水平方向上做匀速直线运动, b 的水平位移大于 c , 而 $t_b = t_c$, 所以 $v_b > v_c$, 即 b 的水平初速度比 c 的大, 选项 D 正确.

(2021·深圳模拟)如图所示, 在距水平地面 H 和 $4H$ 高度处, 同时将质量相同的 a 、 b 两小球以相同的初速度 v_0 水平抛出, 则以下判断正确的是(C).

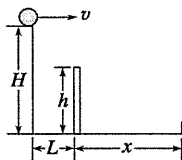
- A. a 、 b 两小球同时落地
- B. 两小球落地速度方向相同
- C. a 、 b 两小球水平位移之比为 1 : 2
- D. a 、 b 两小球水平位移之比为 1 : 4



解析 a 、 b 两小球均做平抛运动, 由于下落时间 $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$, 水平位移 $x = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}}$, 将 $h_a = H$, $h_b = 4H$ 代入上述关系式可得 A、D 错误, C 正确; 两小球落地时速度方向均与落地点沿轨迹的切线方向一致, 所以 B 错误.

平抛运动中的临界问题

【例 3】如图所示, 水平屋顶高 $H = 5 \text{ m}$, 围墙高 $h = 3.2 \text{ m}$, 围墙到房子的水平距离 $L = 3 \text{ m}$, 围墙外空地宽 $x = 10 \text{ m}$, 为使小球从屋顶水平飞出落在围墙外的空地上, g 取 10 m/s^2 . 求:



- (1) 小球离开屋顶时的速度 v_0 的大小范围;
- (2) 小球落在空地上的最小速度.

解析 (1) 设小球恰好落到空地的右侧边缘时的水平初速度为 v_{01} , 则小球的水平位移:

$$L + x = v_{01}t_1$$

$$\text{小球的竖直位移: } H = \frac{1}{2}gt_1^2$$

解以上两式得

$$v_{01} = (L + x) \sqrt{\frac{g}{2H}} = 13 \text{ m/s}$$

设小球恰好越过围墙的边缘时的水平初速度为 v_{02} , 则此过程中小球的水平位移:

$$L = v_{02}t_2$$

小球的竖直位移: $H-h = \frac{1}{2}gt_2^2$

解以上两式得: $v_{02} = 5 \text{ m/s}$

小球抛出时的速度大小为 $5 \text{ m/s} \leq v_0 \leq 13 \text{ m/s}$

(2) 小球落在空地上, 下落高度一定, 落地时的竖直分速度一定, 当小球恰好越过围墙的边缘落在空地上时, 落地速度最小.

竖直方向: $v_y^2 = 2gH$

又有: $v_{\min} = \sqrt{v_{02}^2 + v_y^2}$

解得: $v_{\min} = 5\sqrt{5} \text{ m/s}$

答案 (1) $5 \text{ m/s} \leq v_0 \leq 13 \text{ m/s}$ (2) $5\sqrt{5} \text{ m/s}$

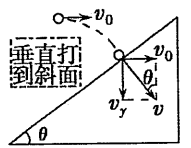
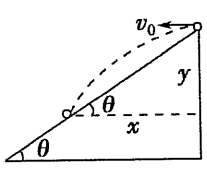
方法点拨

1. 本题使用的是极限分析法, v_0 不能太大, 否则小球将落在空地外边; v_0 又不能太小, 否则被围墙挡住而不能落在空地上. 因而只要分析落在空地上的两个临界状态, 即可解得所求的范围.
2. 从解答中可以看到, 解题过程中画出示意图的重要性, 它既可以使抽象的物理情境变得直观, 也可以使隐藏于问题深处的条件显露无遗. 小球落在墙外的空地上, 其速度最大值所对应的落点位于空地的外侧边缘, 而其速度最小值所对应的落点却不是空地的内侧边缘, 而是围墙的最高点, 这一隐含的条件只有在示意图中才能清楚地显露出来.

“平抛+斜面”模型

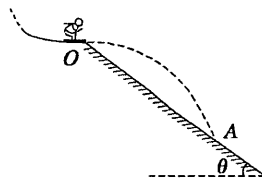
【解题】

斜面上的平抛运动问题是一种常见的题型, 在解答这类问题时除要运用平抛运动的位移和速度规律, 还要充分运用斜面倾角, 找出斜面倾角同位移和速度与水平方向夹角的关系, 从而使问题得到顺利解决.

方法	内容	实例		总结
		斜面	求小球平抛时间	
分解速度	水平 $v_x = v_0$ 竖直 $v_y = gt$ 合速度 $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$		如图, $v_y = gt$, $\tan \theta = \frac{v_0}{v_y} = \frac{v_0}{gt}$, 故 $t = \frac{v_0}{g \tan \theta}$	分解速度, 构建速度三角形
分解位移	水平 $x = v_0 t$ 竖直 $y = \frac{1}{2} g t^2$ 合位移 $x_{\text{合}} = \sqrt{x^2 + y^2}$		如图, $x = v_0 t$, $y = \frac{1}{2} g t^2$, 而 $\tan \theta = \frac{y}{x}$, 联立得 $t = \frac{2v_0 \tan \theta}{g}$	分解位移, 构建位移三角形

【例题】

如图所示，一名跳台滑雪运动员经过一段时间的加速滑行后从 O 点水平飞出，经过 3 s 落到斜坡上的 A 点。已知 O 点是斜坡的起点，斜坡与水平面的夹角 $\theta=37^\circ$ ，运动员的质量 $m=50\text{ kg}$ 。不计空气阻力 ($\sin 37^\circ=0.6$ ， $\cos 37^\circ=0.8$ ； g 取 10 m/s^2)。求：



- (1) A 点与 O 点的距离 L ；
- (2) 运动员离开 O 点时的速度大小；
- (3) 运动员从 O 点飞出开始到离斜坡距离最远所用的时间。

解析 (1) 运动员在竖直方向做自由落体运动，有

$$L\sin 37^\circ = \frac{1}{2}gt^2,$$

$$L = \frac{gt^2}{2\sin 37^\circ} = 75\text{ m}.$$

(2) 设运动员离开 O 点时的速度为 v_0 ，运动员在水平方向的分运动为匀速直线运动，有

$$L\cos 37^\circ = v_0t,$$

$$\text{即 } v_0 = \frac{L\cos 37^\circ}{t} = 20\text{ m/s}.$$

(3) 解法一 运动员的平抛运动可分解为沿斜面方向的匀加速运动(初速度为 $v_0\cos 37^\circ$ 、加速度为 $g\sin 37^\circ$)和垂直斜面方向的类竖直上抛运动(初速度为 $v_0\sin 37^\circ$ 、加速度为 $g\cos 37^\circ$)。

当垂直斜面方向的速度减为零时，运动员离斜坡最远，有

$$v_0\sin 37^\circ = g\cos 37^\circ \cdot t, \text{ 解得 } t = 1.5\text{ s}$$

解法二 当运动员的速度方向平行于斜坡或与水平方向成 37° 角时，运动员离斜坡最远，

$$\text{有 } \frac{gt}{v_0} = \tan 37^\circ, t = 1.5\text{ s}.$$

答案 (1) 75 m (2) 20 m/s (3) 1.5 s

规律总结

常见平抛运动模型运动时间的计算方法

(1) 在水平地面正上方 h 处平抛：

由 $h = \frac{1}{2}gt^2$ 知 $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ ，即 t 由高度 h 决定。

(2) 在半圆内的平抛运动(如图 1)，由半径和几何关系制约时间 t ：

$$h = \frac{1}{2}gt^2$$

$$R \pm \sqrt{R^2 - h^2} = v_0t$$

联立两方程可求 t 。

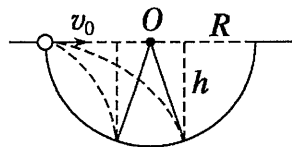


图 1

(3)斜面上的平抛问题(如图 2):

①顺着斜面平抛

方法: 分解位移

$$x = v_0 t$$

$$y = \frac{1}{2} g t^2$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x}$$

$$\text{可求得 } t = \frac{2v_0 \tan \theta}{g}$$

②对着斜面平抛(如图 3)

方法: 分解速度

$$v_x = v_0$$

$$v_y = g t$$

$$\tan \theta = \frac{v_0}{v_y} = \frac{v_0}{g t}$$

$$\text{可求得 } t = \frac{v_0}{g \tan \theta}$$

(4)对着竖直墙壁平抛(如图 4)

水平初速度 v_0 不同时, 虽然落点不同, 但水平位移 d 相同.

$$T = \frac{d}{v_0}$$

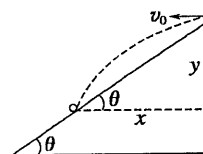


图 2

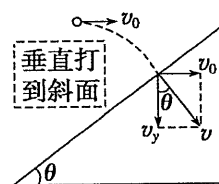


图 3

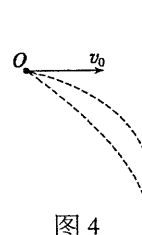


图 4

类平抛问题模型的分析方法

【解题】类平抛运动在高考中常被考到, 特别是带电粒子在电场中偏转时的类平抛运动考查到的概率很大.

1. 类平抛运动的受力特点 物体所受的合外力为恒力, 且与初速度的方向垂直.
2. 类平抛运动的运动特点

在初速度 v_0 方向上做匀速直线运动, 在合外力方向上做初速度为零的匀加速直线运动,

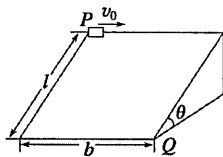
$$\text{加速度 } a = \frac{F_{\text{合}}}{m}$$

3. 类平抛运动的求解方法

(1)常规分解法: 将类平抛运动分解为沿初速度方向的匀速直线运动和垂直于初速度方向(即沿合外力的方向)的匀加速直线运动. 两分运动彼此独立, 互不影响, 且与合运动具有等时性.

(2)特殊分解法: 对于有些问题, 可以过抛出点建立适当的直角坐标系, 将加速度 a 分解为 a_x 、 a_y , 初速度 v_0 分解为 v_x 、 v_y , 然后分别在 x 、 y 方向列方程求解.

【例题】如图所示的光滑斜面长为 l ，宽为 b ，倾角为 θ ，一物块(可看成质点)沿斜面左上方顶点 P 水平射入，恰好从底端 Q 点离开斜面，试求：



- (1)物块由 P 运动到 Q 所用的时间 t ;
- (2)物块由 P 点水平射入时的初速度 v_0 ;
- (3)物块离开 Q 点时速度的大小 v .

解析 (1)沿斜面向下的方向有 $mgsin\theta = ma$, $l = \frac{1}{2}at^2$

联立解得 $t = \sqrt{\frac{2l}{gsin\theta}}$

(2)沿水平方向有 $b = v_0t$

$$v_0 = \frac{b}{t} = b \sqrt{\frac{gsin\theta}{2l}}$$

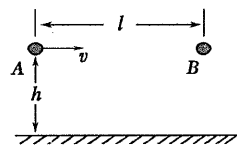
(3)物块离开 Q 点时的速度大小 $v = \sqrt{v_0^2 + (at)^2} = \sqrt{\frac{(b^2 + 4l^2)gsin\theta}{2l}}$

答案 (1) $\sqrt{\frac{2l}{gsin\theta}}$ (2) $b \sqrt{\frac{gsin\theta}{2l}}$ (3) $\sqrt{\frac{(b^2 + 4l^2)gsin\theta}{2l}}$

【高考题】

1. (2021·江苏卷, 6)如图所示, 相距 l 的两小球 A 、 B 位于同一高度 h (l 、 h 均为定值). 将 A 向 B 水平抛出的同时, B 自由下落. A 、 B 与地面碰撞前后, 水平分速度不变, 竖直分速度大小不变、方向相反. 不计空气阻力及小球与地面碰撞的时间, 则().

- A. A 、 B 在第一次落地前能否相碰, 取决于 A 的初速度
- B. A 、 B 在第一次落地前若不碰, 此后就不会相碰
- C. A 、 B 不可能运动到最高处相碰
- D. A 、 B 一定能相碰



解析 由题意知 A 做平抛运动, 即水平方向做匀速直线运动, 竖直方向为自由落体运动; B 为自由落体运动, A 、 B 竖直方向的运动相同, 二者与地面碰撞前运动时间 t_1 相同,

且 $t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}}$, 若第一次落地前相碰, 只要满足 A 运动时间 $t = \frac{l}{v} < t_1$, 即 $v > \frac{l}{t_1}$, 所以选项 A

正确; 因为 A 、 B 在竖直方向的运动同步, 始终处于同一高度, 且 A 与地面相碰后水平速度不变, 所以 A 一定会经过 B 所在的竖直线与 B 相碰. 碰撞位置由 A 球的初速度决定, 故选项 B、C 错误, 选项 D 正确.

答案 AD

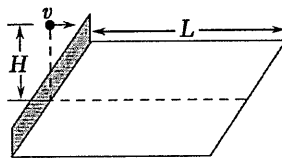
2. (2021·广东卷, 17)如图所示, 在网球的网前截击练习中, 若练习者在球网正上方距地面 H 处, 将球以速度 v 沿垂直球网的方向击出, 球刚好落在底线上. 已知底线到网的距离为 L , 重力加速度取 g , 将球的运动视作平抛运动, 下列表述正确的是().

A. 球的速度 v 等于 $L\sqrt{\frac{g}{2H}}$

B. 球从击出至落地所用时间为 $\sqrt{\frac{2H}{g}}$

C. 球从击球点至落地点的位移等于 L

D. 球从击球点至落地点的位移与球的质量有关



解析 球做平抛运动, 则其在竖直方向做自由落体运动, 由 $H = \frac{1}{2}gt^2$ 得 $t = \sqrt{\frac{2H}{g}}$, 故 B 正确, 水平方向做匀速运动, 由 $L = vt$ 得 $v = \frac{L}{t} = L\sqrt{\frac{g}{2H}}$, 可知 A 正确. 球从击球点到落地点的位移 $s = \sqrt{H^2 + L^2}$ 与 m 无关, 可知 C、D 错误.

答案 AB

3. (2021·海南卷, 15)如图所示, 水平地面上有一个坑, 其竖直截面为半圆, ab 为沿水平方向的直径. 若在 a 点以初速度 v_0 沿 ab 方向抛出一小球, 小球会击中坑壁上的 c 点. 已知 c 点与水平地面的距离为圆半径的一半, 求圆的半径.

解析 小球做平抛运动

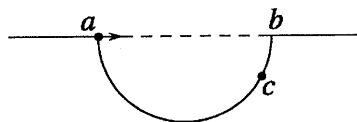
落到 c 点时的竖直位移为 $y = \frac{R}{2} = R\sin 30^\circ$

而 $y = \frac{1}{2}gt^2$ 即 $\frac{R}{2} = \frac{1}{2}gt^2$

水平位移 $x = R + R\cos 30^\circ$, 而 $x = v_0t$

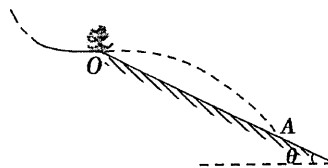
联立得 $R = \frac{4v_0^2}{(7 + 4\sqrt{3})g} = (28 - 16\sqrt{3})\frac{v_0^2}{g}$

答案 $(28 - 16\sqrt{3})\frac{v_0^2}{g}$



4. (2021 北京卷, 22)如图所示, 跳台滑雪运动员经过一段加速滑行后从 O 点水平飞出, 经 3.0 s 落到斜坡上的 A 点. 已知 O 点是斜坡的起点, 斜坡与水平面的夹角 $\theta = 37^\circ$, 运动员的质量 $m = 50$ kg. 不计空气阻力. (取 $\sin 37^\circ = 0.60$, $\cos 37^\circ = 0.80$; g 取 10 m/s²) 求

- (1) A 点与 O 点的距离 L ;
- (2) 运动员离开 O 点时的速度大小;
- (3) 运动员落到 A 点时的动能.



解析 (1)运动员在竖直方向做自由落体运动, 有

$$L\sin 37^\circ = \frac{1}{2}gt^2$$

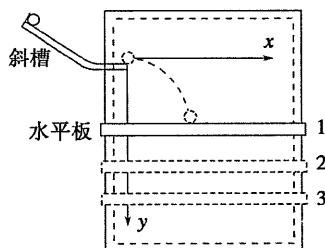
$$A \text{ 点与 } O \text{ 点的距离 } L = \frac{gt^2}{2\sin 37^\circ} = 75 \text{ m}$$

(2)设运动员离开 O 点的速度为 v_0 , 运动员在水平方向做匀速直线运动, 即 $L\cos 37^\circ = v_0t$, 解得 $v_0 = \frac{L\cos 37^\circ}{t} = 20 \text{ m/s}$

(3)由机械能守恒, 取 A 点为重力势能零点, 运动员落到 A 点时的动能为 $E_{kA} = mgL\sin 37^\circ + \frac{1}{2}mv_0^2 = 32\,500 \text{ J}$

答案 (1)75 m (2)20 m/s (3)32 500 J

5. (2021·北京·19)在实验操作前应该对实验进行适当的分析. 研究平抛运动的实验装置示意图如图所示. 小球每次都从斜槽的同一位置无初速度释放, 并从斜槽末端水平飞出. 改变水平板的高度, 就改变了小球在板上落点的位置, 从而可描绘出小球的运动轨迹. 某同学设想小球先后三次做平抛运动, 将水平板依次放在如图 1、2、3 的位置, 且 1 与 2 的间距等于 2 与 3 的间距. 若三次实验中, 小球从抛出点到落点的水平位移依次为 x_1 、 x_2 、 x_3 , 机械能的变化量依次为 ΔE_1 、 ΔE_2 、 ΔE_3 , 忽略空气阻力的影响, 下面分析正确的是 ()



- A. $x_2 - x_1 = x_3 - x_2$, $\Delta E_1 = \Delta E_2 = \Delta E_3$
 B. $x_2 - x_1 > x_3 - x_2$, $\Delta E_1 = \Delta E_2 = \Delta E_3$
 C. $x_2 - x_1 > x_3 - x_2$, $\Delta E_1 < \Delta E_2 < \Delta E_3$
 D. $x_2 - x_1 < x_3 - x_2$, $\Delta E_1 < \Delta E_2 < \Delta E_3$

答案 B

解析 不计空气阻力, 小球在运动过程中机械能守恒, 所以 $\Delta E_1 = \Delta E_2 = \Delta E_3 = 0$. 小球在水平方向上做匀速运动, 在竖直方向上做匀加速运动, 又因 $y_{12} = y_{23}$, 所以 $t_{12} > t_{23}$, $x_2 - x_1 > x_3 - x_2$, 由以上分析可知选项 B 正确.

圆周运动

一、描述圆周运动的物理量

1. 线速度：描述物体圆周运动快慢的物理量。 $v = \frac{s}{t} = \frac{2\pi r}{T} = 2\pi r f$ 。

定义：弧长 s 与通过这段弧长所用时间 t 的比值。单位 m/s 。矢量，方向为该点切线方向。

2. 角速度：描述物体绕圆心转动快慢的物理量。 $\omega = \frac{\phi}{t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$

定义：半径转过的角度 ϕ 跟所用时间 t 的比值叫做圆周运动的角速度。单位弧度/秒(rad/s)

3. 周期和频率：描述物体绕圆心转动快慢的物理量。 $T = \frac{2\pi r}{v}$, $T = \frac{1}{f}$

匀速圆周运动的物体运动一周所用的时间叫做周期，用符号 T 表示，国际单位是 s 。
每秒钟转过的圈数叫做频率，用符号 f 表示，国际单位是 Hz 。

4. 向心加速度：描述速度方向变化快慢的物理量。 $a_n = r\omega^2 = \frac{v^2}{r} = \omega v = \frac{4\pi^2}{T^2} r$ 。

5. 向心力：作用效果产生向心加速度， $F_n = ma_n$ 。

6. 相互关系：(1) $v = \omega r = \frac{2\pi}{T} r = 2\pi r f$ 。

(2) $a_n = \frac{v^2}{r} = r\omega^2 = \omega v = \frac{4\pi^2}{T^2} r = 4\pi^2 f^2 r$ 。 (3) $F_n = ma_n = m \frac{v^2}{r} = m\omega^2 r = mr \frac{4\pi^2}{T^2} = mr 4\pi^2 f^2$ 。

二、匀速圆周运动和非匀速圆周运动

1. 匀速圆周运动

(1)定义：线速度大小不变的圆周运动。

(2)性质：向心加速度大小不变，方向总是指向圆心的变加速曲线运动。

(3)质点做匀速圆周运动的条件：合力大小不变，方向始终与速度方向垂直且指向圆心。

2. 非匀速圆周运动

(1)定义：线速度大小、方向均发生变化的圆周运动。

(2)合力的作用

①合力沿速度方向的分量 F_t 产生切向加速度， $F_t = ma_t$ ，它只改变速度的方向。

②合力沿半径方向的分量 F_n 产生向心加速度， $F_n = ma_n$ ，它只改变速度的大小。

三、离心运动

1. 本质：做圆周运动的物体，由于本身的惯性，总有沿着圆周切线方向飞出去的倾向。

2. 受力特点(如图 2 所示)

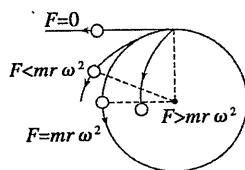


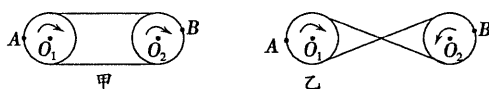
图 2

- (1) 当 $F = mr\omega^2$ 时, 物体做匀速圆周运动.
- (2) 当 $F = 0$ 时, 物体沿切线方向飞出.
- (3) 当 $F < mr\omega^2$ 时, 物体逐渐远离圆心, F 为实际提供的向心力.
- (4) 当 $F > mr\omega^2$ 时, 物体逐渐向圆心靠近, 做向心运动.

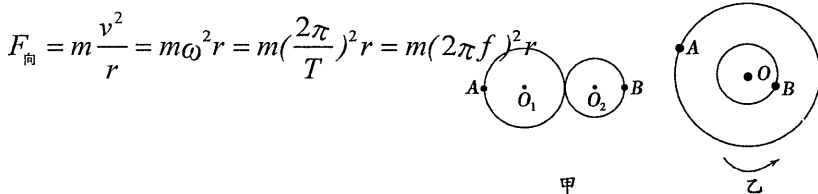
规律总结

1. 高中阶段所接触的传动主要有:

(1) 皮带传动(线速度大小相等): 如图甲、乙所示, 皮带与两轮之间无相对滑动时, 两轮边缘线速度大小相等, 即 $v_A = v_B$.



(2) 摩擦传动(线速度大小相等): 如下图甲所示, 两轮边缘接触, 接触点无打滑现象时, 两轮边缘线速度大小相等, 即 $v_A = v_B$.



$$F_{\text{向}} = m \frac{v^2}{r} = m\omega^2 r = m \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 r = m(2\pi f)^2 r$$

(3) 同轴传动(角速度相等) 如上图乙所示, 两轮固定在一起绕同一转轴转动, 两轮转动的角速度大小相等, 即 $\omega_A = \omega_B$.

(4) 齿轮传动(线速度大小相等);

2. 传动装置的特点: (1)同轴传动: 固定在一起共轴转动的物体上各点角速度相同; (2)皮带传动、齿轮传动和摩擦传动: 皮带(或齿轮)传动和打滑的摩擦传动的两轮边缘上各点线速度大小相等.

四、向心力

1. “向心力”是一种效果力。

任何一个力, 或者几个力的合力, 或者某个力的一个分力, 只要其效果是使物体做匀速圆周运动的, 都可以作为向心力。

$$F_{\text{向}} = m \frac{v^2}{r} = m\omega^2 r = m \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 r = m(2\pi f)^2 r$$

2. 向心力的确定

(1) 做匀速圆周运动物体所受的合力为向心力

(2) 做圆周运动物体沿半径方向的力为向心力

当做圆周运动物体所受的合力不指向圆心时, 可以将它沿半径方向和切线方向正交分解, 其沿半径方向的分力为向心力, 只改变速度的方向, 不改变速度的大小; 其沿切线方向的分力为切向力, 只改变速度的大小, 不改变速度的方向。

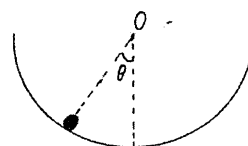
相应地, 向心加速度描述速度方向变化的快慢, 切向加速度描述速度大小变化的快慢。

“水平面圆周运动”模型

【特点】由物体的重力与弹力的合力充当向心力，向心力的方向水平。也可以说是其中弹力的水平分力提供向心力（弹力的竖直分力和重力互为平衡力）。

【例题】

1. 小球在半径为 R 的光滑半球内做水平面内的匀速圆周运动，小球与半球球心连线跟竖直方向的夹角为 θ ，求线速度 v 、周期 T 。（小球的半径远小于 R ）



解：

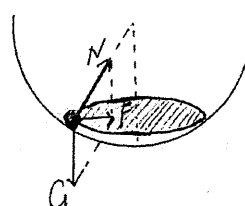
小球做匀速圆周运动的向心力 F 是重力 G 和支持力 N 的合力。如图所示有：

$$mg \tan \theta = m \frac{v^2}{r}$$

由几何关系，有 $r = R \sin \theta$

联立以上二式，可解得： $v = \sqrt{gR \tan \theta \sin \theta}$

$$\text{又 } T = \frac{2\pi R \sin \theta}{v} \text{ 可解得 } T = 2\pi \sqrt{\frac{R \cos \theta}{g}}$$



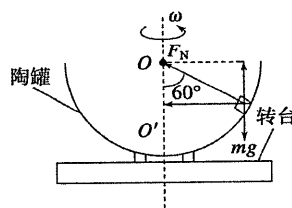
点评：本题的分析方法和结论同样适用于圆锥摆、火车转弯、飞机在水平面内做匀速圆周飞行等在水平面内的匀速圆周运动的问题。共同点是由重力和弹力的合力提供向心力，向心力方向水平。

2. (2021·重庆·8) 如图 5 所示，半径为 R 的半球形陶罐，固定在可以绕竖直轴旋转的水平转台上，

转台转轴与过陶罐球心 O 的对称轴 OO' 重合。转台以一定角速度 ω 匀速旋转，一质量为 m 的小物块落入陶罐内，经过一段时间后，小物块随陶罐一起转动且相对罐壁静止，它和 O 点的连线与 OO' 之间的夹角 θ 为 60° ，重力加速度大小为 g 。

(1) 若 $\omega = \omega_0$ ，小物块受到的摩擦力恰好为零，求 ω_0 ；

(2) 若 $\omega = (1 \pm k)\omega_0$ ，且 $0 < k \ll 1$ ，求小物块受到的摩擦力大小和方向。



解析 (1) 对小物块受力分析可知：

$$F_N \cos 60^\circ = mg$$

$$F_N \sin 60^\circ = mR' \omega_0^2$$

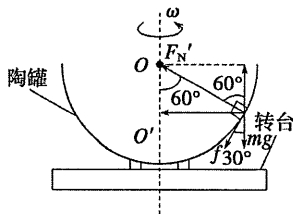
$$R' = R \sin 60^\circ$$

$$\text{联立解得： } \omega_0 = \sqrt{\frac{2g}{R}}$$

(2) 由于 $0 < k \ll 1$,

当 $\omega = (1+k)\omega_0$ 时, 物块受摩擦力方向沿罐壁切线向下. 由受力分析可知:

$$F_N' \cos 60^\circ = mg + f \cos 30^\circ$$



$$F_N' \sin 60^\circ + f \sin 30^\circ = mR' \omega^2$$

$$R' = R \sin 60^\circ$$

$$\text{联立解得: } f = \frac{\sqrt{3}k(2+k)}{2} mg$$

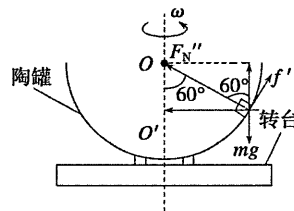
当 $\omega = (1-k)\omega_0$ 时, 物块受摩擦力方向沿罐壁切线向上. 由受力分析和几何关系知.

$$F_N'' \cos 60^\circ + f' \sin 60^\circ = mg$$

$$F_N'' \sin 60^\circ - f' \cos 60^\circ = mR' \omega^2$$

$$R' = R \sin 60^\circ$$

$$\text{所以 } f' = \frac{\sqrt{3}k(2-k)}{2} mg.$$



$$\text{答案 (1)} \omega_0 = \sqrt{\frac{2g}{R}}$$

$$(2) \text{ 当 } \omega = (1+k)\omega_0 \text{ 时, } f \text{ 沿罐壁切线向下, 大小为 } \frac{\sqrt{3}k(2+k)}{2} mg$$

$$\text{当 } \omega = (1-k)\omega_0 \text{ 时, } f \text{ 沿罐壁切线向上, 大小为 } \frac{\sqrt{3}k(2-k)}{2} mg$$

规律总结

解决圆周运动问题(动力学分析)的主要步骤

- (1) 审清题意, 确定研究对象; 明确物体做圆周运动的平面是至关重要的一环.
- (2) 分析物体的运动情况, 即物体的线速度、角速度、周期、轨道平面、圆心、半径等;
- (3) 分析物体的受力情况, 画出受力示意图, 确定向心力的来源;
- (4) 根据牛顿运动定律及向心力公式列方程.

3. 如图 6 所示, 一个竖直放置的圆锥筒可绕其中心轴 OO' 转动, 筒内壁粗糙, 筒口半径和筒高分别为 R 和 H , 筒内壁 A 点的高度为筒高的一半, 内壁上有一质量为 m 的小物块, 求:

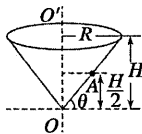
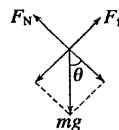


图 6

- (1)当筒不转动时,物块静止在筒壁 A 点受到的摩擦力和支持力的大小;
 (2)当物块在 A 点随筒匀速转动,且其所受到的摩擦力为零时,筒转动的角速度.

答案 (1) $\frac{mgH}{\sqrt{R^2+H^2}}$ $\frac{mgR}{\sqrt{R^2+H^2}}$ (2) $\frac{\sqrt{2gH}}{R}$

解析 (1)物块静止时,对物块进行受力分析如图所示,设筒壁与水平面的夹角为 θ .

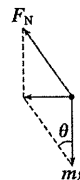


由平衡条件有 $F_f = mg \sin \theta$, $F_N = mg \cos \theta$

由图中几何关系有 $\cos \theta = \frac{R}{\sqrt{R^2+H^2}}$, $\sin \theta = \frac{H}{\sqrt{R^2+H^2}}$

故有 $F_f = \frac{mgH}{\sqrt{R^2+H^2}}$, $F_N = \frac{mgR}{\sqrt{R^2+H^2}}$

(2)分析此时物块受力如图所示,



由牛顿第二定律有 $mg \tan \theta = mr \omega^2$.

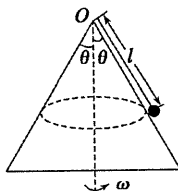
其中 $\tan \theta = \frac{H}{R}$, $r = \frac{R}{2}$.

可得 $\omega = \frac{\sqrt{2gH}}{R}$.

用极限法分析圆周运动的临界问题

1. 有些题目中有“刚好”、“恰好”、“正好”等字眼,明显表明题述的过程中存在着临界点.
2. 若题目中有“取值范围”、“多长时间”、“多大距离”等词语,表明题述的过程中存在着“起止点”,而这些起止点往往就是临界状态.
3. 若题目中有“最大”、“最小”、“至多”、“至少”等字眼,表明题述的过程中存在着极值,这些极值点也往往是临界状态.

【例题】1.如图所示,用一根长为 $l=1\text{ m}$ 的细线,一端系一质量为 $m=1\text{ kg}$ 的小球(可视为质点),另一端固定在一光滑锥体顶端,锥面与竖直方向的夹角 $\theta=37^\circ$,当小球在水平面内绕锥体的轴做匀速圆周运动的角速度为 ω 时,细线的张力为 F_T . (g 取 10 m/s^2 ,结果可用根式表示)求:



- (1)若要小球离开锥面,则小球的角速度 ω_0 至少为多大?
- (2)若细线与竖直方向的夹角为 60° ,则小球的角速度 ω' 为多大?

解析 (1)若要小球刚好离开锥面,则小球只受到重力和细线拉力,如图所示.小球做匀速圆周运动的轨迹圆在水平面上,故向心力水平,在水平方向

运用牛顿第二定律及向心力公式得:

$$mg \tan \theta = m \omega_0^2 l \sin \theta$$

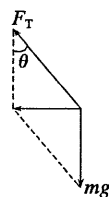
$$\text{解得: } \omega_0^2 = \frac{g}{l \cos \theta}$$

$$\text{即 } \omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l \cos \theta}} = \frac{5}{2} \sqrt{2} \text{ rad/s.}$$

(2)同理,当细线与竖直方向成 60° 角时,由牛顿第二定律及向心力公式: $mg \tan \alpha = m \omega'^2 l \sin \alpha$

$$\text{解得: } \omega'^2 = \frac{g}{l \cos \alpha}, \text{ 即 } \omega' = \sqrt{\frac{g}{l \cos \alpha}} = 2\sqrt{5} \text{ rad/s.}$$

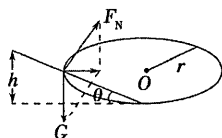
答案 (1) $\frac{5}{2} \sqrt{2} \text{ rad/s}$ (2) $2\sqrt{5} \text{ rad/s}$



2.铁路转弯处的弯道半径 r 是根据地形决定的.弯道处要求外轨比内轨高,其内、外轨高度差 h 的设计不仅与 r 有关.还与火车在弯道上的行驶速度 v 有关.下列说法正确的是 ().

- A. 速率 v 一定时, r 越小, 要求 h 越大
- B. 速率 v 一定时, r 越大, 要求 h 越大
- C. 半径 r 一定时, v 越小, 要求 h 越大
- D. 半径 r 一定时, v 越大, 要求 h 越大

解析



火车转弯时,圆周平面在水平面内,火车以设计速率行驶时,向心力刚好由重力 G 与轨道支持力 F_N 的合力来提供,如图所示,则有 $mg \tan \theta = \frac{mv^2}{r}$, 且 $\tan \theta \approx \sin \theta = \frac{h}{L}$, 其中 L

为轨间距,是定值,有 $mg \frac{h}{L} = \frac{mv^2}{r}$,

通过分析可知 A、D 正确.

答案 AD

“竖直面圆周运动”模型

【特点】

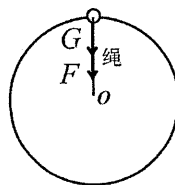
物体做圆周运动的速率是时刻在改变的,由于机械能守恒,物体在最高点处的速率最小,在最底点处的速率最大。

物体在最低点处向心力向上,而重力向下,所以弹力必然向上且大于重力;而在最高点处,向心力向下,重力也向下,所以弹力的方向可能有三种情况。

(1)弹力只可能向下,如绳拉球。这种情况下有

$$F + mg = \frac{mv^2}{R} \geq mg$$

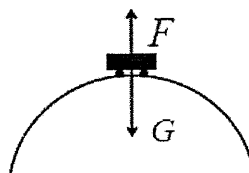
即 $v \geq \sqrt{gR}$ 否则不能通过最高点。



(2)弹力只可能向上,如车过桥。在这种情况下有

$$mg - F = \frac{mv^2}{R} \leq mg,$$

$$\therefore v \leq \sqrt{gR}$$



(3)弹力既可能向上又可能向下,如管内转(或杆连球)。

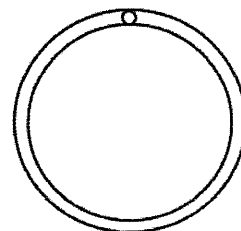
这种情况下,速度大小 v 可以取任意值。可以进一步讨论:

①当 $v=0$ 时, $F_N = mg$, F_N 为支持力,沿半径背离圆心

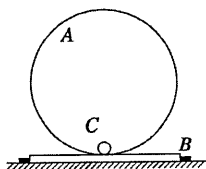
②当 $0 < v < \sqrt{gr}$ 时, $-F_N + mg = m\frac{v^2}{r}$, F_N 背离圆心,随 v 的增大而减小

③当 $v = \sqrt{gr}$ 时, $F_N = 0$

④当 $v > \sqrt{gr}$ 时, $F_N + mg = m\frac{v^2}{r}$, F_N 指向圆心并随 v 的增大而增大。



【例题】如图所示, 竖直环 A 半径为 r , 固定在木板 B 上, 木板 B 放在水平地面上, B 的左右两侧各有一挡板固定在地上, B 不能左右运动, 在环的最低点静放有一小球 C , A 、 B 、 C 的质量均为 m . 现给小球一水平向右的瞬时速度 v , 小球会在环内侧做圆周运动, 为保证小球能通过环的最高点, 且不会使环在竖直方向上跳起(不计小球与环的摩擦阻力), 则瞬时速度 v 必须满足 ()



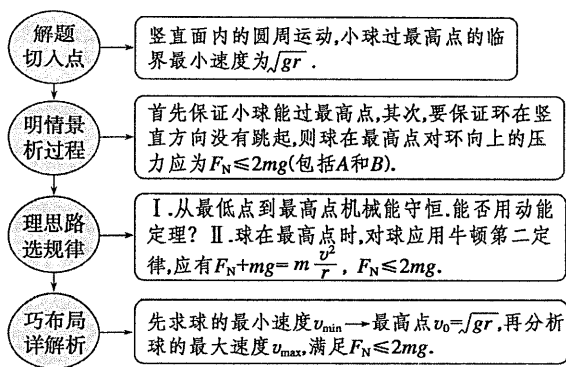
A. 最小值 $\sqrt{4gr}$

B. 最大值 $\sqrt{6gr}$

C. 最小值 $\sqrt{5gr}$

D. 最大值 $\sqrt{7gr}$

审题与关联



解析 要保证小球能通过环的最高点, 在最高点最小速度满足 $mg = m \frac{v_0^2}{r}$, 由最低点到最高点由机械能守恒得 $\frac{1}{2}mv_{\min}^2 = mg \cdot 2r + \frac{1}{2}mv_0^2$, 可得小球在最低点瞬时速度的最小值为 $\sqrt{5gr}$; 为了不会使环在竖直方向上跳起, 在最高点有最大速度时, 球对环的压力为 $2mg$, 满足 $3mg = m \frac{v_1^2}{r}$, 从最低点到最高点由机械能守恒得: $\frac{1}{2}mv_{\max}^2 = mg \cdot 2r + \frac{1}{2}mv_1^2$, 可得小球在最低点瞬时速度的最大值为 $\sqrt{7gr}$.

答案 CD

【总结】竖直面内圆周运动的求解思路

- (1)定模型: 首先判断是轻绳模型还是轻杆模型, 两种模型过最高点的临界条件不同.
- (2)确定临界点: $v_{\text{临}} = \sqrt{gr}$, 对轻绳模型来说是能否通过最高点的临界点, 而对轻杆模型来说是 F_N 表现为支持力还是拉力的临界点.
- (3)研究状态: 通常情况下竖直平面内的圆周运动只涉及最高点和最低点的运动情况.
- (4)受力分析: 对物体在最高点或最低点时进行受力分析, 根据牛顿第二定律列出方程, $F_{\text{合}} = F_{\text{向}}$.
- (5)过程分析: 应用动能定理或机械能守恒定律将初、末两个状态联系起来列方程.

圆周运动题组

►题组1 匀速圆周运动的运动学分析

1. 关于匀速圆周运动的说法, 正确的是 ()
- A. 匀速圆周运动的速度大小保持不变, 所以做匀速圆周运动的物体没有加速度
 - B. 做匀速圆周运动的物体, 虽然速度大小不变, 但方向时刻都在改变, 所以必有加速度
 - C. 做匀速圆周运动的物体, 加速度的大小保持不变, 所以是匀变速曲线运动
 - D. 匀速圆周运动加速度的方向时刻都在改变, 所以匀速圆周运动一定是变加速曲线运动

答案 BD

解析 速度和加速度都是矢量,做匀速圆周运动的物体,虽然速度大小不变,但方向时刻在改变,速度时刻发生变化,必然具有加速度.加速度大小虽然不变,但方向时刻改变,所以匀速圆周运动是变加速曲线运动.故本题选 B、D.

2. 如图 1 所示,甲、乙、丙三个轮子依靠摩擦传动,相互之间不打滑,其半径分别为 r_1 、 r_2 、 r_3 .若甲轮的角速度为 ω_1 ,则丙轮的角速度为 ()

A. $\frac{r_1\omega_1}{r_3}$

B. $\frac{r_3\omega_1}{r_1}$

C. $\frac{r_3\omega_1}{r_2}$

D. $\frac{r_1\omega_1}{r_2}$

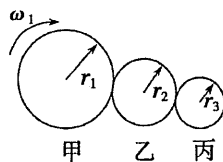


图 1

答案 A

解析 连接轮之间可能有两种类型,即皮带轮或齿轮传动和同轴轮传动(各个轮子的轴是焊接的),本题属于齿轮传动,同轴轮的特点是角速度相同,皮带轮或齿轮的特点是各个轮边缘的线速度大小相同,即 $v_1 = \omega_1 r_1 = v_2 = \omega_2 r_2 = v_3 = \omega_3 r_3$,显然 A 选项正确.

3. 如图 2 所示, m 为在水平传送带上被传送的小物体(可视为质点), A 为终端皮带轮,已知该皮带轮的半径为 r ,传送带与皮带轮间不会打滑,当 m 可被水平抛出时, A 轮每秒的转数最少是 ()

A. $\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{r}}$

B. $\sqrt{\frac{g}{r}}$

C. \sqrt{gr}

D. $\frac{1}{2\pi} \sqrt{gr}$

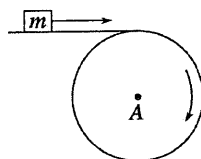


图 2

答案 A

解析 小物体不沿曲面下滑,而是被水平抛出,需满足关系式 $mg \leq mv^2/r$,即传送带转动的速度 $v \geq \sqrt{gr}$,其大小等于 A 轮边缘的线速度大小, A 轮转动的周期为 $T = \frac{2\pi r}{v} \leq 2\pi$

$\sqrt{\frac{r}{g}}$, 每秒的转数 $n = \frac{1}{T} \geq \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{r}}$. 本题答案为 A.

► 题组 2 圆周运动的动力学分析

4. 如图 3 所示,洗衣机脱水筒在转动时,衣服贴靠在匀速转动的圆筒内壁上而不掉下来,则衣服

- A. 受到重力、弹力、静摩擦力和离心力四个力的作用
- B. 所需的向心力由重力提供
- C. 所需的向心力由弹力提供
- D. 转速越快,弹力越大,摩擦力也越大

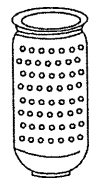


图 3

解析 衣服只受重力、弹力和静摩擦力三个力作用, A 错;衣服做圆周运动的向心力为它所受到的合力,由于重力与静摩擦力平衡,故弹力提供向心力,即 $F_N = m r \omega^2$,转速越大, F_N 越大. C 对, B、D 错.

5. 如图 4 所示, 长为 l 的轻杆一端固定一质量为 m 的小球, 另一端固定在转轴 O 上, 杆可在竖直平面内绕轴 O 无摩擦转动. 已知小球通过最低点 Q 时, 速度大小为 $v = \sqrt{9gl/2}$, 则小球的运动情况为 ()

- A. 小球不可能到达圆周轨道的最高点 P
 B. 小球能到达圆周轨道的最高点 P , 但在 P 点不受轻杆对它的作用力
 C. 小球能到达圆周轨道的最高点 P , 且在 P 点受到轻杆对它向上的弹力
 D. 小球能到达圆周轨道的最高点 P , 且在 P 点受到轻杆对它向下的弹力

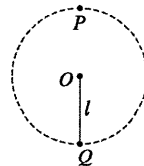


图 4

解析 小球从最低点 Q 到最高点 P , 由机械能守恒定律得 $\frac{1}{2}mv_Q^2 + 2mgl = \frac{1}{2}mv_P^2$, 则 $v_P =$

$\sqrt{\frac{gl}{2}}$, 因为 $0 < v_P = \sqrt{\frac{gl}{2}} < \sqrt{gl}$, 所以小球能到达圆周轨道的最高点 P , 且在 P 点受到

轻杆对它向上的弹力, C 正确.

6. 如图 5 所示, 放置在水平地面上的支架质量为 M , 支架顶端用细线拴着的摆球质量为 m , 现将摆球拉至水平位置, 然后静止释放, 摆球运动过程中, 支架始终不动, 以下说法正确的是 ()

- A. 在释放前的瞬间, 支架对地面的压力为 $(m+M)g$
 B. 在释放前的瞬间, 支架对地面的压力为 $(M-m)g$
 C. 摆球到达最低点时, 支架对地面的压力为 $(m+M)g$
 D. 摆球到达最低点时, 支架对地面的压力为 $(3m+M)g$

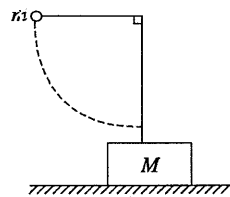


图 5

答案 D

解析 在释放前的瞬间绳拉力为零

对 M : $F_{N1} = Mg$

当摆球运动到最低点时, 由机械能守恒得

$$mgR = \frac{mv^2}{2} \quad ①$$

$$\text{由牛顿第二定律得: } F_T - mg = \frac{mv^2}{R} \quad ②$$

由①②得绳对小球的拉力 $F_T = 3mg$

摆球到达最低点时, 对支架 M 由受力平衡, 地面支持力 $F_N = Mg + 3mg$

由牛顿第三定律知, 支架对地面的压力 $F_{N2} = 3mg + Mg$, 故选项 D 正确.

7. 如图 6 所示, 一根细线下端拴一个金属小球 P , 细线的上端固定在金属块 Q 上, Q 放在带小孔的水平桌面上. 小球在某一水平面内做匀速圆周运动(圆锥摆). 现使小球改到一个更高一些的水平面上做匀速圆周运动(图上未画出), 两次金属块 Q 都保持在桌面上静止. 则后一种情况与原来相比较, 下列说法中正确的是 ()

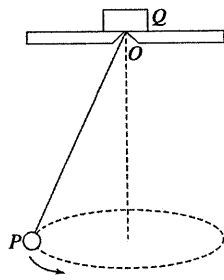
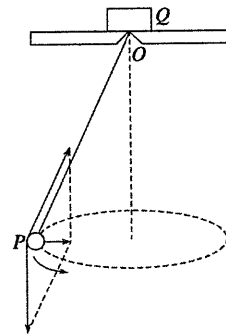


图 6

- A. Q 受到桌面的支持力变大
- B. Q 受到桌面的静摩擦力变大
- C. 小球 P 运动的角速度变大
- D. 小球 P 运动的周期变大

答案 BC

解析 根据小球做圆周运动的特点, 设线与竖直方向的夹角为 θ , 故 $F_T = \frac{mg}{\cos \theta}$, 对金属块受力分析由平衡条件 $F_f = F_T \sin \theta = mg \tan \theta$, $F_N = F_T \cos \theta + Mg = mg + Mg$, 故在 θ 增大时, Q 受到的支持力不变, 静摩擦力变大, A 选项错误, B 选项正确; 设线的长度为 L , 由 $mg \tan \theta = m\omega^2 L \sin \theta$, 得 $\omega = \sqrt{\frac{g}{L \cos \theta}}$, 故角速度变大, 周期变小, 故 C 选项正确, D 选项错误.



8. 如图 7 所示, 在光滑水平面上竖直固定一半径为 R 的光滑半圆槽轨道, 其底端恰与水平面相切. 质量为 m 的小球以大小为 v_0 的初速度经半圆槽轨道最低点 B 滚上半圆槽, 小球恰能通过最高点 C 后落回到水平面上的 A 点. (不计空气阻力, 重力加速度为 g) 求:
- (1) 小球通过 B 点时对半圆槽的压力大小;
 - (2) A 、 B 两点间的距离;
 - (3) 小球落到 A 点时的速度方向.

答案 见解析

解析 (1) 在 B 点小球做圆周运动, $F_N - mg = m \frac{v_0^2}{R}$

$$F_N = mg + m \frac{v_0^2}{R}$$

(2) 在 C 点小球恰能通过, 故只有重力提供向心力, 则 $mg = m \frac{v_C^2}{R}$

过 C 点小球做平抛运动: $x_{AB} = v_C t$

$$h = \frac{1}{2} g t^2$$

$$h = 2R$$

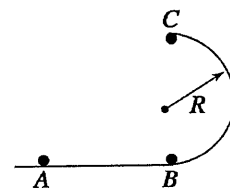


图 7

联立以上各式可得 $x_{AB} = 2R$.

(3) 设小球落到 A 点时, 速度方向与水平面的夹角为 θ , 则

$$\tan \theta = \frac{v_{\perp}}{v_C}, \quad v_{\perp} = gt, 2R = \frac{1}{2}gt^2$$

解得: $\tan \theta = 2$.

小球落到 A 点时的速度方向与水平面成 θ 角向左下且 $\tan \theta = 2$.

► 题组 3 匀速圆周运动中的临界问题

9. 如图 8 所示, 两个用相同材料制成的靠摩擦转动的轮 A 和 B 水平放置, 两轮半径 $R_A = 2R_B$, 当主动轮 A 匀速转动时, 在 A 轮边缘放置的小木块恰能相对静止在 A 轮边缘上. 若将小木块放在 B 轮上, 欲使木块相对 B 轮也静止, 则木块距 B 轮转轴的最大距离为 ()

- A. $\frac{R_B}{4}$ B. $\frac{R_B}{3}$
C. $\frac{R_B}{2}$ D. R_B

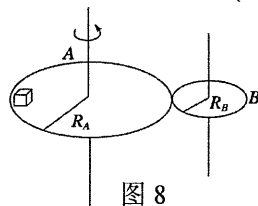


图 8

答案 C

解析 根据 A 和 B 靠摩擦转动可知, A 和 B 边缘线速度大小相等, 即 $R_A\omega_A = R_B\omega_B$, $\omega_B = 2\omega_A$, 又根据在 A 轮边缘放置的小木块恰能相对静止得 $\mu mg = mR_A\omega_A^2$, 设小木块放在 B 轮上相对 B 轮也静止时, 距 B 轮转轴的最大距离为 R_B' , 则有: $\mu mg = mR_B'\omega_B^2$, 解上面式子可得 $R_B' = \frac{R_B}{2}$.

10. 如图 9 所示是用以说明向心力和质量、半径之间关系的仪器, 球 P 和 Q 可以在光滑水平杆上无摩擦地滑动, 两球之间用一条轻绳连接(图中未画出), $m_P = 2m_Q$ 当整个装置绕中心轴以角速度 ω 匀速旋转时, 两球离转轴的距离保持不变, 则此时 ()

- A. 两球均受到重力、支持力、绳的拉力和向心力四个力的作用
B. P 球受到的向心力大于 Q 球受到的向心力
C. r_P 一定等于 $\frac{r_Q}{2}$
D. 当 ω 增大时, P 球将向外运动

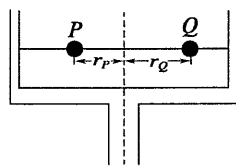


图 9

答案 C

解析 绳的拉力提供向心力, 向心力是一个效果力, 在分析物体受力时要分析性质力, A 项错; 同一根绳上张力相等, 所以 P 球受到的向心力等于 Q 球受到的向心力, B 项错; 对两球而言, 角速度相同, 有: $m_P\omega^2 r_P = m_Q\omega^2 r_Q$, 所以 r_P 一定等于 $\frac{r_Q}{2}$, C 项正确; 当 ω 增大时, 两球受到绳的张力都增大, 仍会使 $F_T = m_P\omega^2 r_P = m_Q\omega^2 r_Q$, 所以球不会向外运动, D 项错.

11. 在用高级沥青铺设的高速公路上, 汽车的设计时速是 108 km/h. 汽车在这种路面上行驶时, 它的轮胎与地面的最大静摩擦力等于车重的 0.6 倍.

(1) 如果汽车在这种高速公路的水平弯道上拐弯, 假设弯道的路面是水平的, 其弯道的最小半径是多少?

(2) 如果高速公路上设计了圆弧拱形立交桥, 要使汽车能够以设计时速安全通过圆弧拱桥, 这个圆弧拱形立交桥的半径至少是多少? (取 $g=10 \text{ m/s}^2$)

答案 (1) 150 m (2) 90 m

解析 (1) 汽车在水平路面上拐弯, 可视为汽车做匀速圆周运动, 其向心力由车与路面间的静摩擦力提供, 当静摩擦力达到最大值时, 由向心力公式可知这时的半径最小, 有

$$F_{\max} = 0.6mg = m\frac{v^2}{r_{\min}}, \text{ 由速度 } v = 108 \text{ km/h} = 30 \text{ m/s} \text{ 得, 弯道半径 } r_{\min} = 150 \text{ m.}$$

(2) 汽车过拱桥, 可看做在竖直平面内做匀速圆周运动, 到达最高点时, 根据向心力公式有 $mg - F_N = m\frac{v^2}{R}$. 为了保证安全通过, 车与路面间的弹力 F_N 必须大于等于零, 有

$$mg \geq m\frac{v^2}{R}, \text{ 则 } R \geq 90 \text{ m.}$$

【高考题】圆周运动

1. (2021·新课标 II·21) 公路急转弯处通常是交通事故多发地带. 如图 9, 某公路急转弯处是一圆弧, 当汽车行驶的速率为 v_c 时, 汽车恰好没有向公路内外两侧滑动的趋势, 则在该弯道处 ()

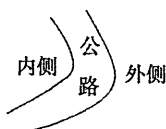


图 9

- A. 路面外侧高内侧低
- B. 车速只要低于 v_c , 车辆便会向内侧滑动
- C. 车速虽然高于 v_c , 但只要不超出某一最高限度, 车辆便不会向外侧滑动
- D. 当路面结冰时, 与未结冰时相比, v_c 的值变小

答案 AC

解析 当汽车行驶的速度为 v_c 时, 路面对汽车没有摩擦力, 路面对汽车的支持力与汽车重力的合力提供向心力, 此时要求路面外侧高内侧低, 选项 A 正确. 当速度稍大于 v_c 时, 汽车有向外侧滑动的趋势, 因而受到向内侧的摩擦力, 当摩擦力小于最大静摩擦力时, 车辆不会向外侧滑动, 选项 C 正确. 同样, 速度稍小于 v_c 时, 车辆不会向内侧滑动, 选项 B 错误. v_c 的大小只与路面的倾斜程度和转弯半径有关, 与地面的粗糙程度无关, D 错误.

2. (2021·江苏单科·2)如图 10 所示,“旋转秋千”中的两个座椅 A、B 质量相等,通过相同长度的缆绳悬挂在旋转圆盘上.不考虑空气阻力的影响,当旋转圆盘绕竖直的中心轴匀速转动时,下列说法正确的是 ()

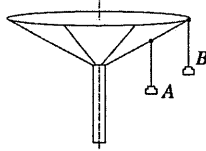


图 10

- A. A 的速度比 B 的大
 B. A 与 B 的向心加速度大小相等
 C. 悬挂 A、B 的缆绳与竖直方向的夹角相等
 D. 悬挂 A 的缆绳所受的拉力比悬挂 B 的小

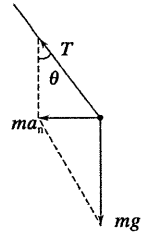
答案 D

解析 因为物体的角速度 ω 相同,线速度 $v = r\omega$, 而 $r_A < r_B$, 所以 $v_A < v_B$,

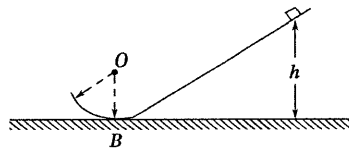
则 A 项错; 根据 $a_n = r\omega^2$ 知 $a_{nA} < a_{nB}$, 则 B 项错; 如图, $\tan \theta = \frac{a_n}{g}$, 而 B

的向心加速度较大, 则 B 的缆绳与竖直方向夹角较大, 缆绳拉力 $T = \frac{mg}{\cos \theta}$,

则 $T_A < T_B$, 所以 C 项错, D 项正确.



- 3.(2021·广东卷, 17)如图是滑道压力测试的示意图,光滑圆弧轨道与光滑斜面相切,滑道底部 B 处安装一个压力传感器,其示数 N 表示该处所受压力的大小.某滑块从斜面上不同高度 h 处由静止下滑,通过 B 时,下列表述正确的有().



- A. N 小于滑块重力
 B. N 大于滑块重力
 C. N 越大表明 h 越大
 D. N 越大表明 h 越小

解析 设滑块质量为 m , 在 B 点所受支持力为 F_N , 圆弧半径为 R , 所需向心力为 F . 滑块从高度 h 处由静止下滑至 B 点过程中, 由机械能守恒定律有 $\frac{1}{2}mv_B^2 = mgh$, 在 B 点滑块所

需向心力由合外力提供, 得 $F_N - mg = m\frac{v_B^2}{R}$, 由牛顿第三定律知, 传感器示数 N 等于 F_N , 解

得 $N = mg + \frac{2mgh}{R}$, 由此式知 $N > mg$, 且 h 越大, N 越大. 选项 B、C 正确.

答案 BC

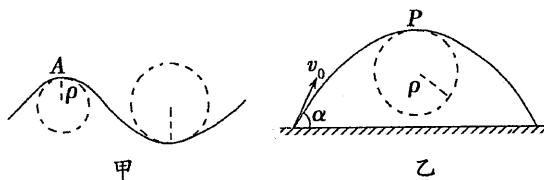
4.(2021·安徽卷, 17)一般的曲线运动可以分成很多小段, 每小段都可以看成圆周运动的一部分, 即把整条曲线用一系列不同半径的小圆弧来代替. 如图甲所示, 曲线上的 A 点的曲率圆定义为: 通过 A 点和曲线上紧邻 A 点两侧的两点作一圆, 在极限情况下, 这个圆就叫做 A 点的曲率圆, 其半径 ρ 叫做 A 点的曲率半径. 现将一物体沿与水平面成 α 角的方向以速度 v_0 抛出, 如图乙所示. 则在其轨迹最高点 P 处的曲率半径是().

A. $\frac{v_0^2}{g}$

B. $\frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{g}$

C. $\frac{v_0^2 \cos^2 \alpha}{g}$

D. $\frac{v_0^2 \cos^2 \alpha}{g \sin \alpha}$

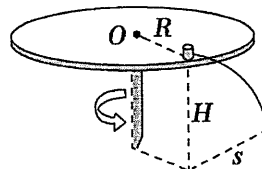


解析 物体在最高点时速度沿水平方向, 曲率圆的 P 点可看做该点对应的竖直平面内圆周运动的最高点, 由牛顿第二定律及圆周运动规律知: $mg = \frac{mv^2}{\rho}$, 解得 $\rho = \frac{v^2}{g} = \frac{(v_0 \cos \alpha)^2}{g} = \frac{v_0^2 \cos^2 \alpha}{g}$.

答案 C

5.(2021·福建卷, 20)如图所示, 置于圆形水平转台边缘的小物块随转台加速转动, 当转速达到某一数值时, 物块恰好滑离转台开始做平抛运动. 现测得转台半径 $R=0.5$ m, 离水平地面的高度 $H=0.8$ m, 物块平抛落地过程水平位移的大小 $s=0.4$ m. 设物块所受的最大静摩擦力等于滑动摩擦力, 取重力加速度 $g=10$ m/s². 求:

- (1)物块做平抛运动的初速度大小 v_0 ;
- (2)物块与转台间的动摩擦因数 μ .



解析 (1)物块做平抛运动, 在竖直方向上有

$$H = \frac{1}{2}gt^2 \quad ①$$

在水平方向上有 $s = v_0 t$, ②

由①②式解得 $v_0 = s \sqrt{\frac{g}{2H}}$

代入数据得 $v_0 = 1$ m/s.

(2)物块离开转台时, 由最大静摩擦力提供向心力, 有

$$F_{fm} = m \frac{v_0^2}{R} \quad ③$$

$$F_{fm} = \mu N = \mu mg \quad ④$$

由③④式得 $\mu = \frac{v_0^2}{gR}$, 代入数据得 $\mu = 0.2$.

答案 (1)1 m/s (2)0.2

$\sqrt{\frac{GM}{r}}$ 可知其运行速度比原轨道时减小.

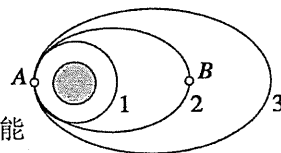
(2)当卫星的速度突然减小时, $G\frac{Mm}{r^2} > m\frac{v^2}{r}$, 即万有引力大于所需要的向心力, 卫星将做近心运动, 脱离原来的圆轨道, 轨道半径变小, 当卫星进入新的轨道稳定运行时由 $v =$

$\sqrt{\frac{GM}{r}}$ 可知其运行速度比原轨道时增大.

卫星的发射和回收就是利用这一原理.

【例题】1. “嫦娥一号”探月卫星绕地运行一段时间后, 离开地球飞向月球. 如图所示是绕地飞行的三条轨道, 1 轨道是近地圆形轨道, 2 和 3 是变轨后的椭圆轨道. A 点是 2 轨道的近地点, B 点是 2 轨道的远地点, 卫星在轨道 1 的运行速率为 7.7 km/s , 则下列说法中正确的是 ()

- A. 卫星在 2 轨道经过 A 点时的速率一定大于 7.7 km/s
 B. 卫星在 2 轨道经过 B 点时的速率一定小于 7.7 km/s
 C. 卫星在 3 轨道所具有的机械能小于在 2 轨道所具有的机械能
 D. 卫星在 3 轨道所具有的最大速率小于在 2 轨道所具有的最大速率



解析 卫星在 1 轨道做匀速圆周运动, 由万有引力定律和牛顿第二定律得 $G\frac{Mm}{r^2} = m\frac{v_1^2}{r}$,

卫星在 2 轨道 A 点做离心运动, 则有 $G\frac{Mm}{r^2} < m\frac{v_{2A}^2}{r}$, 故 $v_1 < v_{2A}$, 选项 A 正确; 卫星在 2

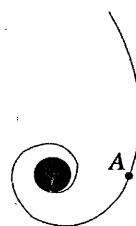
轨道 B 点做近心运动, 则有 $G\frac{Mm}{r_B^2} > m\frac{v_{2B}^2}{r_B}$, 若卫星在经过 B 点的圆轨道上运动, 则 $G\frac{Mm}{r_B^2}$

$= m\frac{v_B^2}{r_B}$, 由于 $r < r_B$, 所以 $v_1 > v_B$, 故 $v_{2B} < v_B < v_1 = 7.7 \text{ km/s}$, 选项 B 正确; 3 轨道的高度大

于 2 轨道的高度, 故卫星在 3 轨道所具有的机械能大于在 2 轨道所具有的机械能, 选项 C 错误; 卫星在各个轨道上运动时, 只有万有引力做功, 机械能守恒, 在 A 点时重力势能最小, 动能最大, 速率最大, 故卫星在 3 轨道所具有的最大速率大于在 2 轨道所具有的最大速率, 选项 D 错误. 答案 AB

2.2013 年 2 月 15 日中午 12 时 30 分左右, 俄罗斯车里雅宾斯克州发生天体坠落事件. 如图 4 所示, 一块陨石从外太空飞向地球, 到 A 点刚好进入大气层, 之后由于受地球引力和大气层空气阻力的作用, 轨道半径渐渐变小, 则下列说法中正确的是 ()

- A. 陨石正减速飞向 A 处
 B. 陨石绕地球运转时角速度渐渐变小
 C. 陨石绕地球运转时速度渐渐变大
 D. 进入大气层后, 陨石的机械能渐渐变大



答案 C

解析 由于万有引力做功，陨石正加速飞向 A 处，选项 A 错误。陨石绕地球运转时，因轨道半径渐渐变小，则角速度渐渐变大，速度渐渐变大，选项 B 错误，C 正确。进入大气层后，由于受到空气阻力的作用，陨石的机械能渐渐变小，选项 D 错误。

二、双星系统模型问题的分析与计算

宇宙中往往会有相距较近，质量可以相比的两颗星球，它们离其它星球都较远，因此其它星球对它们的万有引力可以忽略不计。在这种情况下，它们将围绕它们连线上的某一固定点做同周期的匀速圆周运动。这种结构叫做双星。

【特点】

(1)各自需要的向心力由彼此间的万有引力相互提供，即

$$\frac{Gm_1m_2}{L^2} = m_1\omega^2r_1, \quad \frac{Gm_1m_2}{L^2} = m_2\omega^2r_2$$

(2)两颗星的周期及角速度都相同，即

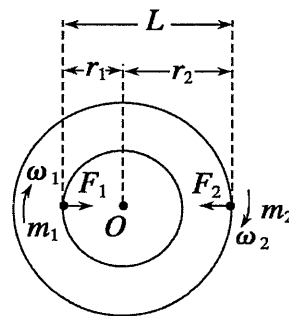
$$T_1 = T_2, \quad \omega_1 = \omega_2$$

(3)两颗星的半径与它们之间的距离关系为： $r_1 + r_2 = L$

(4)两颗星到圆心的距离 r_1 、 r_2 与星体质量成反比，即 $\frac{m_1}{m_2} = \frac{r_2}{r_1}$

(5)双星的运动周期 $T = 2\pi \sqrt{\frac{L^3}{G(m_1 + m_2)}}$

(6)双星的总质量公式 $m_1 + m_2 = \frac{4\pi^2 L^3}{T^2 G}$



△双星系统问题的误区

(1)不能区分星体间距与轨道半径：万有引力定律中的 r 为两星体间距离，向心力公式中的 r 为所研究星球做圆周运动的轨道半径。

(2)找不准物理现象的对应规律。

【例题】

冥王星与其附近的星体卡戎可视为双星系统，它们的质量比约为 7 : 1，同时绕它们连线上某点 O 做匀速圆周运动。由此可知卡戎绕 O 点运动的 ()

- A. 角速度大小约为冥王星的 7 倍
- B. 向心力大小约为冥王星的 1/7
- C. 轨道半径约为冥王星的 7 倍
- D. 周期与冥王星周期相同

答案 CD

解析 对于双星系统，任意时刻均在同一条直线上，故转动的周期、角速度都相同。彼此对对方的万有引力提供向心力，故向心力大小相同，由 $m_1\omega^2r_1 = m_2\omega^2r_2$ ，得 $\frac{r_2}{r_1} = \frac{m_1}{m_2} = 7$ ，故 C、D 项正确。

【高考题】

1. (2021·全国课标卷, 21)假设地球是一半径为 R 、质量分布均匀的球体. 一矿井深度为 d . 已知质量分布均匀的球壳对壳内物体的引力为零. 矿井底部和地面处的重力加速度大小之比为(A).

- A. $1 - \frac{d}{R}$ B. $1 + \frac{d}{R}$ C. $\left(\frac{R-d}{R}\right)^2$ D. $\left(\frac{R}{R-d}\right)^2$

解析 设地球的密度为 ρ , 地球的质量为 M , 根据万有引力定律可知, 地球表面的重力加速度 $g = \frac{GM}{R^2}$. 地球质量可表示为 $M = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho$. 因质量分布均匀的球壳对球壳内物体的引力为零, 所以矿井下以 $(R-d)$ 为半径的地球的质量为 $M' = \frac{4}{3}\pi (R-d)^3 \rho$, 解得 $M' = \left(\frac{R-d}{R}\right)^3 M$, 则矿井底部处的重力加速度 $g' = \frac{GM'}{(R-d)^2}$, 则矿井底部处的重力加速度和地球表面的重力加速度之比为 $\frac{g'}{g} = 1 - \frac{d}{R}$, 选项 A 正确, 选项 B、C、D 错误.

2. (2012·四川卷, 15)今年 4 月 30 日, 西昌卫星发射中心发射的中圆轨道卫星, 其轨道半径为 2.8×10^7 m. 它与另一颗同质量的同步轨道卫星(轨道半径为 4.2×10^7 m)相比(B).

- A. 向心力较小 B. 动能较大
C. 发射速度都是第一宇宙速度 D. 角速度较小

解析 由 $F_{向} = F_{万} = G\frac{Mm}{R^2}$ 知, 中圆轨道卫星向心力大于同步轨道卫星(G 、 M 、 m 相同), 故 A 错误. 由 $E_k = \frac{1}{2}mv^2$, $v = \sqrt{\frac{GM}{R}}$, 得 $E_k = \frac{GMm}{2R}$, 且由 $R_{中} < R_{同}$ 知, 中圆轨道卫星动能较大, 故 B 正确. 第一宇宙速度是最小的卫星发射速度, 故 C 错误. 由 $\omega = \sqrt{\frac{GM}{R^3}}$ 可知, 中圆轨道卫星角速度较大, 故 D 错误.

3. (2021·重庆卷, 18)冥王星与其附近的另一星体卡戎可视为双星系统, 质量比约为 7:1, 同时绕它们连线上某点 O 做匀速圆周运动. 由此可知, 冥王星绕 O 点运动的(A).

- A. 轨道半径约为卡戎的 $\frac{1}{7}$ B. 角速度大小约为卡戎的 $\frac{1}{7}$
C. 线速度大小约为卡戎的 7 倍 D. 向心力大小约为卡戎的 7 倍

解析 设冥王星的质量、轨道半径、线速度大小分别为 m_1 、 r_1 、 v_1 , 卡戎的质量、轨道半径、线速度大小分别为 m_2 、 r_2 、 v_2 , 由双星问题的规律可得, 两星间的万有引力分别给两星提供做圆周运动的向心力, 且两星的角速度相等, 故 B、D 均错; 由 $G\frac{m_1 m_2}{L^2} = m_1 \omega^2 r_1 = m_2 \omega^2 r_2$ (L 为两星间的距离), 因此 $\frac{r_1}{r_2} = \frac{m_2}{m_1} = \frac{1}{7}$, $\frac{v_1}{v_2} = \frac{\omega r_1}{\omega r_2} = \frac{m_2}{m_1} = \frac{1}{7}$, 故 A 对、C 错.

4. (2021·山东卷, 17)甲、乙为两颗地球卫星, 其中甲为地球同步卫星, 乙的运行高度低于甲的运行高度, 两卫星轨道均可视为圆轨道. 以下判断正确的是(AC).

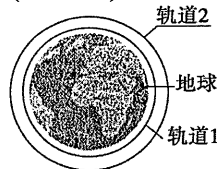
- A. 甲的周期大于乙的周期
B. 乙的速度大于第一宇宙速度
C. 甲的向心加速度小于乙的向心加速度
D. 甲在运行时能经过北级的正上方

解析 两卫星运行时万有引力提供向心力, 所以 $\frac{GMm}{r^2} = ma_{\text{向}}$, 由此知 r 大, 则 $a_{\text{向}}$ 小,

C 项正确; $a_{\text{向}} = \frac{4\pi^2}{T^2}r = \frac{v^2}{r}$, 联立知, A 项正确, B 项错误; 地球同步卫星轨道平面与赤道平面平行, 所以 D 项错误.

5. (2021·广东卷, 21)如图所示, 飞船从轨道 1 变轨至轨道 2. 若飞船在两轨道上都做匀速圆周运动, 不考虑质量变化, 相对于在轨道 1 上, 飞船在轨道 2 上的(CD).

- A. 动能大
B. 向心加速度大
C. 运行周期长
D. 角速度小



解析 飞船绕中心天体做匀速圆周运动, 万有引力提供向心力, 即 $F_{\text{引}} = F_{\text{向}}$, 所以 $G\frac{Mm}{r^2}$

$$= ma_{\text{向}} = \frac{mv^2}{r} = \frac{4\pi^2 mr}{T^2} = mr\omega^2, \text{ 即 } a_{\text{向}} = \frac{GM}{r^2}, E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{GMm}{2r}, T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM}}, \omega = \sqrt{\frac{GM}{r^3}}$$

(或用公式 $T = \frac{2\pi}{\omega}$ 求解).

因为 $r_1 < r_2$, 所以 $E_{k1} > E_{k2}$, $a_{\text{向}1} > a_{\text{向}2}$, $T_1 < T_2$, $\omega_1 > \omega_2$, 选项 C、D 正确.

6. (2013·山东·20)双星系统由两颗恒星组成, 两恒星在相互引力的作用下, 分别围绕其连线上的某一点做周期相同的匀速圆周运动. 研究发现, 双星系统演化过程中, 两星的总质量、距离和周期均可能发生变化. 若某双星系统中两星做圆周运动的周期为 T , 经过一段时间演化后, 两星总质量变为原来的 k 倍, 两星之间的距离变为原来的 n 倍, 则此时圆周运动的周期为 (B)

- A. $\sqrt{\frac{n^3}{k}}T$ B. $\sqrt{\frac{n^3}{k}}T$ C. $\sqrt{\frac{n^2}{k}}T$ D. $\sqrt{\frac{n}{k}}T$

解析 双星靠彼此的万有引力提供向心力, 则有

$$G\frac{m_1 m_2}{L^2} = m_1 r_1 \frac{4\pi^2}{T^2} \quad G\frac{m_1 m_2}{L^2} = m_2 r_2 \frac{4\pi^2}{T^2}$$

并且 $r_1 + r_2 = L$ 解得 $T = 2\pi\sqrt{\frac{L^3}{G(m_1 + m_2)}}$

当双星总质量变为原来的 k 倍, 两星之间距离变为原来的 n 倍时 $T' = 2\pi\sqrt{\frac{n^3 L^3}{Gk(m_1 + m_2)}}$

$$= \sqrt{\frac{n^3}{k}}T$$

故选项 B 正确.

7. (2013·新课标 I·20)2012年6月18日,神州九号飞船与天宫一号目标飞行器在离地面343 km 的近圆形轨道上成功进行了我国首次载人空间交会对接. 对接轨道所处的空间存在极其稀薄的大气, 下面说法正确的是 (BC)

- A. 为实现对接, 两者运行速度的大小都应介于第一宇宙速度和第二宇宙速度之间
- B. 如不加干预, 在运行一段时间后, 天宫一号的动能可能会增加
- C. 如不加干预, 天宫一号的轨道高度将缓慢降低
- D. 航天员在天宫一号中处于失重状态, 说明航天员不受地球引力作用

解析 地球所有卫星的运行速度都小于第一宇宙速度, 故 A 错误. 轨道处的稀薄大气会对天宫一号产生阻力, 不加干预其轨道会缓慢降低, 同时由于降低轨道, 天宫一号的重力势能一部分转化为动能, 故天宫一号的动能可能会增加, B、C 正确; 航天员受到地球引力作用, 此时引力充当向心力, 产生向心加速度, 航天员处于失重状态, D 错误.

8. (2013·新课标 II·20)目前, 在地球周围有许多人造地球卫星绕着它转, 其中一些卫星的轨道可近似为圆, 且轨道半径逐渐变小. 若卫星在轨道半径逐渐变小的过程中, 只受到地球引力和稀薄气体阻力的作用, 则下列判断正确的是 (BD)

- A. 卫星的动能逐渐减小
- B. 由于地球引力做正功, 引力势能一定减小
- C. 由于气体阻力做负功, 地球引力做正功, 机械能保持不变
- D. 卫星克服气体阻力做的功小于引力势能的减小

解析 在卫星轨道半径逐渐变小的过程中, 地球引力做正功, 引力势能减小; 气体阻力做负功, 机械能逐渐转化为内能, 机械能减小, B 正确, C 错误. 卫星的运动近似看作是匀速圆周运动, 根据 $G\frac{Mm}{r^2} = m\frac{v^2}{r}$ 得 $v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$, 所以卫星的速度逐渐增大, 动能增大, 选项 A 错误. 减小的引力势能一部分用来克服气体阻力做功, 一部分用来增加动能, D 正确.

“子弹打木块”模型

【解题】

动量守恒定律、机械能守恒定律、动能定理等

解决动力学问题的三大观点:

力学观点: 牛顿运动定律、运动学公式

能量观点: 动能定理、机械能守恒定律、能量守恒定律、功能关系

动量观点: 动量守恒定律

【例题】

考查子弹射击木块后沿水平方向的运动情况

1. 设质量为 m 的子弹以初速度 v_0 射向静止在光滑水平面上的质量为 M 的木块, 并留在木块中不再射出, 子弹钻入木块深度为 d . 求木块对子弹的平均阻力的大小和该过程中木块前进的距离.



解：子弹射入木块过程中系统动量守恒： $mv_0 = (M + m)v$

设平均阻力大小为 f ，由能量守恒定律： $f \cdot d = \frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{1}{2}(M + m)v^2$

联立以上二式，可解得 $f = \frac{Mmv_0^2}{2(M + m)d}$

设木块前进的距离为 S ，由动能定理，得 $f \cdot S = \frac{1}{2}Mv^2$

可解得 $s = \frac{m}{M + m}d$

2. 如图所示，在光滑水平桌面上静置一质量为 $M=980g$ 的长方形匀质木块，现有一颗质量为 $m=20g$ 的子弹以 $v_0=300m/s$ 的水平速度沿其轴线射向木块，结果子弹留在木块中没有射出，和木块一起以共同的速度运动。已知木块沿子弹运动方向的长度为 $L=10cm$ ，子弹打进木块的深度为 $d=6cm$ ，设木块对子弹的阻力保持不变。

(1) 求子弹和木块的共同的速度以及它们在此过程中所增加的内能。

(2) 若子弹是以 $v_0 = 400m/s$ 的水平速度从同一方向射向该木块的，则它能否射穿该木块？

(3) 若能射穿木块，求子弹和木块的最终速度是多少？

解：(1) 由动量守恒定律

$$mv_0 = (M + m)v$$

解得 $v = 6m/s$

系统增加的内能等于系统减少的动能

$$Q = fd = \frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{1}{2}(M + m)v^2 = 900 - \frac{36}{2} = 882J$$

(2) 设以 $400m/s$ 射入时，仍不能打穿，射入深度为 d'

由动量守恒定律 $mv_0 = (M + m)v'$

代入数据，解得 $v' = 8m/s$

$$Q' = fd' = \frac{1}{2}mv_0'^2 - \frac{1}{2}(M + m)v'^2 = 1600 - \frac{1}{2} \times 64 = 1568J$$

又因为 $f = \frac{Q}{d}$ 所以 $d' = \frac{Q'}{f} = 10.7cm > L$ 故能穿出木块

(3) 设射穿后，最终子弹和木块的速度分别为 v_1 和 v_2 ，

系统产生的内能为 $fL = \frac{10}{6} \times fd = \frac{5}{3} \times 882 = 1470J$

由动量守恒定律 $mv_0 = mv_1 + Mv_2$

由能量守恒定律 $fL = \frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{1}{2}Mv_1^2 - \frac{1}{2}mv_2^2$

代入数据，化简得 $v_1 + 49v_2 = 400$

$$v_1^2 + 49v_2^2 = 13000$$

消去 v_1 得 $v_2^2 - 16v_2 + 60 = 0$ 解得 $v_1 = 106m/s$ $v_2 = 6m/s$

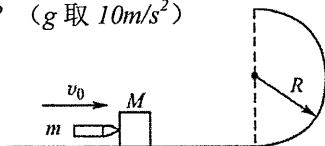


【变题】

1. 考查子弹射击木块后做曲线运动的情况

如图所示,光滑半圆轨道竖直放置,半径为 R ,一水平轨道与圆轨道相切,在水平光滑轨道上停着一个质量为 $M=0.99\text{kg}$ 的木块,一颗质量为 $m=0.01\text{kg}$ 的子弹以 $v_0=400\text{m/s}$ 的水平速度摄入木块中,然后一起运动到轨道最高点水平抛出,当圆轨道半径 R 为多大是,平抛的水平距离最大?最大值是多少? (g 取 10m/s^2)

解:



联立以上各式并代入数据解得

$$v' = \sqrt{16 - 40R}$$

由于子弹和木块从最高点做平抛运动抛出,根据平抛运动规律可知

$$2R = \frac{1}{2}gt^2$$

$$s = v't$$

联立解得

$$s = 4\sqrt{\frac{-10R^2 + 4R}{10}}$$

分析上式可知,当 $R = 0.2\text{ m}$ 时,水平距离 s 最大,即最大水平距离为

$$s_{\max} = 8\text{ m}$$

根据题意可知,子弹在打木块的过程中,子弹和木块在水平方向上满足动量守恒定律,设子弹和木块的共同速度为 v ,则

$$mv_0 = (m + M)v$$

代入题给数据解得

$$v = 4\text{ m/s}$$

子弹和木块沿着圆轨道运动到最高点,以水平面为零势面,设两者在最高点的速度为 v' ,根据机械能守恒定律可知

$$\frac{1}{2}(m + M)v^2 = \frac{1}{2}(m + M)v'^2 + 2(m + M)gR$$

2. 考查子弹涉及连有弹簧的木块问题

光滑水平面上由两个小木块 A 和 B,其质量 $m_A=1\text{kg}$ 、 $m_B=4\text{kg}$,它们中间用一根轻质弹簧相连,一颗水平飞行的子弹质量为 $m=50\text{g}$,以 $v_0=500\text{m/s}$ 的速度在极短时间内射穿两木块,

已知射穿 A 木块后子弹的速度变为原来的 $\frac{3}{5}$,且子弹射穿 A 木块损失的动能是射穿 B 木块

损失的动能的 2 倍。求:

- (1)射穿 A 木块的过程中系统损失的机械能;
- (2)系统在运动过程中弹簧的最大弹性势能。



$$mv_1 = m_B v_B + mv_2$$

根据题意可知

$$\frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = 2\left(\frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{1}{2}mv_2^2\right)$$

联立以上两式并代入数据解得

$$v_B = 2.5\text{ m/s}$$

在子弹射穿木块 B 后,弹簧被压缩,系统动量守恒.当木块 A 与木块 B 的速度相等时,弹簧的弹性势能达到最大值.设木块 A、B 的共同速度为 v_{AB} ,弹簧的最大弹性势能为 E_{\max} ,则

$$m_A v_A + m_B v_B = (m_A + m_B)v_{AB}$$

$$E_{\max} = \frac{1}{2}m_A v_A^2 + \frac{1}{2}m_B v_B^2 - \frac{1}{2}(m_A + m_B)v_{AB}^2$$

联立解得

$$E_{\max} = 22.5\text{ J}$$

(1)在射穿木块 A 的过程中,子弹和 A 满足动量守恒定律,设射穿 A 后子弹的速度为 v_1 ,木块 A 的速度为 v_A ,则

$$mv_0 = mv_1 + m_A v_A$$

$$v_1 = \frac{3}{5}v_0$$

代入数据解得

$$v_A = 10\text{ m/s}$$

根据能量守恒定律可知,射穿 A 木块的过程中系统损失的机械能为

$$\Delta E_1 = \frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{1}{2}m_A v_A^2 = 3\ 950\text{ J}$$

(2)子弹在射穿 B 的过程中,子弹和木块 B 组成的系统动量守恒,设射穿 B 后子弹的速度为 v_2 ,木块 B 的速度为 v_B ,则

“人船”模型

【要点】

(1)人船模型的适用条件：物体组成的系统动量守恒且系统中物体原来均处于静止状态，合动量为 0。

(2)人船模型的特点：两物体速度大小、位移大小均与质量成反比，方向相反，两物体同时运动，同时停止。

(3)人船模型的动量与能量规律：遵从动量守恒定律，系统或每个物体动能均发生变化。用力对“人”做的功量度“人”动能的变化；用力对“船”做的功量度“船”动能的变化。

【解题】

抓住其前提条件(原来静止的物体发生相互作用)，画好两物体的运动示意图，寻找各物理量(如位移)间的关系，注意各物体的位移均是相对于地面的位移。

【例题】

有一条捕鱼小船停靠在湖边码头，小船又窄又长(估计一吨左右)。一位同学想用一卷尺粗略测定它的质量。他进行了如下操作：首先将船平行码头自由停泊，轻轻从船尾上船，走到船头后停下来，而后轻轻下船，用卷尺测出船后退的距离为 d ，然后用卷尺测出船长 L ，已知他自身的质量为 m ，则渔船的质量 M 为(B)

A. $\frac{mL}{d}$ B. $\frac{m(L-d)}{d}$ C. $\frac{mL+d}{d}$ D. $\frac{md}{L-d}$

解析 人和船组成的系统水平方向动量守恒，人在船上前进，船后退，即 $mv_{人} = Mv_{船}$ ，船后退的距离为 d 时，人前进的距离为 $L-d$ ，有 $m\frac{(L-d)}{t} = M\frac{d}{t}$ ，则有 $m(L-d) = Md$ ，所以 $M = \frac{m(L-d)}{d}$ ，选项 B 正确。

“弹性碰撞”和“非弹性碰撞”模型

【概述】

一、碰撞类型 正碰(对心碰撞)和斜碰(非对心碰撞)

弹性碰撞和非弹性碰撞

1.弹性碰撞：两个物体发生碰撞过程，系统的机械能没有损失。

系统动量守恒，机械能守恒。

2.非弹性碰撞：两个物体发生碰撞过程，系统的机械能有损失。

系统动量守恒，机械能减少。

3.完全非弹性碰撞：碰撞后粘合在一起，机械能损失最多。

二、碰撞现象的三个原则

系统动量守恒；不违背能量守恒；物理情景可行性

①若碰前两物体同向运动，则应有 $v_{后} > v_{前}$ ，碰后原来在前的物体速度一定增大，若碰后两物体同向运动，则应有 $v_{前} \geq v_{后}'$ 。

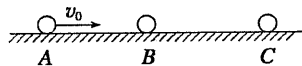
②碰前两物体相向运动，碰后两物体的运动方向不可能都不改变。

深化拓展 (1)碰撞过程中作用时间极短，内力远大于外力，所以满足动量守恒。

(2)不受外界因素影响的情况下，碰撞只能发生一次且碰后的能量不比碰前的能量大。

【例题】

1. 如图所示, 在光滑水平直导轨上, 静止放着三个质量均为 $m=1\text{ kg}$ 的相同小球 A 、 B 、 C . 现让 A 球以 $v_0=2\text{ m/s}$ 的速度向着 B 球运动, A 、 B 两球碰撞后粘在一起, 两球继续向右运动并跟 C 球碰撞, 碰后 A 、 B 未分开, C 球的速度 $v_C=1\text{ m/s}$. 求:



(1) A 、 B 两球跟 C 球碰撞前的共同速度;

(2) 两次碰撞过程中损失的总动能

解析 (1) A 、 B 相碰满足动量守恒 $mv_0=2mv_1$ 得两球跟 C 球相碰前的共同速度 $v_1=1\text{ m/s}$

(2) 两球与 C 球相碰同样满足动量守恒 $2mv_1=mv_C+2mv_2$

得两球碰后的速度 $v_2=0.5\text{ m/s}$

两次碰撞损失的总动能 $\Delta E_{k损}=\frac{1}{2}mv_0^2-\frac{1}{2}\times 2mv_1^2-\frac{1}{2}mv_C^2=1.25\text{ J}$.

2. 质量相等的 A 、 B 两球在光滑水平面上沿同一直线、同一方向运动, A 球的动量 $p_A=9\text{ kg}\cdot\text{m/s}$, B 球的动量 $p_B=3\text{ kg}\cdot\text{m/s}$, 当 A 球追上 B 球时发生碰撞, 则碰撞后 A 、 B 两球的动量可能的是 (A)

A. $p_A'=6\text{ kg}\cdot\text{m/s}$, $p_B'=6\text{ kg}\cdot\text{m/s}$

B. $p_A'=8\text{ kg}\cdot\text{m/s}$, $p_B'=4\text{ kg}\cdot\text{m/s}$

C. $p_A'=-2\text{ kg}\cdot\text{m/s}$, $p_B'=14\text{ kg}\cdot\text{m/s}$

D. $p_A'=-4\text{ kg}\cdot\text{m/s}$, $p_B'=17\text{ kg}\cdot\text{m/s}$

解析 由碰撞前、后两球总动量守恒, 即: $p_A+p_B=p_A'+p_B'$ 可排除 D; 由碰后的总动能不可能增加, 即 $\frac{p_A'^2}{2m}+\frac{p_B'^2}{2m}\geq\frac{p_A^2}{2m}+\frac{p_B^2}{2m}$ 可排除 C; 由碰撞后一球不可能穿越另一球, 即 $\frac{p_A'}{m}\leq\frac{p_B'}{m}$ 可排除 B, 故 A 选项正确.

3. “打击类问题” (“子弹打木块” 最典型)

如图所示, 在光滑水平面上有一辆质量 $M=8\text{ kg}$ 的平板小车, 车上有一个质量 $m=1.9\text{ kg}$ 的木块, 木块距小车左端 6 m (木块可视为质点), 车与木块一起以 $v=1\text{ m/s}$ 的速度水平向右匀速行驶. 一颗质量 $m_0=0.1\text{ kg}$ 的子弹以 $v_0=179\text{ m/s}$ 的速度水平向左飞来, 瞬间击中木块并留在其中. 如果木块刚好不从车上掉下来, 求木块与平板小车之间的动摩擦因数 μ . ($g=10\text{ m/s}^2$)

解析 设子弹射入木块后两者的共同速度为 v_1 , 以水平向左为正方向, 则由动量守恒定律有:

$$m_0v_0-mv=(m+m_0)v_1 \quad \text{解得 } v_1=8\text{ m/s}$$

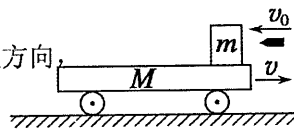
它们恰好不从小车上掉下来, 则它们相对平板车滑行 $s=6\text{ m}$ 时它们跟小车具有共同速度 v_2 , 则由动量守恒有:

$$(m+m_0)v_1-Mv=(m+m_0+M)v_2 \quad \text{解得 } v_2=0.8\text{ m/s}$$

由能量守恒定律有:

$$Q=\mu(m_0+m)gs=\frac{1}{2}(m+m_0)v_1^2+\frac{1}{2}Mv^2-\frac{1}{2}(m_0+m+M)v_2^2$$

联立以上各式, 代入数据解得 $\mu=0.54$



技巧点拨

1. 打击类问题模型也是“碰撞”的一种类型. 由于在“打击”瞬间, 其它外力相对于打击力较小, 可以忽略不计, 因此参与“打击”的物体系统动量守恒.

2. “打击”时, 一般有机能的损失, 属于“非弹性碰撞”类型, 其中子弹“打击”木块, 并留在木块中时, 系统机械能损失最多.

3. “打击”完毕后, 一般还有其它过程, 注意“多过程”问题的分析.

含有弹簧的类碰撞问题模型

【概述】

二物体通过弹簧相互作用,不考虑弹簧的质量,弹簧作用力为系统的内力,则系统的动量守恒、机械能守恒。

【特点】

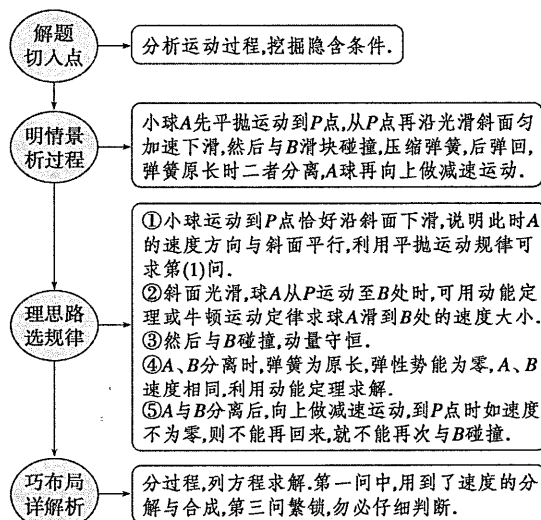
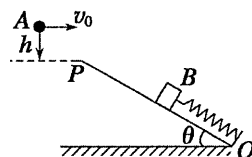
- (1)当弹簧被压缩至最短时,或被拉伸至最长时,二物体速度相同、动量守恒,此时弹性势能 E_p 最大. E_p 等于二物体的动能的减少量.
- (2)当弹簧再次恢复自然长度时,一个物体的速度最大,另一物体的速度最小,此时弹簧的弹性势能为零.

【例】如图所示,光滑斜面 OP 与水平面的夹角 $\theta=37^\circ$,一轻弹簧下端固定在斜面底端 O 点,上端与可视为质点的滑块 B 固定连接,弹簧劲度系数 $k=100 \text{ N/m}$. B 开始时静止,与斜面顶端 P 之间的距离 $L=0.99 \text{ m}$,弹簧具有的弹性势能 $E_{p0}=0.72 \text{ J}$. 将一个可视为质点的小球 A 从某处以初速度 $v_0=1.92 \text{ m/s}$ 水平抛出,小球运动到 P 点时恰好沿斜面下滑. 已知小球 A 的质量 $m_1=1.00 \text{ kg}$, 滑块 B 的质量 $m_2=2.00 \text{ kg}$, A 与 B 碰撞后具有相同速度但不粘连($g=10 \text{ m/s}^2$, $\sin 37^\circ=0.6$, $\cos 37^\circ=0.8$), 求:

- (1)小球抛出点距离斜面顶端的高度 h ;
- (2)小球与滑块碰撞时,小球与滑块系统损失的机械能;
- (3)在 A 与 B 碰撞以后的运动过程中, A 与 B 分离时的速度为多大,并通过计算判断 A 、 B 能否再次发生碰撞.

并通过计算判断 A 、 B 能否再次发生碰撞.

审题与关联



解析 (1)小球 A 到 P 之前做平抛运动,且运动到 P 点时刚好不与斜面发生碰撞,设小球运动到 P 点时速度为 v_P , 则 $v_P \cos \theta = v_0$, $v_P \sin \theta = gt$, $h = \frac{1}{2}gt^2$

解得 $v_P = 2.4 \text{ m/s}$, $h = 0.10368 \text{ m}$

(2)小球沿斜面运动即将与 B 碰撞时的速度设为 v_1 , 根据动能定理: $m_1 g L \sin \theta = \frac{1}{2}m_1 v_1^2 - \frac{1}{2}m_1 v_P^2$

解得 $v_1 = \sqrt{17.64} \text{ m/s} = 4.2 \text{ m/s}$

A 、 B 碰后的速度设为 v_2 , 根据动量守恒定律: $m_1 v_1 = (m_1 + m_2) v_2$ 解得 $v_2 = \frac{\sqrt{17.64}}{3} \text{ m/s} = 1.4 \text{ m/s}$

损失能量: $\Delta E = \frac{1}{2}m_1 v_1^2 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2) v_2^2$

解得 $\Delta E = 5.88 \text{ J}$

(3)开始时, 设弹簧被压缩 x_1 , 对 B 分析受力, 可得: $kx_1 = m_2 g \sin \theta$

解得 $x_1 = 0.12 \text{ m}$, 当弹簧恢复原长时, A 、 B 分离.

设即将分离时 A 、 B 的速度为 v_3 , 从 A 、 B 碰后到 A 、 B 即将分离, 根据动能定理:

$$E_{p0} - (m_1 + m_2) g x_1 \sin \theta = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_3^2 - \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_2^2$$

解得 $v_3 = 1.0 \text{ m/s}$

设此后小球 A 继续沿斜面向上滑动的最大距离为 x_2 ,

$$\text{加速度 } a = g \sin \theta,$$

$$x_2 = \frac{v_3^2}{2a}$$

解得 $x_2 = \frac{1}{12} \text{ m} \approx 0.083 \text{ m}$

由于 $x_1 + x_2 = 0.203 \text{ m} < L$

所以小球不会离开斜面, 还会与滑块 B 发生碰撞.

【高考题】

1.(2013·新课标 I·35(2))在粗糙的水平桌面上有两个静止的木块 A 和 B , 两者相距为 d . 现给 A 一初速度, 使 A 与 B 发生弹性正碰, 碰撞时间极短. 当两木块都停止运动后, 相距仍然为 d . 已知两木块与桌面之间的动摩擦因数均为 μ , B 的质量为 A 的 2 倍, 重力加速度大小为 g . 求 A 的初速度的大小.

解析 设木块 A 的初速度为 v_0 , 运动距离 d 后速度为 v , A 、 B 碰后的速度分别为 v_1 、 v_2 , 运动的距离分别为 x_1 、 x_2 . 由于 A 、 B 发生弹性正碰的时间极短, 所以碰撞前后动量守恒、动能守恒, 有

$$m_A v = m_A v_1 + m_B v_2 \quad ①$$

$$\frac{1}{2} m_A v^2 = \frac{1}{2} m_A v_1^2 + \frac{1}{2} m_B v_2^2 \quad ②$$

$$\text{①②联立解得 } v_1 = \frac{m_A - m_B}{m_A + m_B} v = -\frac{1}{3} v \quad ③$$

$$v_2 = \frac{2m_A}{m_A + m_B} v = \frac{2}{3} v \quad ④$$

A 、 B 与地面的动摩擦因数均为 μ , 由牛顿第二定律得 $\mu mg = ma$

所以 A 、 B 的加速度大小均为 $a = \mu g$ ⑤

$$\text{将上式代入④解得 } v_0 = \sqrt{\frac{28}{5} \mu g d}$$

2.(2012·天津理综·10)如图所示, 水平地面上固定有高度为 h 的平台, 台面上有固定的光滑坡道, 坡道顶端距台面高也为 h , 坡道底端与台面相切. 小球 A 从坡道顶端由静止开始滑下, 到达水平光滑的台面后与静止在台面上的小球 B 发生碰撞, 并粘连在一起, 共同沿台面滑行并从台面边缘飞出, 落地点与飞出点的水平距离恰好为台高的一半. 两小球均可视为质点, 忽略空气阻力, 重力加速度为 g . 求:

(1) 小球 A 刚滑至水平台面的速度 v_A ;

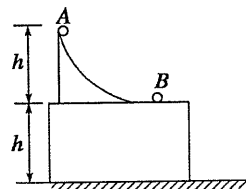
(2) A 、 B 两小球的质量之比 $m_A : m_B$.

解析 (1) 小球从坡道顶端滑至水平台面的过程中,

由机械能守恒定律得 $m_A g h = \frac{1}{2} m_A v_A^2$ 解得 $v_A = \sqrt{2gh}$.

(2) 设两球碰撞后共同的速度为 v , 由动量守恒定律得 $m_A v_A = (m_A + m_B) v$

粘在一起的两小球飞出台面后做平抛运动, 设运动的时间为 t , 由平抛运动规律, 在竖直方向上有 $h = \frac{1}{2} g t^2$ 在水平方向上有 $\frac{h}{2} = vt$ 联立上述各式得 $m_A : m_B = 1 : 3$.



“电路的动态变化”模型

【概述】

闭合电路中的局部电路变化时引起局部的电流或电压的变化，进而影响整个电路。

【解题】

一、串、并联电路的特点

1. 特点对比

	串联	并联
电流	$I=I_1=I_2=\dots=I_n$	$I=I_1+I_2+\dots+I_n$
电压	$U=U_1+U_2+\dots+U_n$	$U=U_1=U_2=\dots=U_n$
电阻	$R=R_1+R_2+\dots+R_n$	$\frac{1}{R}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\dots+\frac{1}{R_n}$
电压分配	$\frac{U_1}{U_2}=\frac{R_1}{R_2}, \frac{U_n}{U}=\frac{R_n}{R}$	/
电流分配	/	
功率分配		$\frac{P_1}{P_2}=\frac{R_1}{R_2}, \frac{P_n}{P}=\frac{R_n}{R}$

2. 几个常用的推论

- (1) 串联电路的总电阻大于其中任一部分电路的总电阻。
- (2) 并联电路的总电阻小于其中任一支路的总电阻，且小于其中最小的电阻。
- (3) 无论电阻怎样连接，某一段电路的总耗电功率 P 总是等于该段电路上各个电阻耗电功率之和。
- (4) 无论电路是串联还是并联，电路中任意一个电阻变大时，电路的总电阻变大。

二、电路中的功率及效率问题

1. 电源的总功率

(1) 任意电路: $P_{\text{总}} = EI = U_{\text{外}}I + U_{\text{内}}I = P_{\text{出}} + P_{\text{内}}$.

(2) 纯电阻电路: $P_{\text{总}} = I^2(R+r) = \frac{E^2}{R+r}$.

2. 电源内部消耗的功率: $P_{\text{内}} = I^2r = U_{\text{内}}I = P_{\text{总}} - P_{\text{出}}$.

3. 电源的输出功率

(1) 任意电路: $P_{\text{出}} = UI = EI - I^2r = P_{\text{总}} - P_{\text{内}}$.

(2) 纯电阻电路: $P_{\text{出}} = I^2R = \frac{E^2R}{(R+r)^2} = \frac{E^2}{\frac{(R-r)^2}{R} + 4r}$.

(3) 纯电阻电路中输出功率随 R 的变化关系

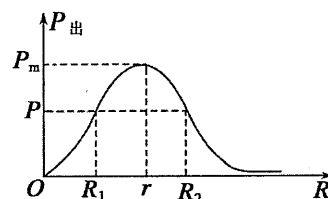
① 当 $R=r$ 时，电源的输出功率最大为 $P_m = \frac{E^2}{4r}$.

② 当 $R>r$ 时，随着 R 的增大输出功率越来越小。

③ 当 $R<r$ 时，随着 R 的增大输出功率越来越大。

④ 当 $P_{\text{出}} < P_m$ 时，每个输出功率对应两个外电阻 R_1 和 R_2 ，且 $R_1R_2 = r^2$ 。

⑤ $P_{\text{出}}$ 与 R 的关系如图所示。



4. 电源的效率

(1) 任意电路: $\eta = \frac{P_{\text{出}}}{P_{\text{总}}} \times 100\% = \frac{U}{E} \times 100\%$.

(2) 纯电阻电路: $\eta = \frac{R}{R+r} \times 100\% = \frac{1}{1 + \frac{r}{R}} \times 100\%$

因此在纯电阻电路中 R 越大, η 越大; 当 $R=r$ 时, 电源有最大输出功率, 效率仅为 50%.

特别提醒 当电源的输出功率最大时, 效率并不是最大, 只有 50%; 当 $R \rightarrow \infty$ 时, $\eta \rightarrow 100\%$, 但此时 $P_{出} \rightarrow 0$, 无实际意义.

三、部分电路欧姆定律

1. 内容: 导体中的电流 I 跟导体两端的电压 U 成正比, 跟导体的电阻 R 成反比.

2. 公式: $I = \frac{U}{R}$.

3. 适用条件: 适用于金属导体和电解质溶液导电, 适用于纯电阻电路.

四、闭合电路欧姆定律

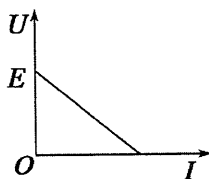
1. 内容: 闭合电路的电流跟电源的电动势成正比, 跟内、外电路的电阻之和成反比.

2. 公式 $\begin{cases} I = \frac{E}{R+r} \text{ (只适用于纯电阻电路)} \\ E = U_{外} + U_{内} \text{ (适用于任何电路)} \end{cases}$

3. 路端电压 U 与电流 I 的关系

(1) 关系式: $U = E - Ir$.

(2) $U-I$ 图象如图所示.



- ① 当电路断路即 $I=0$ 时, 纵坐标的截距为电源电动势.
- ② 当外电路电压为 $U=0$ 时, 横坐标的截距为短路电流.
- ③ 图线的斜率的绝对值为电源的内阻.

五、电路动态分析的方法:

(1) 程序法: 电路结构的变化 $\rightarrow R$ 的变化 $\rightarrow R_{总}$ 的变化 $\rightarrow I_{总}$ 的变化 $\rightarrow U_{端}$ 的变化 \rightarrow 固定支路

$\begin{cases} \text{并联分流 } I \\ \text{串联分压 } U \end{cases} \rightarrow \text{变化支路.}$

(2) 极限法: 即因滑动变阻器滑片滑动引起的电路变化问题, 可将滑动变阻器的滑动端分别滑至两个极端去讨论.

(3) 判定总电阻变化情况的规律

- ① 当外电路的任何一个电阻增大(或减小)时, 电路的总电阻一定增大(或减小).
- ② 若开关的通、断使串联的用电器增多时, 电路的总电阻增大; 若开关的通、断使并联的支路增多时, 电路的总电阻减小.

【例题】

1. 如图所示电路中, 当滑动变阻器的滑片 P 向左移动时, 各表(各电表内阻对电路的影响均不考虑)的示数如何变化? 为什么?

解析: 这是一个由局部变化而影响整体的闭合电路欧姆定律应用的动态分析问题. 对于这类问题, 可遵循以下步骤: 先弄清楚外电路的串、并联关系, 分析外电路总电阻怎样变化; 由 $I = \frac{E}{R+r}$ 确定闭合电路的电流强度如何变化; 再由 $U = E - Ir$ 确定路端电压的变化情况; 最后用部分电路的欧姆定律 $U = IR$ 及分流、分压原理讨论各部分电阻的电流、电压变化情况.

答案: 当滑片 P 向左滑动, R_3 减小, 即 $R_{总}$ 减小, 根据 $I_{总} = \frac{E}{R_{总} + r}$ 判断总电流增大,

A_1 示数增大;

路端电压的判断由内而外, 根据 $U = E - Ir$ 知路端电压减小, V 示数减小;

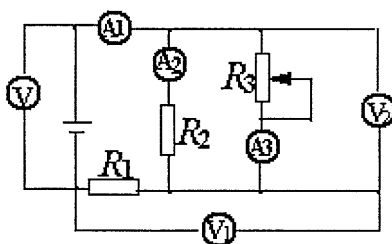
对 R_1 , 有 $U_1 = I_{\text{总}} R_1$ 所以 U_1 增大, V_1 示数增大;

对并联支路, $U_2 = U - U_1$, 所以 U_2 减小, V_2 示数减小;

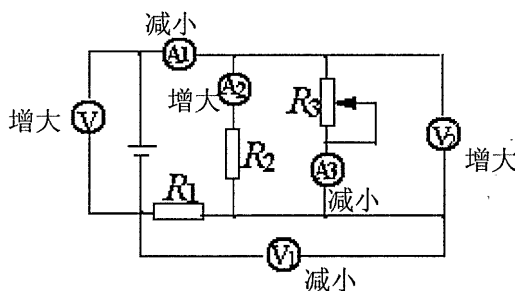
对 R_2 , 有 $I_2 = \frac{U_2}{R_2}$, 所以 I_2 减小, A_2 示数减小。

点评: 从本题分析可以看出, 在闭合电路中, 只要外电路中的某一电阻发生变化, 这时除电源电动势、内电阻和外电路中的定值电阻不变外, 其他的如干路中的电流及各支路的电流、电压的分配, 从而引起功率的分配等都和原来的不同, 可谓“牵一发而动全身”, 要注意电路中各量的同体、同时对应关系, 因此要当作一个新的电路来分析。解题思路为局部电路→整体电路→局部电路, 原则为不变应万变 (先处理不变量再判断变化量)。

2. 如图, 若将滑动变阻器的滑片向下滑动时, 各电表示数将如何变化?

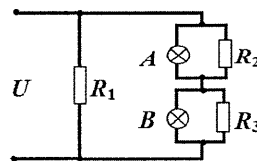


解析:



3. 如图所示, 灯泡 A 和 B 都正常发光, R_2 忽然断路, 已知 U 不变, 试分析 A、B 两灯的亮度如何变化?

解析: 当 R_2 忽然断路时, 电路的总电阻变大, A 灯两端的电压增大, B 灯两端的电压降低, 所以将看到灯 B 比原来变暗了些, 而灯泡 A 比原来亮了些。

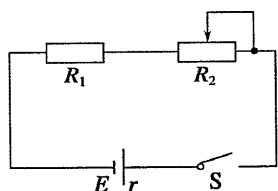


规律总结

利用程序法分析电路动态变化问题的一般步骤

- (1) 明确局部电路变化时所引起的局部电路电阻的变化。
- (2) 根据局部电路电阻的变化, 确定电路的外电阻 $R_{\text{外总}}$ 如何变化。
- (3) 根据闭合电路欧姆定律 $I_{\text{总}} = \frac{E}{R_{\text{外总}} + r}$, 确定电路的总电流如何变化。
- (4) 由 $U_{\text{内}} = I_{\text{总}} r$ 确定电源的内电压如何变化。
- (5) 由 $U = E - U_{\text{内}}$ 确定路端电压如何变化。
- (6) 确定支路两端的电压及通过各支路的电流如何变化。

3. 如图所示, 已知电源电动势 $E=5\text{ V}$, 内阻 $r=2\ \Omega$, 定值电阻 $R_1=0.5\ \Omega$, 滑动变阻器 R_2 的阻值范围为 $0\sim 10\ \Omega$. 求:



- (1) 当滑动变阻器 R_2 的阻值为多大时, 电阻 R_1 消耗的功率最大? 最大功率是多少?
- (2) 当滑动变阻器的阻值为多大时, 滑动变阻器消耗的功率最大? 最大功率是多少?
- (3) 当滑动变阻器的阻值为多大时, 电源的输出功率最大? 最大功率是多少?

解析 (1) 定值电阻 R_1 消耗的电功率为 $P_1 = I^2 R_1 = \frac{E^2 R_1}{(R_1 + R_2 + r)^2}$, 可见当滑动变阻器的阻值

值 $R_2 = 0$ 时, R_1 消耗的功率最大, 最大功率为 $P_{1m} = \frac{E^2 R_1}{(R_1 + r)^2} = 2\text{ W}$.

(2) 将定值电阻 R_1 看做电源内阻的一部分, 则电源的等效内阻 $r' = R_1 + r = 2.5\ \Omega$, 故当滑动变阻器的阻值 $R_2 = r' = 2.5\ \Omega$ 时, 滑动变阻器消耗的功率最大, 最大功率为 $P_{2m} = \frac{E^2}{4r'} = 2.5\text{ W}$.

(3) 由电源的输出功率与外电阻的关系可知, 当 $R_1 + R_2 = r$, 即 $R_2 = r - R_1 = (2 - 0.5)\ \Omega = 1.5\ \Omega$ 时, 电源有最大输出功率, 最大功率为 $P_{\#m} = \frac{E^2}{4r} = 3.125\text{ W}$.

- 答案 (1) $R_2=0$ 时, R_1 消耗的功率最大, 为 2 W
 (2) $R_2=2.5\ \Omega$ 时, 滑动变阻器消耗的功率最大, 为 2.5 W
 (3) $R_2=1.5\ \Omega$ 时, 电源的输出功率最大, 为 3.125 W

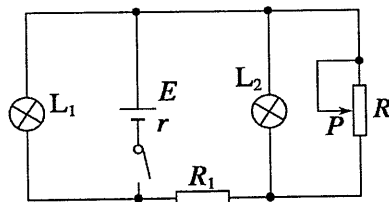
规律总结

对闭合电路功率的两点新认识

- (1) 闭合电路是一个能量转化系统, 电源将其他形式的能转化为电能. 内、外电路将电能转化为其他形式的能, $EI = P_{\text{内}} + P_{\text{外}}$ 就是能量守恒定律在闭合电路中的体现.
- (2) 外电阻的阻值向接近内阻的阻值方向变化时, 电源的输出功率变大.

4. 如图所示电路中, R 为一滑动变阻器, P 为滑片, 若将滑片向下滑动, 则在滑动过程中, 下列判断错误的是 ()

- A. 电源内电路消耗功率一定逐渐增大
- B. 灯泡 L_2 一定逐渐变暗
- C. 电源效率一定逐渐减小
- D. R 上消耗功率一定逐渐变小



答案 D

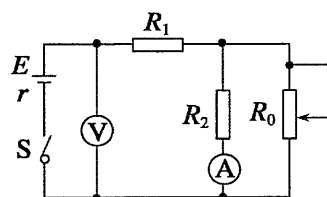
解析 滑动变阻器滑片 P 向下滑动, $R \downarrow \rightarrow R_{并} \downarrow \rightarrow R_{外} \downarrow$, 由闭合电路欧姆定律 $I = \frac{E}{r + R_{外}}$ 推得 $I \uparrow$, 由电源内电路消耗功率 $P_{内} = I^2 r$ 可得 $P_{内} \uparrow$, A 正确. $U_{外} \downarrow = E - I \uparrow r$, $U_1 \uparrow = (I \uparrow - I_{L1} \downarrow) R_1$, $U_{L2} \downarrow = U_{外} \downarrow - U_1 \uparrow$, $P_{L2} \downarrow = \frac{U_{L2}^2 \downarrow}{R_{L2}}$, 故灯泡 L_2 变暗, B 正确. 电源效率 $\eta \downarrow = \frac{I^2 R_{外}}{I^2 (R_{外} + r)} = \frac{R_{外}}{R_{外} + r} = \frac{1}{1 + \frac{r}{R_{外}}}$, 故 C 正确. R 上消耗的功率 $P_R = \frac{U_{L2}^2 \downarrow}{R \downarrow}$, P_R

增大还是减小不确定, 故 D 错.

【高考题】

1. (2021·北京理综·17) 如图所示电路, 电源内阻不可忽略. 开关 S 闭合后, 在变阻器 R_0 的滑动端向下滑动的过程中 ()

- A. 电压表与电流表的示数都减小
- B. 电压表与电流表的示数都增大
- C. 电压表的示数增大, 电流表的示数减小
- D. 电压表的示数减小, 电流表的示数增大

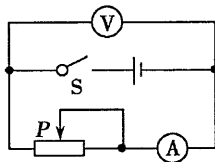


答案 A

解析 变阻器 R_0 的滑动端向下滑动的过程中, 变阻器 R_0 接入电路中的电阻变小, 从而使整个电路中的外电阻变小, 干路电流变大, 内阻 r 分得的电压 $U_{内} = Ir$ 变大, $U_{外}$ 变小, 电压表示数变小. 由 $U_1 = IR_1$ 知 U_1 变大, 因 $U_{外} = U_1 + U_2$, 故 U_2 变小, 由于 $I_2 = \frac{U_2}{R_2}$, 所以流过 R_2 的电流变小, 电流表示数变小, 选项 A 正确.

2. (2012·上海卷, 17) 直流电路如图所示, 在滑动变阻器的滑片 P 向右移动时, 电源的 ().

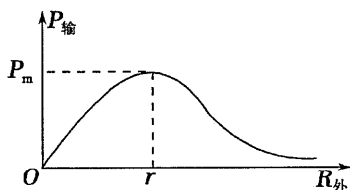
- A. 总功率一定减小
- B. 效率一定增大
- C. 内部损耗功率一定减小
- D. 输出功率一定先增大后减小



解析 滑片 P 向右移动时外电路电阻 $R_{外}$ 增大, 由闭合电路欧姆定律知总电流减小, 由 $P_{总} = EI$ 可得 $P_{总}$ 减小, 故选项 A 正确. 根据 $\eta = \frac{R_{外}}{R_{外} + r} = \frac{1}{1 + \frac{r}{R_{外}}}$ 可知选项 B 正确. 由 $P_{损} = I^2 r$

可知, 选项 C 正确. 由 $P_{输} - R_{外}$ 图象, 如图, 因不知道 $R_{外}$ 的初始值与 r 的关系, 所以无法判断 $P_{输}$ 的变化情况, 选项 D 错误.

答案 ABC



含电容器电路的分析方法

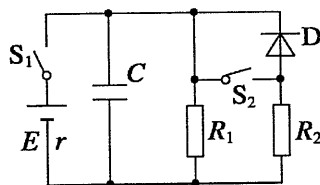
1. 电路的简化: 不分析电容器的充、放电过程时, 把电容器所处的支路视为断路, 简化电路时可以去掉, 求电荷量时再在相应位置补上。
2. 电路稳定时电容器的处理方法: 电路稳定后, 与电容器串联的电路中没有电流, 同支路的电阻相当于导线, 即电阻不起降低电压的作用, 与电容器串联的电阻视为等势体。电容器的电压为与之并联的电阻两端的电压。
3. 在计算电容器所带电荷量的变化时, 如果变化前后极板所带电荷的电性相同, 那么通过所连导线的电荷量等于初末状态电容器所带电荷量之差; 如果变化前后极板带电的电性相反, 那么通过所连导线的电荷量等于初末状态电容器所带电荷量之和。

【例题】如图所示的电路中, 电源的电动势 $E=6\text{ V}$, 内阻 $r=1\ \Omega$, 电阻 $R_1=3\ \Omega$, $R_2=6\ \Omega$,

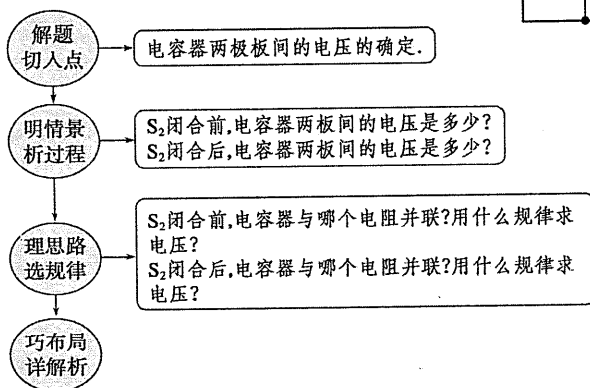
电容器的电容 $C=3.6\ \mu\text{F}$, 二极管 D 具有单向导电性, 开始时, 开关 S_1 闭合, S_2 断开。

(1) 合上 S_2 , 待电路稳定以后, 求电容器上电荷量变化了多少?

(2) 合上 S_2 , 待电路稳定以后再断开 S_1 , 求断开 S_1 后流过 R_1 的电荷量是多少?



审题与关联



解析 (1) 设开关 S_1 闭合, S_2 断开时, 电容器两端的电压为 U_1 , 干路电流为 I_1 , 根据闭合电路欧姆定律有

$$I_1 = \frac{E}{R_1 + r} = 1.5\text{ A}$$

$$U_1 = I_1 R_1 = 4.5\text{ V}$$

合上开关 S_2 后, 电容器两端电压为 U_2 , 干路电流为 I_2 。根据闭合电路欧姆定律有 $I_2 =$

$$\frac{E}{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + r} = 2\text{ A}$$

$$U_2 = I_2 \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 4\text{ V}$$

所以电容器上电荷量减少了: $\Delta Q = (U_1 - U_2)C = 1.8 \times 10^{-6}\text{ C}$

(2) 设合上 S_2 后, 电容器上的电荷量为 Q , 则 $Q = CU_2 = 1.44 \times 10^{-5}\text{ C}$

再断开 S_1 后, R_1 和 R_2 的电流与阻值成反比, 故流过电阻的电荷量与阻值成反比。

故流过电阻 R_1 的电荷量为: $Q_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} Q = 9.6 \times 10^{-6}\text{ C}$ 。

答案 (1) 减少了 $1.8 \times 10^{-6}\text{ C}$ (2) $9.6 \times 10^{-6}\text{ C}$

“电阻的测量”模型

一、螺旋测微器的使用

1. 构造：如图 1 所示， B 为固定刻度， E 为可动刻度。

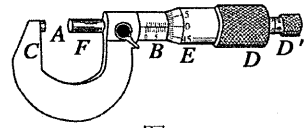


图 1

2. 原理：测微螺杆 F 与固定刻度 B 之间的精密螺纹的螺距为 0.5 mm ，即旋钮 D 每旋转一周， F 前进或后退 0.5 mm ，而可动刻度 E 上的刻度为 50 等份，每转动一小格， F 前进或后退 0.01 mm ，即螺旋测微器的精确度为 0.01 mm 。读数时估读到毫米的千分位上，因此，螺旋测微器又叫千分尺。

3. 读数：测量值(mm)=固定刻度数(mm)(注意半毫米刻度线是否露出)+可动刻度数(估读一位) $\times 0.01$ (mm)。

如图 2 所示，固定刻度示数为 2.0 mm ，半毫米刻度线未露出，而从可动刻度上读的示数为 15.0 ，最后的读数为： $2.0\text{ mm} + 15.0 \times 0.01\text{ mm} = 2.150\text{ mm}$ 。

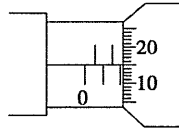


图 2

二、游标卡尺

1. 构造：主尺、游标尺(主尺和游标尺上各有一个内、外测量爪)、游标尺上还有一个深度尺。(如图 3 所示)

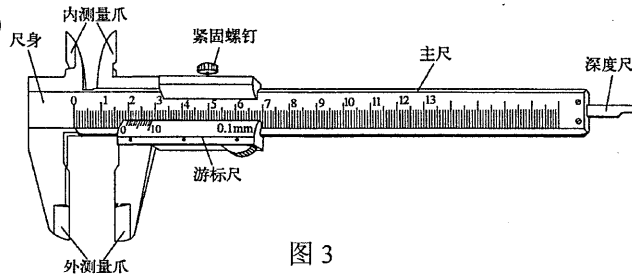


图 3

2. 用途：测量厚度、长度、深度、内径、外径。

3. 原理：利用主尺的最小分度与游标尺的最小分度的差值制成。

不管游标尺上有多少个小等分刻度，它的刻度部分的总长度比主尺上的同样多的小等分刻度少 1 mm 。常见的游标卡尺的游标尺上小等分刻度有 10 个的、 20 个的、 50 个的，其规格见下表：

刻度格数(分度)	刻度总长度	每小格与 1 mm 的差值	精确度(可准确到)
10	9 mm	0.1 mm	0.1 mm
20	19 mm	0.05 mm	0.05 mm
50	49 mm	0.02 mm	0.02 mm

4. 读数：若用 x 表示从主尺上读出的整毫米数， K 表示从游标尺上读出与主尺上某一刻线对齐的游标的格数，则记录结果表达为 $(x + K \times \text{精确度})\text{ mm}$ 。

三、常用电表的读数

对于电压表和电流表的读数问题，首先要弄清电表量程，即指针指到最大刻度时电表允许通过的最大电压或电流值，然后根据表盘总的刻度数确定精确度，按照指针的实际位置进行读数即可。

(1) $0\sim 3\text{ V}$ 的电压表和 $0\sim 3\text{ A}$ 的电流表读数方法相同，此量程下的精确度分别是 0.1 V 和 0.1 A ，看清楚指针的实际位置，读到小数点后面两位。

(2) 对于 $0\sim 15\text{ V}$ 量程的电压表，精确度是 0.5 V ，在读数时只要求读到小数点后面一位，即读到 0.1 V 。

(3) 对于 $0\sim 0.6\text{ A}$ 量程的电流表，精确度是 0.02 A ，在读数时只要求读到小数点后面两位，这时要求“半格估读”，即读到最小刻度的一半 0.01 A 。

【例 1】 (1) 如图 5 所示的三把游标卡尺，它们的游标尺的刻度从上至下分别为 9 mm 长 10 等分、 19 mm 长 20 等分、 49 mm 长 50 等分，它们的读数依次为_____ mm ， _____ mm ， _____ mm 。

(2) 使用螺旋测微器测量金属丝的直径，示数如图 6 所示，则金属丝的直径是 _____ mm 。

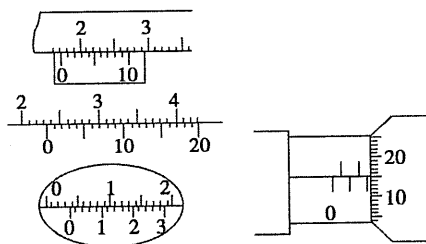


图 5

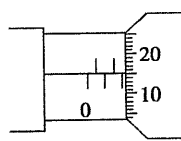


图 6

(3) ①图 7 所示的电表使用 0.6 A 量程时，对应刻度盘上每一小格代表 _____ A ，图中表针示数是 _____ A ；当使用 3 A 量程时，对应刻度盘上每一小格代表 _____ A ，图中表针示数为 _____ A 。

②图 8 所示的电表使用较小量程时，每小格表示 _____ V ，图中表针的示数为 _____ V 。若使用的是较大量程，则这时表盘刻度每小格表示 _____ V ，图中表针示数为 _____ V 。

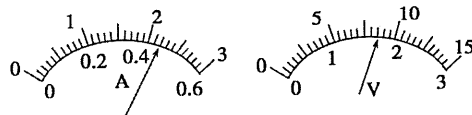


图 7

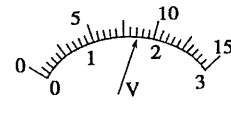


图 8

(4) 旋钮式电阻箱如图 9 所示，电流从接线柱 A 流入，从 B 流出，则接入电路的电阻为 _____ Ω 。今欲将接入电路的电阻改为 $2\ 087\ \Omega$ ，最简单的操作方法是 _____。若用两个这样的电阻箱，则可得到的电阻值范围为 _____。

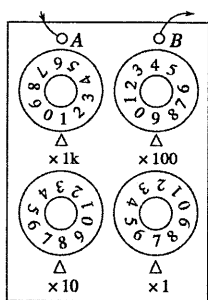


图 9

解析 (1)最上面图读数: 整毫米数是 17, 不足 1 毫米数是 $7 \times 0.1 \text{ mm} = 0.7 \text{ mm}$, 最后结果是 $17 \text{ mm} + 0.7 \text{ mm} = 17.7 \text{ mm}$.

中间图读数: 整毫米数是 23, 不足 1 毫米数是 $17 \times 0.05 \text{ mm} = 0.85 \text{ mm}$, 最后结果是 $23 \text{ mm} + 0.85 \text{ mm} = 23.85 \text{ mm}$.

最下面图读数: 整毫米数是 3, 不足 1 毫米数是 $9 \times 0.02 \text{ mm} = 0.18 \text{ mm}$, 最后结果是 $3 \text{ mm} + 0.18 \text{ mm} = 3.18 \text{ mm}$.

(2)固定刻度示数为 2.0 mm, 不足半毫米的从可动刻度上读, 其示数为 15.0, 最后的读数: $2.0 \text{ mm} + 15.0 \times 0.01 \text{ mm} = 2.150 \text{ mm}$.

(3)①电流表使用 0.6 A 量程时, 刻度盘上的每一小格表示 0.02 A, 表针示数为 0.44 A; 当使用 3 A 量程时, 每一小格表示 0.1 A, 表针示数为 2.20 A.

②电压表使用 3 V 量程时, 每小格表示 0.1 V, 表针示数为 1.70 V; 使用 15 V 量程时, 每小格表示 0.5 V, 表针示数为 8.5 V.

(4)电阻为 1 987 Ω .最简单的操作方法是将“ $\times 1 \text{ k}$ ”旋钮调到 2, 再将“ $\times 100$ ”旋钮调到 0.每个电阻箱的最大阻值是 9 999 Ω , 用这样的两个电阻箱串联可得到的最大电阻是 $2 \times 9 999 \Omega = 19 998 \Omega$.故用两个这样的电阻箱, 可得到的电阻值范围为 0 ~ 19 998 Ω .

答案 (1)17.7 23.85 3.18 (2)2.150 (3)①0.02 0.44 0.1 2.20 ②0.1 1.70 0.5 8.5 (4)1 987 将“ $\times 1 \text{ k}$ ”旋钮调到 2, 再将“ $\times 100$ ”旋钮调到 0 0 ~ 19 998 Ω

易错点拨

游标卡尺的读数应注意以下几点:

(1)看清精确度

例如(图 10)

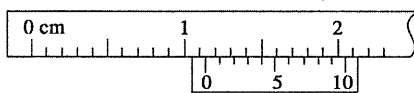


图 10

易错成 $(11 + 4.0 \times 0.1) \text{ mm} = 11.40 \text{ mm}$

正确的应为 11.4 mm, 游标卡尺不需估读, 后面不能随意加零.

例如(图 11)

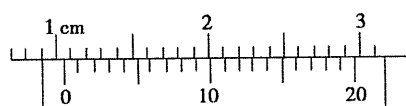


图 11

易错成 $(10 + 12 \times 0.05) \text{ mm} = 10.6 \text{ mm}$ ，正确的应为 10.60 mm 。

(2) 主尺上的单位为厘米

主尺上标识的 1、2、3 等数字通常是指厘米，读数时应将毫米和厘米分清，游标卡尺主尺上的最小刻度是 1 mm。

例如(图 12)

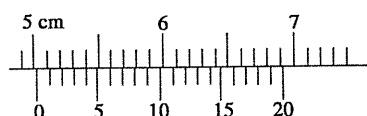


图 12

易错成 $(5 + 4 \times 0.05) \text{ mm} = 5.20 \text{ mm}$

正确的应为 $(50 + 4 \times 0.05) \text{ mm} = 50.20 \text{ mm}$

(3) 区分零刻度与标尺最前端

例如(图 13)

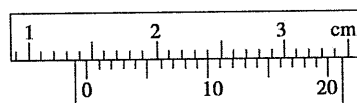


图 13

易错成 $(13 + 10 \times 0.05) \text{ mm} = 13.50 \text{ mm}$

正确读数为 $(14 + 10 \times 0.05) \text{ mm} = 14.50 \text{ mm}$

四、电阻的测量

1. 用等效替代法测电阻

如图 26 所示，先让待测电阻与一电流表串联后接到电动势恒定的电源上，读出电流表示数 I ；然后将电阻箱与电流表串联后接到同一电源上，调节电阻箱的阻值，使电流表的示数仍为 I ，则电阻箱的读数即等于待测电阻的阻值。

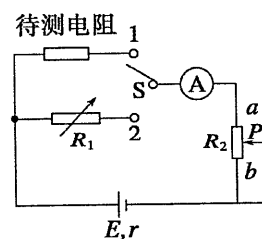


图 26

【例 2】 为了测量一微安表头 A 的内阻，某同学设计了如图 27 所示的电路。图中 A_0 是标准电流表， R_0 和 R_N 分别是滑动变阻器和电阻箱，S 和 S_1 分别是单刀双掷开关和单刀单掷开关，E 是电池。完成下列实验步骤中的填空：

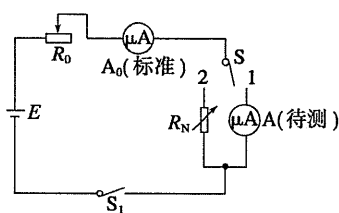


图 27

- (1)将 S 拨向接点 1, 接通 S_1 , 调节 _____, 使待测微安表头指针偏转到适当位置, 记下此时 _____ 的读数 I ;
- (2)然后将 S 拨向接点 2, 调节 _____, 使 _____, 记下此时 R_N 的读数;
- (3)多次重复上述过程, 计算 R_N 读数的 _____, 此即为待测微安表头内阻的测量值.

解析 本题方法为等效替代法. 当 S 接 1 与接 2 时通过电路的电流 I 相同时, 可知待测微安表头的内阻与 R_N 的电阻相同.

答案 (1) R_0 标准电流表(或 A_0)

(2) R_N 标准电流表(或 A_0)的读数仍为 I (3)平均值

2. 伏安法测量电阻

(1) 电流表、电压表测电阻两种方法的比较

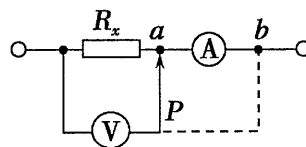
	电流表内接法	电流表外接法
电路图		
误差原因	电流表分压 $U_{测} = U_x + U_A$	电压表分流 $I_{测} = I_x + I_V$
电阻测量值	$R_{测} = \frac{U_{测}}{I_{测}} = R_x + R_A > R_x$ 测量值大于真实值	$R_{测} = \frac{U_{测}}{I_{测}} = \frac{R_x R_V}{R_x + R_V} < R_x$ 测量值小于真实值
适用条件	$R_A \ll R_x$	$R_V \gg R_x$
口诀	大内偏大(大电阻用内接法测量, 测量值偏大)	小外偏小(小电阻用外接法测量, 测量值偏小)

(2) 伏安法测电阻的电路选择

①阻值比较法: 先将待测电阻的估计值与电压表、电流表的内阻进行比较, 若 R_x 较小, 宜采用电流表外接法; 若 R_x 较大, 宜采用电流表内接法.

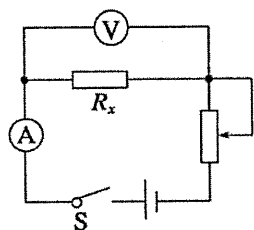
②临界值计算法: $\frac{R_V}{R_x} > \frac{R_x}{R_A}$ 时, 用电流表外接法. $\frac{R_x}{R_A} > \frac{R_V}{R_x}$ 时, 用电流表内接法.

③实验试探法: 按右图接好电路, 让电压表接线柱 P 先后与 a 、 b 处接触一下, 如果电压表的示数有较大的变化, 而电流表的示数变化不大, 则可采用电流表外接法; 如果电流表的示数有较大的变化, 而电压表的示数变化不大, 则可采用电流表内接法.

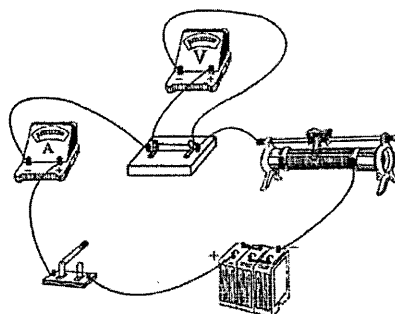


五、实验：测定金属的电阻率

1. 实验原理图



甲



乙

2. 实验目的

- (1) 掌握螺旋测微器及游标卡尺的原理及读数方法
- (2) 掌握电流表、电压表和滑动变阻器的使用方法及电流表和电压表的读数方法
- (3) 会用伏安法测电阻，并能测定金属的电阻率

3. 实验原理

根据电阻定律公式知道只要测出金属丝的长度和它的直径 d ，计算出横截面积 S ，并用伏安法测出电阻 R_x ，即可计算出金属丝的电阻率

4. 实验器材

被测金属丝，直流电源(4 V)，电流表(0~0.6 A)，电压表(0~3 V)，滑动变阻器(50 Ω)，开关，导线若干，螺旋测微器，毫米刻度尺。

5. 实验步骤

- (1) 用螺旋测微器在被测金属丝上的三个不同位置各测一次直径，求出其平均值 d 。
- (2) 接好用伏安法测电阻的实验电路。
- (3) 用毫米刻度尺测量接入电路中的被测金属丝的有效长度，反复测量三次，求出其平均值 l 。
- (4) 把滑动变阻器的滑片调节到使接入电路中的电阻值最大的位置。
- (5) 闭合开关，改变滑动变阻器滑片的位置，读出几组相应的电流表、电压表的示数 I 和 U 的值，填入记录表格内。

(6) 将测得的 R_x 、 l 、 d 值，代入公式 $\rho = R_x \frac{S}{l} = \frac{\pi d^2 U}{4Il}$ 中，计算出金属丝的电阻率

6. 注意事项

- (1) 先测直径，再连电路：为了方便，测量直径应在金属丝连入电路之前测量。
- (2) 电流表外接法：本实验中被测金属丝的阻值较小，故采用电流表外接法。
- (3) 电流控制：电流不宜过大，通电时间不宜过长，以免金属丝温度过高，导致电阻率在实验过程中变大。

7. 误差分析

- (1) 若为内接法，电流表分压。(2) 若为外接法，电压表分流。(3) 长度和直径的测量。

【例 3】为测量某一玩具电动机 M 中导线圈导线的电阻率，某实验小组的部分实验方案如下：

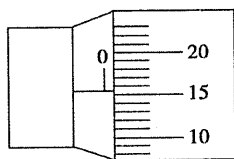


图 14

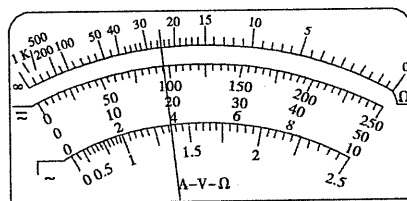


图 15

- (1) 用螺旋测微器测得与导线圈导线同种规格的导线的直径 d 如图 14 所示，则 $d =$

_____ mm;

(2)用多用电表测量电动机中线圈的电阻 R_x : 选择“ $\times 1 \Omega$ ”欧姆挡, 并按正确步骤操作后, 指针的位置如图 15 所示(此过程电动机不转动), 则 $R_x =$ _____ Ω .

(3)为了提高精度, 他又用以下仪器再次测量导线圈的电阻 R_x :

电流表 $A_1(0 \sim 3 \text{ A}$ 、约 5Ω); 滑动变阻器 $R_1(0 \sim 1 \text{ k}\Omega)$;

电流表 $A_2(0 \sim 30 \text{ mA}$ 、约 10Ω); 滑动变阻器 $R_2(0 \sim 50 \Omega)$;

定值电阻 $R_0 = 60 \Omega$; 电源(4 V、约 1Ω)及开关等, 导线若干.

①实验小组为使测量过程中电动机不转动而采用了如图 16 所示的电路图, 应选择的电流表是 _____, 滑动变阻器是 _____; (填写符号)

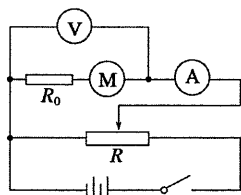


图 16

②按照实验要求, 多用电表已选择“直流电压 2.5 V”挡作为电压表使用, 请依据图 16 将图 17 所示的实验电路中的实物图用笔画线代替导线将欠缺的两处补完整;

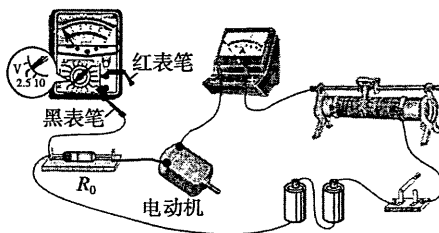


图 17

③图 18 是该实验小组用测得的数值描绘出的图象, 其斜率表示的是 _____ (填选项).

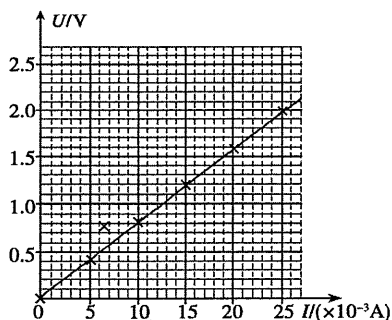


图 18

- A. 导线圈的电阻
- B. 导线圈的电阻与 R_0 阻值之和

解析 (1)螺旋测微器的读数: $d = 0.01 \text{ mm} \times 15.5 = 0.155 \text{ mm}$.

(2)多用电表的读数乘以倍率即为待测电阻的阻值, 即 $R_x = 25 \times 1 \Omega = 25 \Omega$.

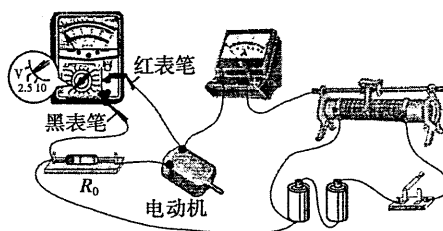
(3)①选择电流表时需先估算电路中的电流. 设电动机和定值电阻 R_0 串联的电压为电源电动势. 则

$$I = \frac{4}{25.0 + 60} \text{ A} \approx 0.047 \text{ A} = 47 \text{ mA}$$

实际实验时可通过滑动变阻器调节电压使流过电流表的电流不超过 30 mA, 所以电流表选 A_2 .

滑动变阻器应选择便于调节的 R_2 .

②由于电流表 A_2 的电阻较大, 为减小实验误差, 应采用电流表外接法. 为有效地控制电路中的电压和电流, 应采用滑动变阻器分压电路, 所以电路图连接如图所示.



答案 (1)0.155(± 0.003 范围内均可) (2)25 (3)① A_2 R_2 ②见解析图 ③B

【例 4】(2013·北京·21)某同学通过实验测定一个阻值约为 5Ω 的电阻 R_x 的阻值.

(1)现有电源(4V, 内阻可不计)、滑动变阻器($0 \sim 50 \Omega$, 额定电流 2 A)、开关和导线若干, 以及下列电表:

- A. 电流表($0 \sim 3 \text{ A}$, 内阻约 0.025Ω) B. 电流表($0 \sim 0.6 \text{ A}$, 内阻约 0.125Ω)
 C. 电压表($0 \sim 3 \text{ V}$, 内阻约 $3 \text{ k}\Omega$) D. 电压表($0 \sim 15 \text{ V}$, 内阻约 $15 \text{ k}\Omega$)

为减小测量误差, 在实验中, 电流表应选用_____, 电压表应选用_____ (选填器材前的字母); 实验电路应采用图 19 中的_____ (选填“甲”或“乙”).

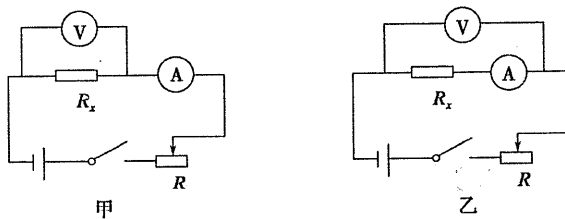


图 19

(2)图 20 是测量 R_x 的实验器材实物图, 图中已连接了部分导线. 请根据在(1)问中所选定的电路图, 用笔画线代替导线补充完成图中实物间的连线.

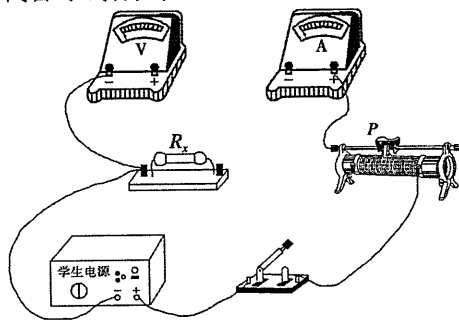


图 20

(4)甲电路中产生误差的主要原因是电压表的分流作用,选项 B 正确.乙电路中产生误差的主要原因是电流表的分压作用,故选项 D 正确.

(5) R_x 两端的电压 $U = \frac{R_x E}{R_x + \frac{R}{L}(L-x)}$, 其中 R 为滑动变阻器总阻值, L 为滑动变阻器两端

总长度, 结合数学知识可知选项 A 正确.

答案 (1)B C 甲 (2)见解析图 (3)5.2 (4)B D

(5)A

规律总结

仪器选择的基本思路

(1)优先考虑安全因素

各电表的实际读数不能超过其量程,电阻类元件中的实际电流(或电压)不能超过其允许的最大电流(或电压).实际处理过程中,需要估算回路中的最大电流(一般按滑动变阻器采用限流接法进行估算).如:用伏安法作出标有“6 V,0.6 W”字样的小灯泡的 $U-I$ 图象,而实际加在小灯泡两端的电压不能超过 6 V.

(2)考虑读数误差因素

一般要求各电表的实际读数不小于其量程的 $\frac{1}{3}$, 以减小读数误差.

(3)仪器选择的一般步骤

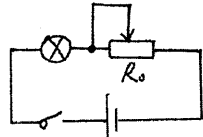
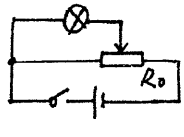
①首先选择唯一性的器材;

②粗画电路图(暂不接电流表和电压表);

③估算回路中电流和电压的最大值,在电表的指针有较大幅度偏转但不超过其量程的情况下,结合已知器材的规格,确定实验电路和实验器材

控制电路的选择

(1)滑动变阻器的两种接法比较

	限流式接法	分压式接法
电路组成	 <p>电源、开关、灯泡、滑动变阻器串联,滑动变阻器一端不起作用</p>	 <p>滑动变阻器一滑动端和固定端间接待测物,滑动变阻器两端都起作用,即从滑动变阻器上分出一部分电压加到待测电阻上</p>
负载 R 上电压调节范围	$\frac{RE}{R+R_0} \leq U \leq E$	$0 \leq U \leq E$
负载 R 上电流调节范围	$\frac{E}{R+R_0} \leq I \leq \frac{E}{R}$	$0 \leq I \leq \frac{E}{R}$
备注	滑动变阻器阻值与待测物差不多或大于待测物,不能从 0 开始调节,调节范围小,但损耗能量小,连接简单	可从 0 开始调节,大范围可调,但耗电多,连线复杂

(2)选用原则

①无特殊情况，一般使用限流法，此时滑动变阻器的阻值与待测电阻值差不多或比待测电阻值大。

②在以下几种情况下只能使用分压法：

a.要求用电器、仪表的电压或电流从零值开始连续可调，或要求大范围可调。

b.滑动变阻器的阻值远小于待测电阻 ($R_X \gg R_0$) 时，滑动变阻器起不了调节的作用。

c.限流式连接时，用电器超额定值或仪表超量程

【例题】实验室有一块量程为 $500 \mu\text{A}$ 、内阻 R_g 约为 200Ω 的电流表(也称微安表)，需要准确测量它的内阻，一同学根据实验室现有的器材设计了如图 30 甲和乙两种实验电路。已知实验室中的部分实验器材的规格如下：

电流表(也称毫安表)：mA(量程 1 mA ，内阻约 100Ω)

滑动变阻器 A： $R_1(20 \Omega, 1 \text{ A})$

滑动变阻器 B： $R_1(500 \Omega, 0.5 \text{ A})$

变阻箱： $R_2(999.9 \Omega)$

直流电源： E (电动势为 3 V ，内阻很小)

可供选择的定值电阻 R_3

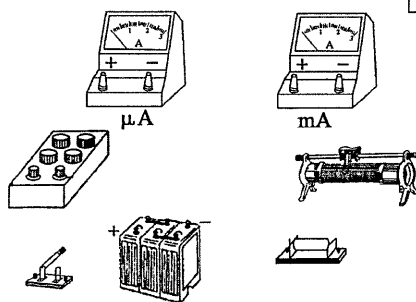


图 30

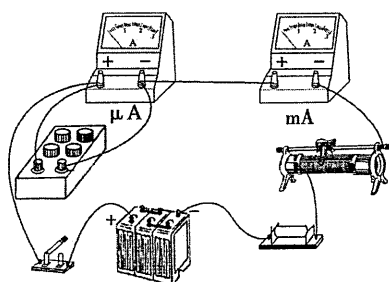
(1)将图丙所示的实物图按图甲所示的电路连接起来。

(2)在图乙所示的电路中，为了便于实验的调节，滑动变阻器 R_1 应选_____ (选填“滑动变阻器 A”或“滑动变阻器 B”)。为了保证实验操作过程的安全(即使滑动变阻器 R_1 的阻值调为 0，也不会烧坏电流表)，并便于实验调节，定值电阻 R_3 的阻值应选_____ (填选项前的字母)。

- A. 100Ω
- B. $1 \text{ k}\Omega$
- C. $6 \text{ k}\Omega$
- D. $10 \text{ k}\Omega$

(3)利用图甲所示的电路，闭合 S_1 之后进行测量时，需要记录的实验数据有(同时用设定的字母表示)_____；用你记录的实验数据时设定的字母表示出测量的结果是_____。

答案 (1)如图所示



(2)滑动变阻器 B C (3)微安表读数 I_1 、毫安表读数 I_2 、电阻箱读数 R_2 $(I_2 - I_1)R_2 / I_1$

解析 (2)滑动变阻器 R_1 在实验中起调节电流的作用, 应选可调阻值范围较大的, 以使电路中的电流能够调节到足够小. 由于电源电动势为 3 V , 由闭合电路欧姆定律可得定值电阻 R_3 的阻值应选 $3\text{ k}\Omega$ 至 $6\text{ k}\Omega$ 的.

【命题视角】

通过对近几年的高考试题的研究发现, 高考电学实验试题有三个显著的特点: 第一, 基于教材中的电学实验, 着重考查实验原理的改进、实验步骤、误差分析; 第二, 重视电学的实验方法, 问题设置结合科技、生产、生活的实际; 第三, 基本仪器的使用是考查的热点, 实验的器材选择、实际操作是考查的重点, 设计型实验是考查的难点, 实验的基本原理和思想方法是考查的核心.

- ①基本仪器的使用及读数(如螺旋测微器、游标卡尺、电压表、电流表及多用电表的读数)
- ②实验仪器的选择、测量电路、控制电路的选择
- ③完善基本操作过程
- ④根据题目给出的实验器材, 用所学知识解决实际问题, 设计新的实验方案

创新实验设计

电阻测量的五种方法

1. 伏安法

电路图 $\begin{cases} \text{外接法:} \\ \text{内接法:} \end{cases}$

特点: 大内小外(内接法测量值偏大, 测大电阻时应用内接法测量)

2. 安安法

若电流表内阻已知, 则可将其当做电流表、电压表以及定值电阻来使用.

(1)如图 22 甲所示, 当两电表所能测得的最大电压接近时, 如果已知 A_1 的内阻 R_1 , 则可

测得 A_2 的内阻 $R_2 = \frac{I_1 R_1}{I_2}$.

(2)如图乙所示, 当两电表的满偏电压 $U_{A_2} \gg U_{A_1}$ 时, A_1 串联一定值电阻 R_0 后, 同样可测

得 A_2 的电阻 $R_2 = \frac{I_1 (R_1 + R_0)}{I_2}$.

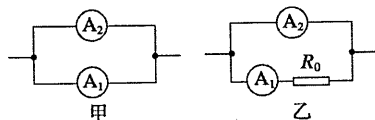


图 22

3. 伏伏法

若电压表内阻已知, 则可将其当做电流表、电压表和定值电阻来使用.

(1)如图 23 甲所示, 两电表的满偏电流接近时, 若已知 \textcircled{V}_1 的内阻 R_1 , 则可测出 \textcircled{V}_2 的内阻 $R_2 = \frac{U_2}{U_1} R_1$.

(2)如图乙所示, 两电表的满偏电流 $I_{V1} \ll I_{V2}$ 时, \textcircled{V}_1 并联一定值电阻 R_0 后, 同样可得 \textcircled{V}_2 的内阻 $R_2 = \frac{U_2}{\frac{U_1}{R_1} + \frac{U_1}{R_0}}$.

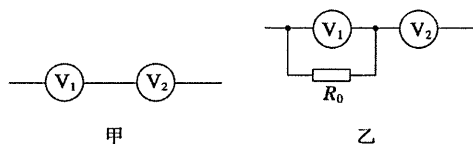


图 23

4. 比较法测电阻

如图 24 所示, 读得电阻箱 R_1 的阻值及 \textcircled{A}_1 表、 \textcircled{A}_2 表的示数 I_1 、 I_2 , 可得 $R_x = \frac{I_2 R_1}{I_1}$.

如果考虑电表内阻的影响, 则 $I_1(R_x + R_{A1}) = I_2(R_1 + R_{A2})$.

5. 半偏法测电流表内阻

电路图如图 25 所示

步骤:

- (1)断开 S_2 , 闭合 S_1 , 调节 R_0 , 使 \textcircled{A} 表满偏为 I_0 ;
- (2)保持 R_0 不变, 闭合 S_2 , 调节 R , 使 \textcircled{A} 表读数为 $\frac{I_0}{2}$;
- (3)由上可得 $R_A = R$.

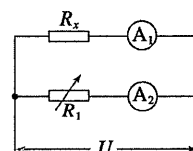


图 24

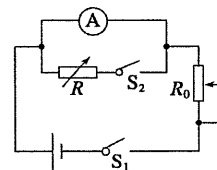
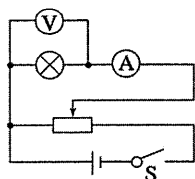


图 25

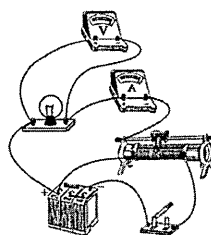
特别提醒 当 $R_0 \gg R_A$ 时, 测量误差小, 此方法比较适合测小阻值的电流表的内阻, 且测量值偏小; 电源电动势应选大些的, 这样 \textcircled{A} 表满偏时 R_0 才足够大, 闭合 S_2 时总电流变化才足够小, 误差才小.

六、实验: 描绘小电珠的伏安特性曲线

1. 实验原理图



甲



乙

2. 实验原理

- (1)测多组小电珠的 U 、 I , 并绘出 $I-U$ 图象;
- (2)由图线的斜率反映电流与电压和温度的关系.

3. 实验器材

小电珠“3.8 V, 0.3 A”、电压表“0~3 V~15 V”、电流表“0~0.6 A~3 A”、滑动变阻器、学生电源、开关、导线若干、坐标纸、铅笔.

4. 实验步骤

(1) 画出电路图(如实验原理图甲).

(2) 将小电珠、电流表、电压表、滑动变阻器、学生电源、开关用导线连接成如实验原理图乙所示的电路.

(3) 测量与记录

移动滑动变阻器触头位置, 测出 12 组左右不同的电压值 U 和电流值 I , 并将测量数据填入自己设计的表格中.

(4) 数据处理

① 在坐标纸上以 U 为横轴, I 为纵轴, 建立直角坐标系.

② 在坐标纸上描出各组数据所对应的点.

③ 将描出的点用平滑的曲线连接起来, 就得到小电珠的伏安特性曲线.

5. 实验器材选取

(1) 原则: ①安全; ②精确; ③操作方便.

(2) 具体要求

① 电源允许的最大电流不小于电路中的实际最大电流. 干电池中电流一般不允许超过 0.6 A.

② 用电器的额定电流不能小于通过该用电器的实际最大电流.

③ 电压表或电流表的量程不能小于被测电压或电流的最大值.

④ 电压表或电流表的指针应偏转到满刻度的 $\frac{1}{3}$ 以上.

⑤ 从便于操作的角度来考虑, 限流式接法要选用与待测电阻相近的滑动变阻器, 分压式接法要选用较小阻值的滑动变阻器.

6. 注意事项

(1) 电路的连接方式:

① 电流表应采用外接法: 因为小电珠(3.8 V, 0.3 A)的电阻很小, 与 0~0.6 A 的电流表串联时, 电流表的分压影响很大.

② 滑动变阻器应采用分压式接法: 小灯泡的电阻会随着电压的升高, 灯丝温度的升高而增大, 所以 $U-I$ 曲线不是直线. 为了反映这一变化过程, 灯泡两端的电压应该由零逐渐增大到额定电压. 所以滑动变阻器必须选用分压接法.

(2) 闭合开关 S 前, 滑动变阻器的触头应移到使小电珠分得电压为零的一端, 使开关闭合时小电珠的电压能从零开始变化, 同时也是为了防止开关刚闭合时因小电珠两端电压过大而烧坏灯丝.

(3) $I-U$ 图线在 $U_0=1.0$ V 左右将发生明显弯曲, 故在 $U=1.0$ V 左右绘点要密, 以防出现较大误差.

(4) 由实验数据作出的 $I-U$ 曲线不是直线, 是弯向 U 轴的曲线, 说明灯丝的电阻随温度升高而增大, 也就说明金属电阻率随温度升高而增大

7. 误差分析

(1)由于电压表不是理想电表,内阻并非无穷大,会带来误差,电流表外接,由于电压表的分流,使测得的电流值大于真实值.

(2)测量时读数带来误差.

(3)在坐标纸上描点、作图带来误差.

考点一 对实验原理和电路设计的考查

【例 1】(2021·天津理综·9(3))要测绘一个标有“3 V 0.6 W”小灯泡的伏安特性曲线,灯泡两端的电压需要由零逐渐增加到 3 V,并便于操作.已选用的器材有:

电池组(电动势为 4.5 V,内阻约 1 Ω);

电流表(量程为 0~250 mA,内阻约 5 Ω);

电压表(量程为 0~3 V,内阻约 3 kΩ);

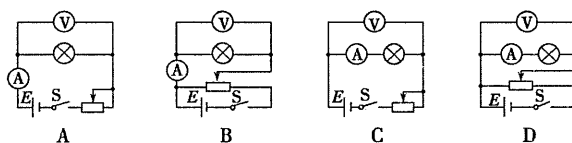
电键一个、导线若干.

①实验中所用的滑动变阻器应选下列中的_____ (填字母代号).

A. 滑动变阻器(最大阻值 20 Ω,额定电流 1 A)

B. 滑动变阻器(最大阻值 1 750 Ω,额定电流 0.3 A)

②实验的电路图应选用下列的图_____ (填字母代号).



③实验得到小灯泡的伏安特性曲线如图 1 所示.如果将这个灯泡接到电动势为 1.5 V、内阻为 5 Ω 的电源两端,小灯泡消耗的功率是_____ W.

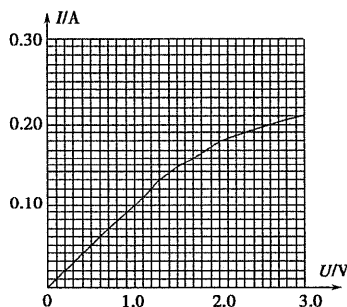


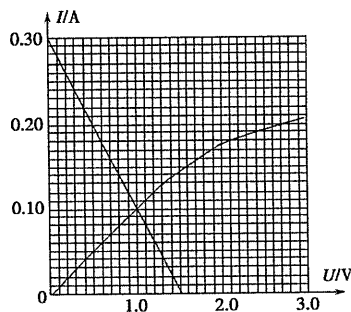
图 1

解析 ①测绘小灯泡的伏安特性曲线,要求能较大范围地测量数据,所以控制电路部分应用分压式接法,滑动变阻器应用最大阻值小额定电流大的 A.

②因为小灯泡两端的电压由零逐渐增加到 3 V,故滑动变阻器应采用分压接法.灯泡的电阻 $R = \frac{U^2}{P} = 15 \Omega$,额定电流 $I = \frac{P}{U} = 0.2 \text{ A}$,由 $R = 15 \Omega < \sqrt{R_A R_V} = \sqrt{15\,000} \Omega$,依据公式法“大内小外”的原则,可知电流表应采用外接法,故选 B.

③在灯泡的 $I-U$ 图上作出电源的 $I-U$ 图线,交点坐标即为这个电源给这个灯泡供电

时的电压和电流, 此时 $P_{\text{灯}} = IU = 0.1 \times 1 \text{ W} = 0.1 \text{ W}$.



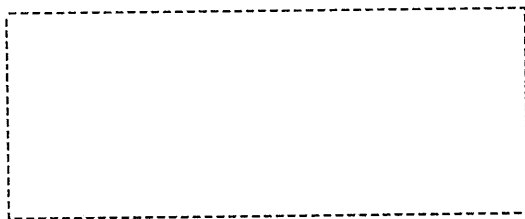
答案 ①A ②B ③0.1

考点二 对实验数据处理与分析的考查

【例 2】物理兴趣小组的同学们从实验室中找到一只小灯泡, 其标称功率值为 0.75 W , 额定电压值已模糊不清. 他们想测定其额定电压值, 于是先用欧姆表直接测出该灯泡的电阻约为 2Ω , 然后根据公式计算出该灯泡的额定电压 $U = \sqrt{PR} = \sqrt{0.75 \times 2} \text{ V} = 1.22 \text{ V}$. 他们怀疑所得电压值不准确, 于是, 再利用下面可供选择的实验器材设计一个电路, 测量通过灯泡的电流和它两端的电压并根据测量数据来绘制灯泡的 $U-I$ 图线, 进而分析灯泡的额定电压.

- A. 电压表 V(量程 3 V , 内阻约 $3 \text{ k}\Omega$)
- B. 电流表 A_1 (量程 150 mA , 内阻约 2Ω)
- C. 电流表 A_2 (量程 500 mA , 内阻约 0.6Ω)
- D. 滑动变阻器 $R_1(0 \sim 20 \Omega)$
- E. 滑动变阻器 $R_2(0 \sim 100 \Omega)$
- F. 电源 E(电动势 4.0 V , 内阻不计)
- G. 开关 S 和导线若干
- H. 待测灯泡 L(额定功率 0.75 W , 额定电压未知)

(1)在下面所给的虚线框中画出他们进行实验的电路原理图, 指出上述器材中, 电流表选择_____ (填“ A_1 ”或“ A_2 ”); 滑动变阻器选择_____ (填“ R_1 ”或“ R_2 ”).



(2)在实验过程中, 该同学将灯泡两端的电压由零缓慢地增加, 当电压达到 1.23 V 时, 发现灯泡亮度很暗, 当达到 2.70 V 时, 发现灯泡已过亮, 便立即断开开关, 并将所测数据记录在下边表格中.

次数	1	2	3	4	5	6	7
U/V	0.20	0.60	1.00	1.40	1.80	2.20	2.70
I/mA	80	155	195	227	255	279	310

请你根据表中实验数据在图 2 中作出灯泡的 $U-I$ 图线.

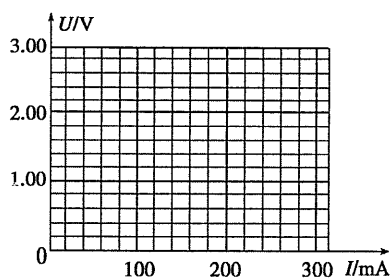
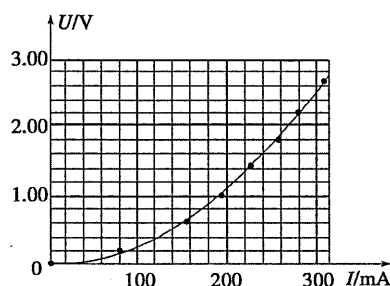


图 2

(3)由图象得出该灯泡的额定电压应为_____V; 这一结果大于 1.23 V, 其原因是

解析 (1)根据 $P = I^2 R$, 估算出灯泡的电流大约是 600 mA, 因此电流表应选 A_2 ; 本实验要描绘出灯泡的 $U-I$ 图线, 需要测量多组数据, 因此滑动变阻器应接成分压式, 所以应选阻值较小的 R_1 ; 小灯泡电阻较小, 电流表应外接;

(2)如图所示

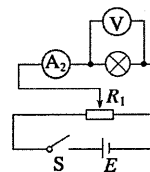


(3)由 $P = UI = 0.75 \text{ W}$, 再结合图象可知 $U_{\text{额}} = 2.5 \text{ V}$; 大于 1.23 V 的原因是灯泡的冷态电阻小于正常工作时的电阻.

答案 (1)电路原理图如图所示 A_2 R_1

(2)见解析图

(3)2.5(2.4~2.6 均可) 灯泡的冷态电阻小于正常工作时的电阻(或灯泡电阻随温度升高而变大)



创新实验设计

描绘小电珠伏安特性曲线实验原理的迁移应用

【例 3】二极管是一种半导体元件, 电路符号为 $\begin{matrix} | & & | \\ \text{---} & & \text{---} \\ & \text{---} & \end{matrix}$, 其特点是具有单向导电性. 某实验小组要对一只二极管正向接入电路时的伏安特性曲线进行测绘探究. 据了解, 该二极管允许通过的最大电流为 50 mA.

(1)该二极管外壳的标识模糊了, 同学们首先用多用电表的电阻挡来判断它的正负极: 当将红表笔接触二极管的左端、黑表笔接触二极管的右端时, 发现指针的偏角比较小, 当交换表笔再次测量时, 发现指针有很大偏转, 由此可判断____(填“左”或“右”)端为二极管的正极.

(2)实验探究中他们可选器材如下:

- A. 直流电源(电动势 3 V, 内阻不计)
- B. 滑动变阻器(0~20 Ω)
- C. 电压表(量程 15 V、内阻约 80 k Ω)
- D. 电压表(量程 3 V、内阻约 30 k Ω)
- E. 电流表(量程 0.6 A、内阻约 1 Ω)
- F. 电流表(量程 50 mA、内阻约 50 Ω)
- G. 待测二极管
- H. 导线、开关

为了提高测量精度, 电压表应选用_____, 电流表应选用_____。(填序号字母)

(3)实验中测得的数据如下表, 请在图 3 坐标纸上画出该二极管的伏安特性曲线.

电流 I/mA	0	0	0.2	1.8	3.9	8.6	14.0	21.8	33.5	50.0
电压 U/V	0	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50	1.75	2.00	2.25	2.50

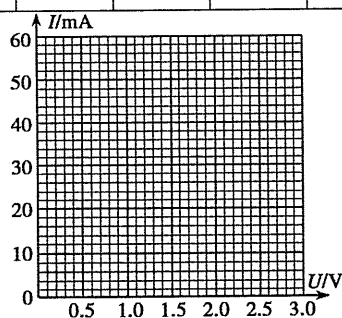
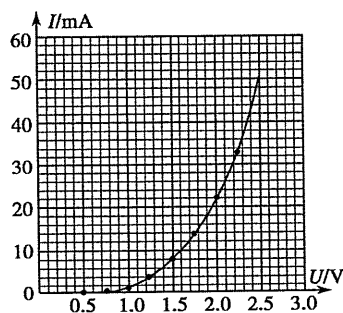


图 3

(4)同学们将该二极管与阻值为 100 Ω 的定值电阻串联后接到输出电压恒为 3 V 的电源两端, 则二极管导通时定值电阻的功率为_____ W.

解析 (1)调到欧姆挡时, 在多用表的内部, 电源的正极是接在黑表笔上, 负极是接在红表笔上; (2)电源电压只有 3 V, 所以电压表选 D; 二极管允许通过的最大电流为 50 mA, 所以电流表选 F.(4)在图中画出阻值为 100 Ω 的定值电阻的伏安特性图象, 从图中找出两图象电流相同且电压之和等于 3 V 时的电流值大约是 13 mA, 则 R 的功率 $P = I^2 R \approx 0.017 \text{ W}$.

答案 (1)左(2) D F (3)伏安特性曲线如图所示 (4)0.017(在 0.015~0.019 范围内均可)



电学实验电路设计的思路与方法

1. 首先应明确题目的要求，看清题目要求测定什么物理量，验证、探究什么物理规律，或要求设计达到何种标准的电路等。其设计原则是：安全、方便、经济。
2. 在测量电路中，一般有电流表内接和外接两种方式，对于给定电表内阻的情况，应先比较 R_0 与待测电阻 R_x 的关系，其中 $R_0 = \sqrt{R_A R_V}$ ，若 $R_x > R_0$ ，则设计为内接；若 $R_x < R_0$ ，则设计为外接；若电表量程不合适，往往还要用定值电阻对电表进行改装。
3. 控制电路分滑动变阻器的分压式和限流式两种接法，两种接法的选择方法如下：
 - (1) 若采用限流式接法不能控制电流(或电压)满足实验要求，即若滑动变阻器阻值调到最大时，待测电阻上的电流(或电压)仍超过电流表(或电压表)的量程，或超过待测电阻的额定电流(或电压)，则必须选用分压式接法。
 - (2) 若待测电阻的阻值比滑动变阻器的最大电阻大得多，以致在限流电路中，滑动变阻器的滑片从一端滑到另一端时，待测电阻上的电流或电压变化范围不够大，此时，应改用分压电路。
 - (3) 若实验中要求测量电路中电压从零开始变化，则必须采用分压式接法。
 - (4) 两种电路均可使用的情况下，应优先采用限流式接法，因为限流式接法电路简单、耗能低。

【例 4】 二极管是电子线路中常用的电子元件。它的电路符号如图 4 甲所示，正常使用时，“+”极一端接高电势，“-”极一端接低电势。要描绘某二极管在 $0 \sim 8 \text{ V}$ 间的伏安特性曲线，另提供有下列的实验器材：电源 E (电动势为 8 V ，内阻不计)；多用电表电压挡有五个量程，分别为 2.5 V 、 10 V 、 50 V 、 250 V 、 500 V ，可视为理想电压表；开关一个；滑动变阻器一个； mA 表一块；导线若干。

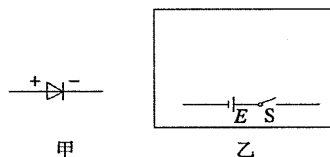


图 4

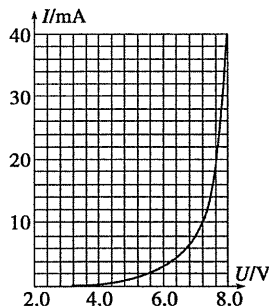


图 5

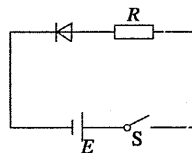


图 6

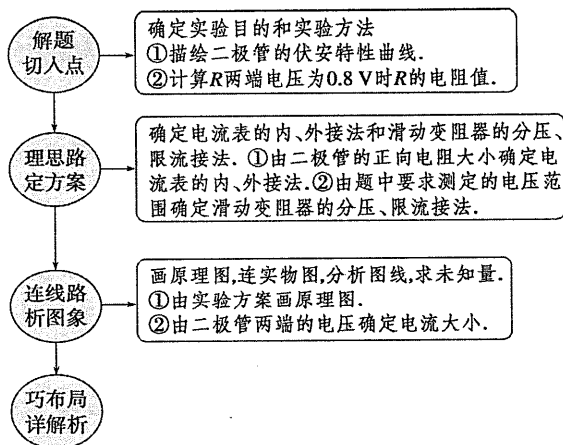
(1) 在图 4 的方框内画出测定二极管伏安特性曲线的电路原理图，多用电表在电路图中

用 V 表示，并注明多用电表电压挡所选量程。

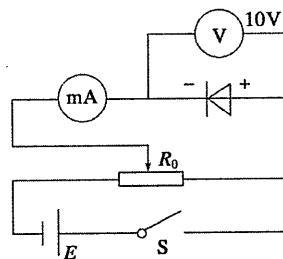
(2)利用多用电表电压挡测量正常使用中的二极管两端的电压时，电流从_____ (选填“红”或“黑”)表笔流入电表。

(3)某同学通过实验得出了图 5 所示的伏安特性曲线图。接着，他又用该二极管、电源 E 和另一只固定电阻 R 等组成图 6 所示的电路，当闭合开关后，用多用电表的电压挡测得 R 两端的电压为 0.8 V ，由此可以判断固定电阻 R 的阻值大约为_____ Ω 。

审题与关联



解析 (1)由题意可知电流正向通过二极管时，二极管的电阻较小，故 mA 表应外接，由于要描绘二极管在 $0\sim 8\text{ V}$ 间的伏安特性曲线，故滑动变阻器应采用分压式接法，电源电动势为 8 V ，故多用电表的电压挡选 10 V 的。电路图如图所示。



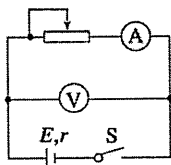
(2)利用多用电表电压挡测量正常使用中的二极管两端的电压时，电流从红表笔流入多用电表。

(3)由闭合电路欧姆定律可知二极管两端的电压为 7.2 V ，据伏安特性曲线图可知二极管两端的电压为 7.2 V 时对应的电流是 10 mA ，故电阻 R 的阻值大约为 $80\ \Omega$ 。

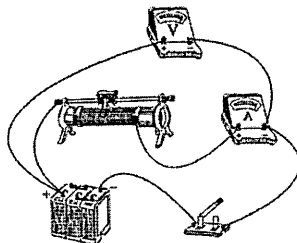
答案 (1)见解析图 (2)红 (3)80

“测电源的电动势和内阻”模型(实验)

1.实验原理图



甲



乙

2.实验目的

- (1)测电源的电动势和内电阻
- (2)加深对闭合电路欧姆定律的理解

3. 实验原理

(1) 实验依据：闭合电路欧姆定律。

(2) E 和 r 的求解：由 $U=E-Ir$ 得 $\begin{cases} U_1=E-I_1r \\ U_2=E-I_2r \end{cases}$ ，解得 E 、 r 。

(3) 用作图法处理数据，如图 1 所示。

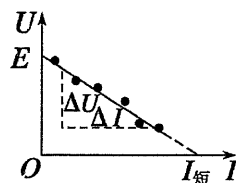


图 1

①图线与纵轴交点为 E ；②图线与横轴交点为 $I_{\text{短}}=\frac{E}{r}$ ；③图线的斜率表示 $r=\left|\frac{\Delta U}{\Delta I}\right|$ 。

4. 实验器材

电池、电压表、电流表、滑动变阻器、开关、导线、坐标纸和刻度尺。

5. 基本操作

(1) 电流表用 0.6 A 量程，电压表用 3 V 量程，按实验原理图连接好电路。

(2) 把变阻器的滑片移动到使阻值最大的一端。

(3) 闭合开关，调节变阻器，使电流表有明显示数并记录一组数据(I_1 、 U_1)。用同样的方法再测量几组 I 、 U 值。填入表格中。

(4) 断开开关，拆除电路，整理好器材。

6. 实验数据求 E 、 r 的处理方法

(1) 列多个方程组求解，再求 E 、 r 的平均值。

(2) 图象法处理：以路端电压 U 为纵轴，干路电流 I 为横轴，建系、描点、连线，纵轴截距为电动势 E ，直线斜率 k 的绝对值为内阻 r 。

7. 注意事项

(1) 为了使路端电压变化明显，可使用内阻较大的旧电池。

(2) 电流不要过大，应小于 0.5 A，读数要快。

(3) 要测出不少于 6 组的(U 、 I)数据，变化范围要大些。

(4) 若 $U-I$ 图线纵轴刻度不从零开始，则图线和横轴的交点不再是短路电流，内阻应根据 $r=\left|\frac{\Delta U}{\Delta I}\right|$ 确定。

(5) 电流表要内接(因为 r 很小)。

8. 误差来源

(1) 偶然误差：用图象法求 E 和 r 时作图不准确。

(2) 系统误差：电压表分流。

考点一 对实验原理与操作的考查

【例 1】 图 2 甲是利用两个电流表 A_1 和 A_2 测量干电池电动势 E 和内阻 r 的电路原理图。图中 S 为开关， R 为滑动变阻器，固定电阻 R_1 的阻值和电流表 A_1 的内阻之和为 10 000 Ω (比 r 和滑动变阻器的总电阻都大得多)， A_2 为理想电流表。

(1) 按电路原理图在图乙虚线框内各实物图之间画出连线完成实物电路图。

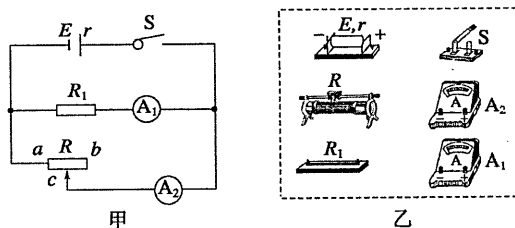


图 2

(2)在闭合开关 S 前, 将滑动变阻器的滑动端 c 移动至____(填“ a 端”、“中央”或“ b 端”)。

(3)闭合开关 S, 移动滑动变阻器的滑动端 c 至某一位置, 读出电流表①和②的示数 I_1 和 I_2 。多次改变滑动端 c 的位置, 得到的数据为

I_1/mA	0.120	0.125	0.130	0.135	0.140	0.145
I_2/mA	480	400	320	232	140	68

在图 3 所示的坐标纸上以 I_1 为纵坐标、 I_2 为横坐标画出所对应的 I_1-I_2 图线。

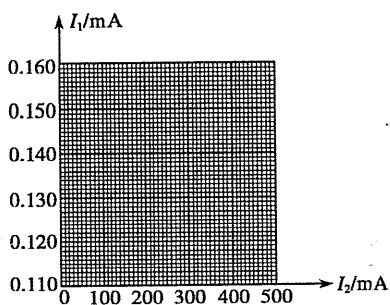


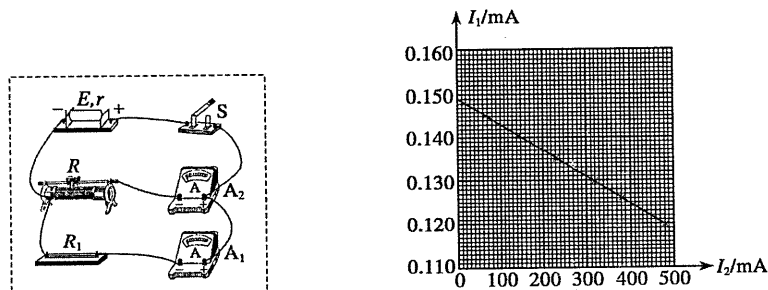
图 3

(4)利用所得图线求得电源的电动势 $E=$ _____ V, 内阻 $r=$ _____ Ω 。(保留两位小数)

(5)该电路中电源输出的短路电流 $I_{\text{短}}=$ _____ A。

解析 本题主要考查了实物图连接、实验注意事项、数据处理, 本实验是用两个电流表测定电源的电动势和内阻, 实质是将电流表①与一定值电阻串联, 改装成电压表使用。

(1)实物连接如图所示



(2)实验前应使滑动变阻器接入电路的电阻最大, 因此应使滑片移到 b 端。

(3)作 I_1-I_2 图象如图所示

(4) 电动势 $E = I_1'$ (图象与纵轴截距) $\times 10\ 000\ \text{V} = 1.49\ \text{V}$, 电源的内阻 $r = |k|$ (图象斜率) $\times 10\ 000\ \Omega = 0.60\ \Omega$.

(5) 电源输出的短路电流 $I_{\text{短}} = \frac{E}{r} \approx 2.5\ \text{A}$.

答案 (1) 见解析 (2) b 端 (3) 见解析 (4) 1.49(1.48 ~ 1.50) 0.60(0.55 ~ 0.65)
(5) 2.5(2.3 ~ 2.7)

考点二 对数据处理与图象应用的考查

【例 2】某中学生课外科技活动小组利用铜片、锌片和家乡盛产的柑橘制作了果汁电池, 他们测量这种电池的电动势 E 和内阻 r , 并探究电极间距对 E 和 r 的影响. 实验器材如图 4 所示.

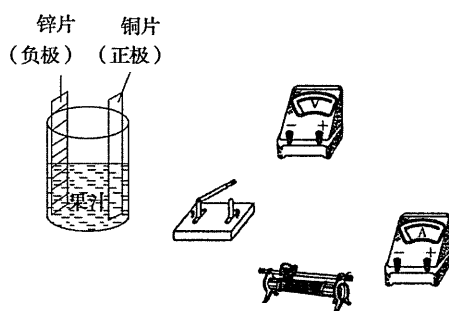


图 4

(1) 测量 E 和 r 的实验方案为: 调节滑动变阻器, 改变电源两端的电压 U 和流过电源的电流 I , 依据公式 _____, 利用测量数据作出 $U-I$ 图象, 得出 E 和 r .

(2) 将电压表视为理想表, 要求避免电流表分压作用对测量结果的影响, 请在图 4 中用笔画线代替导线连接电路.

(3) 实验中依次减小铜片与锌片的间距, 分别得到相应果汁电池的 $U-I$ 图象如图 5 中 (a)、(b)、(c)、(d) 所示, 由此可知:

在该实验中, 随电极间距的减小, 电源电动势 _____ (填“增大”、“减小”或“不变”), 电源内阻 _____ (填“增大”、“减小”或“不变”).

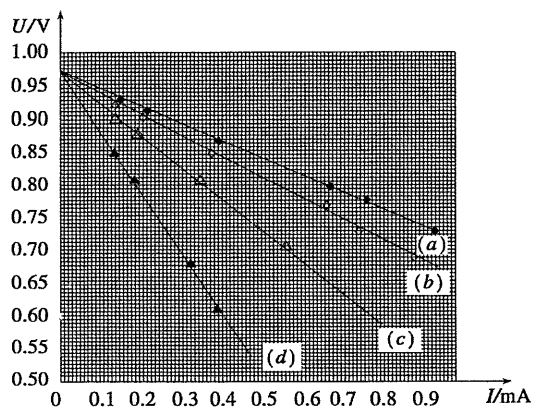


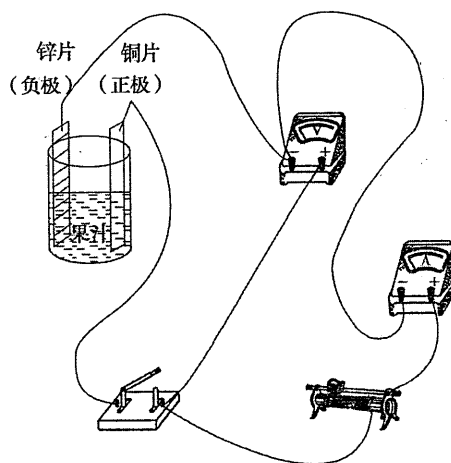
图 5

解析 (1)本题是利用伏安法测电源的电动势和内阻,由 $E = U + Ir$ 得 $U = E - Ir$.

(2)连接电路图要从电源正极出发,先连接串联部分,最后再进行并联,并注意电压表、电流表的正、负接线柱,以防接反.

(3)在电源的 $U-I$ 图象中,纵轴截距表示电源电动势,斜率的绝对值表示电源的内阻,由题图可得,电极间距减小时,电源电动势不变,内阻增大.

答案 (1) $U = E - Ir$ (2)如图所示



(3)不变 增大

创新实验设计

测定电源的电动势和内阻的其他几种方法

1. 安阻法: 用一个电流表和电阻箱测量, 电路如图 6 所示, 测量原理为: $E = I_1(R_1 + r)$, $E = I_2(R_2 + r)$, 由此可求出 E 和 r , 此种方法测得的电动势无偏差, 但内阻偏大.

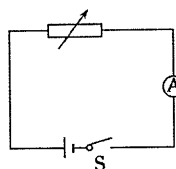


图 6

2. 伏阻法: 用一个电压表和电阻箱测量, 电路如图 7 所示, 测量原理为: $E = U_1 + \frac{U_1}{R_1}r$, $E = U_2 + \frac{U_2}{R_2}r$. 由此可求出 r 和 E , 此种方法测得的电动势和内阻均偏小.

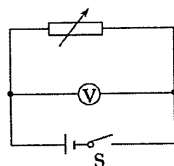


图 7

3. 伏伏法: 用两个电压表可测得电源的电动势, 电路如图 8 所示. 测量方法为: 断开 S ,

测得 V_1 、 V_2 的示数分别为 U_1 、 U_2 ，此时， $E=U_1+U_2+\frac{U_1}{R_V}r$ ， R_V 为 V_1 的内阻；再闭合 S， V_1 的示数为 U_1' ，此时 $E=U_1'+\frac{U_1'}{R_V}r$ ，解方程组可求得 E 、 r 。

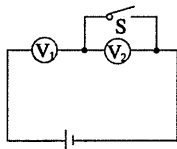


图 8

4. 粗测法：用一只电压表粗测电动势，直接将电压表接在电源两端，所测值近似认为是电源的电动势，此时 $U=\frac{ER_V}{R_V+r}\approx E$ ，需满足 $R_V\gg r$ 。

【例 3】某同学要用电阻箱和电压表测量某水果电池组的电动势和内阻，考虑到水果电池组的内阻较大，为了提高实验的精确度，需要测量电压表的内阻。实验器材中恰好有一块零刻度在中央的双向电压表，该同学便充分利用这块电压表，设计了如图 9 所示的实验电路，既能实现对该电压表的内阻的测量，又能利用该表完成水果电池组电动势和内阻的测量。他用到的实验器材有：

待测水果电池组(电动势约 4 V，内阻约 $50\ \Omega$)、双向电压表(量程为 2 V，内阻约为 $2\ \text{k}\Omega$)、电阻箱($0\sim 9\ 999\ \Omega$)、滑动变阻器($0\sim 200\ \Omega$)，一个单刀双掷开关及若干导线。

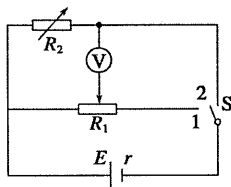


图 9

(1)该同学按如图 9 所示电路图连线后，首先测出了电压表的内阻。请完善测量电压表内阻的实验步骤：①将 R_1 的滑动触头滑至最左端，将 S 拨向 1 位置，将电阻箱阻值调为 0；

②调节 R_1 的滑动触头，使电压表示数达到满偏；

③保持_____不变，调节 R_2 ，使电压表的示数达到_____；

④读出电阻箱的阻值，记为 R_2 ，则电压表的内阻 $R_V=_____$ 。

(2)若测得电压表内阻为 $2\ \text{k}\Omega$ ，可分析此测量值应_____真实值。(填“大于”、“等于”或“小于”)

(3)接下来测量水果电池组的电动势和内阻，实验步骤如下：

①将开关 S 拨至_____ (填“1”或“2”)位置，将 R_1 的滑动触片移到最_____端，不再移动；

②调节电阻箱的阻值，使电压表的示数达到一个合适值，记录下电压表的示数和电阻箱

的阻值;

③重复步骤②,记录多组电压表的示数及对应的电阻箱的阻值.

(4)若将电阻箱与电压表并联后的阻值记录为 R ,作出 $\frac{1}{U}-\frac{1}{R}$ 图象,则可消除系统误差,

如图 10 所示,其中纵截距为 b ,斜率为 k ,则电动势的表达式为_____,内阻的表达式为_____.

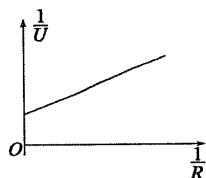


图 10

解析 (1)由题图可知,当 S 拨向 1 位置,滑动变阻器 R_1 在电路中为分压式接法,利用电压表的半偏法得:调节 R_1 使电压表满偏,保持 R_1 不变, R_2 与电压表串联,调节 R_2 使电压表的示数达到半偏(或最大值的一半),则电压表的内阻 R_1 与电阻箱示数 R_2 相同.(2)由闭合电路欧姆定律可知,调节 R_2 变大使电压表达达到半偏的过程中,总电阻值变大,干路总电流变小,由 $E = Ir + U_{外}$ 得 $U_{外}$ 变大,由电路知 $U_{外} = U_{并} + U_{右}$,变阻器的滑动触头右侧分得的电压 $U_{右} = IR_{右}$ 变小,则 $U_{并}$ 变大,电压表半偏时, R_2 上分得的电压就会大于电压表上分得的电压,那么 R_2 的阻值就会大于电压表的阻值.(3)测水果电池组的电动势和内阻,利用伏阻法, S 拨到 2,同时将 R_1 的滑动触头移到最左端.利用 $E = U_1 + \frac{U_1}{R_2}r$, $E = U_1' + \frac{U_1'}{R_2'}r$, 联合求 E 、 r .(4)由闭合电路欧姆定律得 $E = U + \frac{U}{R}r$,

变形得 $\frac{1}{U} = \frac{r}{E} \frac{1}{R} + \frac{1}{E}$, $\frac{r}{E} = k$, $\frac{1}{E} = b$, 得 $E = \frac{1}{b}$, $r = \frac{k}{b}$.

答案 (1)③ R_1 半偏(或最大值的一半) ④ R_2 (2)大于

(3)① 2 左 (4) $E = \frac{1}{b}$ $r = \frac{k}{b}$

“电场”模型之电场力

一、电场强度

1. 静电场

(1)电场是存在于电荷周围的一种物质,静电荷产生的电场叫静电场.

(2)电荷间的相互作用是通过电场实现的.电场的基本性质是对放入其中的电荷有力的作用.

2. 电场强度

(1)物理意义:表示电场的强弱和方向.

(2)定义:电场中某一点的电荷受到的电场力 F 跟它的电荷量 q 的比值叫做该点的电场强度.

(3)定义式: $E = \frac{F}{q}$.

(4)标矢性: 电场强度是矢量, 正电荷在电场中某点受力的方向为该点电场强度的方向, 电场强度的叠加遵从平行四边形定则.

二、电场线

1. 定义:

为了直观形象地描述电场中各点电场强度的大小及方向, 在电场中画出一系列的曲线, 使曲线上各点的切线方向表示该点的电场强度方向, 曲线的疏密表示电场强度的大小.

2. 特点:

- (1)电场线从正电荷或无限远处出发, 终止于负电荷或无限远处;
- (2)电场线在电场中不相交;
- (3)在同一电场里, 电场线越密的地方场强越大;
- (4)电场线上某点的切线方向表示该点的场强方向;
- (5)沿电场线方向电势逐渐降低;
- (6)电场线和等势面在相交处互相垂直.

3. 几种典型电场的电场线(如图 3 所示).

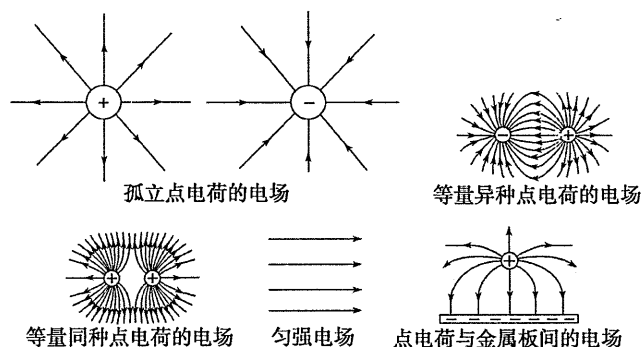


图 3

4. 电场线与电荷运动的轨迹

(1)电荷运动的轨迹与电场线一般不重合. 若电荷只受电场力的作用, 在以下条件均满足的情况下两者重合:

- ①电场线是直线.
- ②电荷由静止释放或有初速度, 且初速度方向与电场线方向平行.

(2)由粒子运动轨迹判断粒子运动情况:

- ①粒子受力方向指向曲线的内侧, 且与电场线相切.
- ②由电场线的疏密判断加速度大小.
- ③由电场力做功的正负判断粒子动能的变化.

考点一 电场强度的计算

1. 场强的公式

$$\text{三个公式} \left\{ \begin{array}{l} E = \frac{F}{q} \left\{ \begin{array}{l} \text{适用于任何电场} \\ \text{与检验电荷是否存在无关} \end{array} \right. \\ E = \frac{kQ}{r^2} \left\{ \begin{array}{l} \text{适用于点电荷产生的电场} \\ Q \text{ 为场源电荷的电荷量} \end{array} \right. \\ E = \frac{U}{d} \left\{ \begin{array}{l} \text{适用于匀强电场} \\ U \text{ 为两点间的电势差, } d \text{ 为沿电场方向两} \\ \text{点间的距离} \end{array} \right. \end{array} \right.$$

2. 电场的叠加

(1) 电场叠加: 多个电荷在空间某处产生的电场强度为各电荷单独在该处所产生的电场强度的矢量和.

(2) 运算法则: 平行四边形定则.

【例 1】 $N(N>1)$ 个电荷量均为 $q(q>0)$ 的小球, 均匀分布在半径为 R 的圆周上, 如图 4 所示. 若移去位于圆周上 P 点(图中未标出)的一个小球, 则圆心 O 点处的电场强度大小为 _____, 方向 _____. (已知静电力常量为 k)

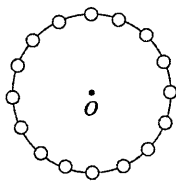


图 4

解析 P 点的带电小球在圆心 O 处的电场强度大小为 $E_1 = k\frac{q}{R^2}$, 方向沿 PO 指向 O ; N 个小球在 O 点处电场强度叠加后, 合场强为零; 移去 P 点的小球后, 则剩余 $N-1$ 个小球在圆心 O 处的电场强度与 P 点的小球在圆心 O 处的电场强度等大反向, 即 $E = E_1 = k\frac{q}{R^2}$, 方向沿 OP 指向 P .

答案 $\frac{kq}{R^2}$ 沿 OP 指向 P

方法总结

利用补偿法和对称法求电场强度

(1) 补偿法: 题给条件建立的模型不是一个完整的标准模型, 比如说模型 A , 这时需要给原来的问题补充一些条件, 由这些补充条件建立另一个容易求解的模型 B , 并且模型 A 与模型 B 恰好组成一个完整的标准模型, 这样求解模型 A 的问题就变为求解一个完整的标准模型与模型 B 的差值问题.

(2) 对称法: 利用带电体(如球体、薄板等)产生的电场具有对称性的特点来求电场强度的

考点二 两个等量点电荷电场的分布

等量同种点电荷和等量异种点电荷的电场线的比较

比较项目	等量异种点电荷	等量同种点电荷
电场线分布图		
连线上O点的场强	连线上O点场强最小, 指向负电荷一方	为零
连线上的场强大小 (从左到右)	沿连线先变小, 再变大	沿连线先变小, 再变大
沿中垂线由O点向外场强大小	O点最大, 向外逐渐减小	O点最小, 向外先变大后变小
关于O点对称的A与A'、B与B'的场强	等大同向	等大反向

【例 2】如图 7 所示, 两个带等量负电荷的小球 A、B(可视为点电荷), 被固定在光滑的绝缘水平面上, P、N 是小球 A、B 连线的水平中垂线上的两点, 且 $PO=ON$. 现将一个电荷量很小的带正电的小球 C(可视为质点)由 P 点静止释放, 在小球 C 向 N 点运动的过程中, 下列关于小球 C 的说法可能正确的是 ()

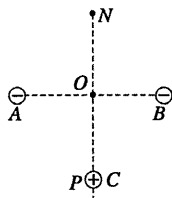


图 7

- A. 速度先增大, 再减小
- B. 速度一直增大
- C. 加速度先增大再减小, 过 O 点后, 加速度先减小再增大
- D. 加速度先减小, 再增大

解析 在 AB 的中垂线上, 从无穷远处到 O 点, 电场强度先变大后变小, 到 O 点变为零, 故正电荷受库仑力沿连线的中垂线运动时, 电荷的加速度先变大后变小, 速度不断增大, 在 O 点加速度变为零, 速度达到最大; 由 O 点到无穷远处时, 速度变化情况与另一侧速度的变化情况具有对称性. 如果 P、N 相距很近, 加速度则先减小, 再增大.

答案 AD

【突破训练 3】如图 8 所示, a、b 两点处分别固定有等量异种点电荷 $+Q$ 和 $-Q$, c 是线段 ab 的中点, d 是 ac 的中点, e 是 ab 的垂直平分线上的一点, 将一个正点电荷先后放在

d 、 c 、 e 点，它所受的电场力分别为 F_d 、 F_c 、 F_e ，则下列说法中正确的是 ()

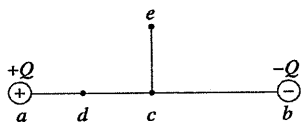
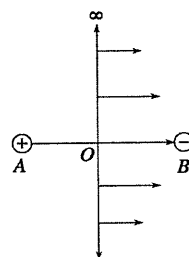


图 8

- A. F_d 、 F_c 、 F_e 的方向都是水平向右
- B. F_d 、 F_c 的方向水平向右， F_e 的方向竖直向上
- C. F_d 、 F_e 的方向水平向右， $F_c=0$
- D. F_d 、 F_c 、 F_e 的大小都相等

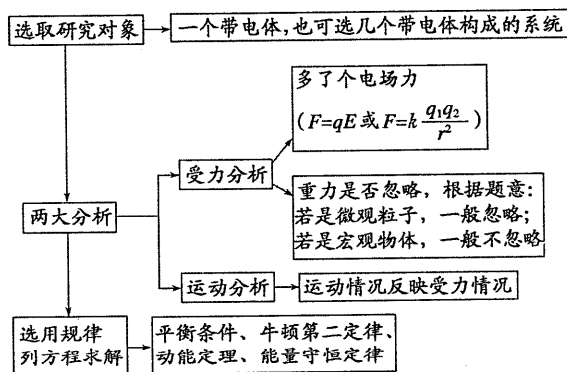
答案 A

解析 根据场强叠加原理，等量异种点电荷连线及中垂线上的电场线分布如图所示， d 、 c 、 e 三点场强方向都是水平向右，正点电荷在各点受电场力方向与场强方向相同可得到 A 正确，B、C 错误；连线上场强由 A 到 B 先减小后增大，中垂线上由 O 到无穷远处逐渐减小，因此 O 点场强是连线上最小的(但不为 0)，是中垂线上最大的，故 $F_d > F_c > F_e$ ，故 D 错误。



带电体的力电综合问题的分析方法

1. 基本思路



2. 运动情况反映受力情况

- (1) 物体静止(保持): $F_{\text{合}} = 0$.
- (2) 做直线运动
 - ① 匀速直线运动, $F_{\text{合}} = 0$.
 - ② 变速直线运动: $F_{\text{合}} \neq 0$, 且 $F_{\text{合}}$ 与速度方向总是一致.
- (3) 做曲线运动: $F_{\text{合}} \neq 0$, $F_{\text{合}}$ 与速度方向不在一条直线上, 且总指向运动轨迹曲线凹的一侧.
- (4) $F_{\text{合}}$ 与 v 的夹角为 α , 加速运动: $0^\circ \leq \alpha < 90^\circ$; 减速运动: $90^\circ < \alpha \leq 180^\circ$.
- (5) 匀变速运动: $F_{\text{合}} = \text{恒量}$.

【例 3】如图 10 所示,一根长为 $L=1.5\text{ m}$ 的光滑绝缘细直杆 MN 竖直固定在电场强度大小为 $E=1.0\times 10^5\text{ N/C}$ 、与水平方向成 $\theta=30^\circ$ 角的斜向上的匀强电场中,杆的下端 M 固定一个带电小球 A , 带电荷量为 $Q=+4.5\times 10^{-6}\text{ C}$; 另一带电小球 B 穿在杆上可自由滑动, 带电荷量为 $q=+1.0\times 10^{-6}\text{ C}$, 质量为 $m=1.0\times 10^{-2}\text{ kg}$. 现将小球 B 从杆的 N 端由静止释放, 小球 B 开始运动. (静电力常量 $k=9.0\times 10^9\text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$, $g=10\text{ m/s}^2$)

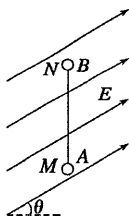
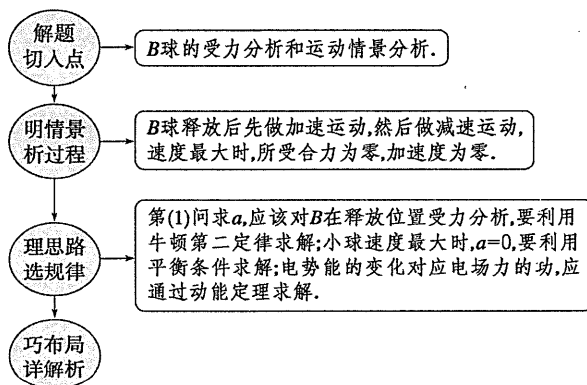


图 10

- (1) 求小球 B 开始运动时的加速度 a ;
- (2) 当小球 B 的速度最大时, 求小球距 M 端的高度 h_1 ;
- (3) 若小球 B 从 N 端运动到距 M 端的高度为 $h_2=0.61\text{ m}$ 时, 速度 $v=1.0\text{ m/s}$, 求此过程中小球 B 电势能的改变量 ΔE_p .

审题与关联



解析 (1) 开始运动时小球 B 受重力、库仑力、杆的弹力和电场力, 沿杆的方向运动, 由牛顿第二定律得

$$mg - \frac{kQq}{L^2} - qE\sin\theta = ma, \text{ 解得 } a = 3.2\text{ m/s}^2$$

(2) 小球 B 速度最大时受到的合力为零, 即

$$\frac{kQq}{h_1^2} + qE\sin\theta = mg$$

代入数据得 $h_1 = 0.9\text{ m}$

(3) 小球 B 在从开始运动到速度为 v 的过程中, 设重力做功为 W_1 , 电场力做功为 W_2 , 库仑力做功为 W_3 , 则根据动能定理得

$$W_1 + W_2 + W_3 = \frac{1}{2}mv^2$$

$$W_1 = mg(L - h_2)$$

又由功能关系知 $\Delta E_p = |W_2 + W_3|$

代入数据得 $\Delta E_p = 8.4 \times 10^{-2} \text{ J}$

答案 (1) 3.2 m/s^2 (2) 0.9 m (3) $8.4 \times 10^{-2} \text{ J}$

“电场”模型之电场能的性质

一、电场力做功与电势能

1. 电场力做功的特点

(1) 在电场中移动电荷时，电场力做功与路径无关，只与初末位置有关，可见电场力做功与重力做功相似。

(2) 在匀强电场中，电场力做的功 $W = Eqd$ ，其中 d 为沿电场线方向的位移。

2. 电势能

(1) 定义：电荷在电场中具有的电势能。电荷在某点的电势能，等于把它从该点移到零势能位置时电场力所做的功。

(2) 电场力做功与电势能变化的关系

电场力做的功等于电势能的减少量，即 $W_{AB} = E_{pA} - E_{pB}$ 。

(3) 电势能的相对性：电势能是相对的，通常把电荷在离场源电荷无限远处的电势能规定为零，或把电荷在大地表面上的电势能规定为零。

二、电势

1. 电势

(1) 定义：电荷在电场中某一点的电势能与它的电荷量的比值。

(2) 定义式： $\varphi = \frac{E_p}{q}$ 。

(3) 标矢性：电势是标量，其大小有正负之分，其正(负)表示该点电势比电势零点高(低)。

(4) 相对性：电势具有相对性，同一点的电势因零电势点的选取的不同而不同。

(5) 沿着电场线方向电势逐渐降低。

2. 等势面

(1) 定义：电场中电势相等的各点构成的面。

(2) 特点

① 电场线跟等势面垂直，即场强的方向跟等势面垂直。

② 在等势面上移动电荷时电场力不做功。

③ 电场线总是从电势高的等势面指向电势低的等势面。

④ 等差等势面越密的地方电场强度越大；反之越小。

⑤ 任意两等势面不相交。

三、电势差

1. 电势差：电荷 q 在电场中 A 、 B 两点间移动时，电场力所做的功 W_{AB} 跟它的电荷量 q 的比值，叫做 A 、 B 间的电势差，也叫电压。

$$\text{公式： } U_{AB} = \frac{W_{AB}}{q}.$$

2. 电势差与电势的关系： $U_{AB} = \varphi_A - \varphi_B$ ，电势差是标量，可以是正值，也可以是负值，而且有 $U_{AB} = -U_{BA}$ 。

3. 电势差 U_{AB} 由电场中 A 、 B 两点的位置决定，与移动的电荷 q 、电场力做的功 W_{AB} 无关，与零电势点的选取也无关。

4. 电势差与电场强度的关系：匀强电场中两点间的电势差等于电场强度与这两点沿电场线方向的距离的乘积。即 $U = Ed$ ，也可以写作 $E = \frac{U}{d}$ 。

考点一 电势高低及电势能大小的判断方法

1. 比较电势高低的方法

(1) 沿电场线方向，电势越来越低。

(2) 判断出 U_{AB} 的正负，再由 $U_{AB} = \varphi_A - \varphi_B$ ，比较 φ_A 、 φ_B 的大小，若 $U_{AB} > 0$ ，则 $\varphi_A > \varphi_B$ ，若 $U_{AB} < 0$ ，则 $\varphi_A < \varphi_B$ 。

2. 电势能大小的比较方法

做功判断法

电场力做正功，电荷(无论是正电荷还是负电荷)从电势能较大的地方移向电势能较小的地方，反之，如果电荷克服电场力做功，那么电荷将从电势能较小的地方移向电势能较大的地方。

特别提醒 其他各种方法都是在此基础上推理出来的，最终还要回归到电场力做功与电势能的变化关系上。

- 【例 1】如图 2 所示， a 、 b 、 c 、 d 分别是一个菱形的四个顶点， $\angle abc = 120^\circ$ 。现将三个等量的正点电荷 $+Q$ 固定在 a 、 b 、 c 三个顶点上，将一个电荷量为 $+q$ 的点电荷依次放在菱形中心点 O 点和另一个顶点 d 点，两点相比 ()

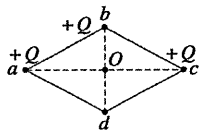


图 2

- A. $+q$ 在 d 点所受的电场力较大
 B. $+q$ 在 d 点所具有的电势能较大
 C. d 点的电场强度大于 O 点的电场强度
 D. d 点的电势低于 O 点的电势

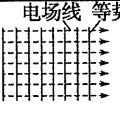

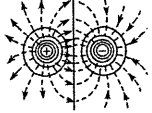
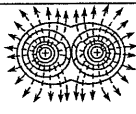
解析 a 、 c 两个顶点的点电荷在菱形中心点 O 点产生的电场抵消，设 b 、 O 两点之间

距离为 x ，则固定于 b 顶点的点电荷在菱形中心点 O 点产生的电场强度为 kQ/x^2 ； a 、 b 、 c 三个顶点的点电荷在顶点 d 点产生的电场强度为 $kQ/(2x)^2 + [2kQ/(2x)^2] \times \cos 60^\circ = kQ/2x^2$ ，方向由 O 指向 d ，显然， d 点电场强度比 O 点小，而 $F=qE$ ，则 $+q$ 在 d 点所受的电场力较小，选项 A、C 错误；根据沿着电场线方向电势逐渐降低的规律可知， O 点电势高于 d 点， $+q$ 在 d 点所具有的电势能较小，选项 B 错误，选项 D 正确。

答案 D

考点二 电场线、等势面及带电粒子的运动轨迹问题

1. 几种常见的典型电场的等势面比较

电场	等势面(实线)图样	重要描述
匀强电场		垂直于电场线的一簇平面
点电荷的电场		以点电荷为球心的一簇球面
等量异种点电荷的电场		连线的中垂线上的电势为零
等量同种正点电荷的电场		连线上，中点电势最低，而在中垂线上，中点电势最高

2. 带电粒子在电场中运动轨迹问题的分析方法

- (1) 从轨迹的弯曲方向判断受力方向(轨迹向合外力方向弯曲)，从而分析电场方向或电荷的正负；
- (2) 结合轨迹、速度方向与静电力的方向，确定静电力做功的正负，从而确定电势能、电势和电势差的变化等；
- (3) 根据动能定理或能量守恒定律判断动能的变化情况。

【例 2】如图 4 所示，一带电粒子在两个固定的等量正电荷的电场中运动，图中的实线为等势面，虚线 ABC 为粒子的运动轨迹，其中 B 点是两点电荷连线的中点， A 、 C 位于同一等势面上。下列说法正确的是 ()

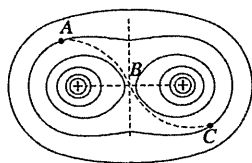


图 4

A. 该粒子可能带正电

- B. 该粒子经过 B 点时的速度最大
- C. 该粒子经过 B 点时的加速度一定为零
- D. 该粒子在 B 点的电势能小于在 A 点的电势能

解析 从该电荷的运动轨迹看, 固定电荷对它有吸引力, 由固定电荷带正电可知, 该运动电荷一定带负电, 故 A 错误; 因为运动电荷从 A 到 B 的过程中, 只受电场力且电场力先做正功后做负功, 由动能定理知: 动能先增加后减小, 故 B 点的动能不是最大, 则经过 B 点时的速度不是最大, 故 B 错误; B 点是两点电荷连线的中点, 合场强为零, 故运动电荷受力为零, 则加速度为零, C 正确; 因为离正电荷越远, 电势越低, 即 $\varphi_A < \varphi_B$, 因粒子带负电, 由 $E_p = q\varphi$ 得, $E_{pA} > E_{pB}$, 故 D 项正确.

答案 CD

技巧方法

带电粒子运动轨迹类问题的解题技巧

- (1)判断速度方向: 带电粒子的轨迹的切线方向为该点处的速度方向.
- (2)判断电场力(或场强)的方向: 仅受电场力作用时, 带电粒子所受电场力方向指向轨迹曲线的凹侧, 再根据粒子的正负判断场强的方向.
- (3)判断电场力做功的正负及电势能的增减: 若电场力与速度方向成锐角, 则电场力做正功, 电势能减少; 若电场力与速度方向成钝角, 则电场力做负功, 电势能增加.

【突破训练 2】如图 5 所示, A 、 B 两点是粒子在匀强电场中运动时经过的两个点, 平行直线表示电场线, 但方向未知, 整个过程中只有电场力做功. 已知粒子在 A 点的动能比 B 点大, 则下列说法中正确的是 ()

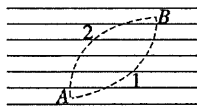


图 5

- A. 无论粒子是从 A 到 B , 还是从 B 到 A , 电场力均做负功
- B. 电场线方向从右向左
- C. 粒子的运动轨迹若为 1, 则粒子一定带负电
- D. 无论粒子是带正电还是负电, 均不可能沿轨迹 2 运动

答案 D

解析 由于粒子在 A 点的动能比 B 点大, 结合电场线与轨迹形状(质点做曲线运动时合力必指向凹侧)进行分析, 若粒子沿轨迹 1 运动时, 则在任意位置时粒子所受到的电场力一定水平向左, 若粒子从 A 到 B , 则电场力做负功, 从 B 到 A , 则电场力做正功, 由此可知, A 错误; 此时若粒子带正电, 电场方向一定向左, 且由 A 向 B 运动, 若粒子带负电, 电场方向一定向右, 且由 B 向 A 运动, 均满足粒子在 A 点的动能比 B 点大. 若粒子沿轨迹 2 运动时, 则在任意位置时粒子所受到的电场力一定水平向右, 同理可判断

此情况下粒子在 A 点的动能一定比 B 点的小, 不符合题意, 即符合题意的粒子一定沿轨迹 1 运动, 由此可知 B、C 错误, D 选项正确.

考点三 匀强电场中电势差与电场强度的关系

1. 在匀强电场中电势差与电场强度的关系式为 $U = Ed$, 其中 d 为两点沿电场线方向的距离. 由公式 $U = Ed$ 可以得到下面两个结论:

结论 1: 匀强电场中的任一线段 AB 的中点 C 的电势 $\varphi_C = \frac{\varphi_A + \varphi_B}{2}$, 如图 6 甲所示.

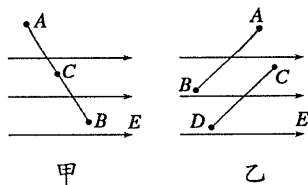


图 6

结论 2: 匀强电场中若两线段 $AB \parallel CD$, 且 $AB = CD$, 则 $U_{AB} = U_{CD}$ (或 $\varphi_A - \varphi_B = \varphi_C - \varphi_D$), 如图乙所示.

2. 在非匀强电场中, 不能用 $U = Ed$ 进行计算, 但可以进行定性分析, 一般沿电场线方向取相同的长度 d , 线段处于场强较大的区域所对应的电势差 U 较大.

【例 3】(2021·安徽·18)如图 7 所示, 在平面直角坐标系中, 有一个方向平行于坐标平面的匀强电场, 其中坐标原点 O 处的电势为 0 V , 点 A 处的电势为 6 V , 点 B 处的电势为 3 V , 则电场强度的大小为 ()

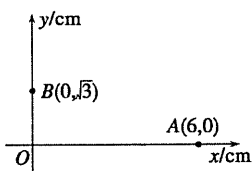


图 7

- A. 200 V/m B. $200\sqrt{3} \text{ V/m}$
C. 100 V/m D. $100\sqrt{3} \text{ V/m}$

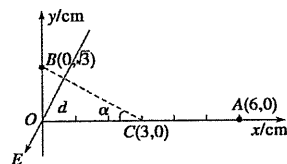
解析 在匀强电场中, 沿某一方向电势降落, 则在这一方向上电势均匀降落, 故 OA 的中点 C 的电势 $\varphi_C = 3 \text{ V}$ (如图所示), 因此 BC 为等势面. O 点到 BC 的距离 $d = OC \sin \alpha$,

而 $\sin \alpha = \frac{OB}{\sqrt{OB^2 + OC^2}} = \frac{1}{2}$, 所以 $d = \frac{1}{2}OC = 1.5 \times 10^{-2} \text{ m}$. 根

据 $E = \frac{U}{d}$ 得, 匀强电场的电场强度 $E = \frac{3}{1.5 \times 10^{-2}} \text{ V/m} = 200 \text{ V/m}$, 故选项 A 正确,

选项 B、C、D 错误.

答案 A



规律总结

1. 在匀强电场中，电势沿直线均匀变化，即直线上距离相等的线段两端的电势差值相等。
2. 等分线段找等势点法：将电势最高点和电势最低点连接后根据需要平分成若干段，必能找到第三点电势的等势点，它们的连线即等势面(或等势线)，与其垂直的线即为电场线。

【突破训练 3】如图 8 所示，匀强电场中有 a 、 b 、 c 三点，在以它们为顶点的三角形中， $\angle a = 30^\circ$ ， $\angle c = 90^\circ$ 。电场方向与三角形所在平面平行。已知 a 、 b 和 c 点的电势分别为 $(2 - \sqrt{3})\text{V}$ 、 $(2 + \sqrt{3})\text{V}$ 和 2V 。该三角形的外接圆上最低、最高电势分别为 ()

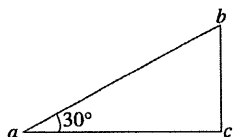
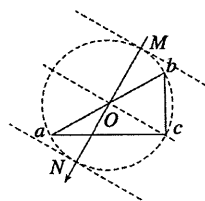


图 8

- A. $(2 - \sqrt{3})\text{V}$ 、 $(2 + \sqrt{3})\text{V}$
- B. 0 、 4V
- C. $(2 - \frac{4\sqrt{3}}{3})\text{V}$ 、 $(2 + \frac{4\sqrt{3}}{3})\text{V}$
- D. 0 、 $2\sqrt{3}\text{V}$

答案 B

解析 如图，圆心 O 是 ab 的中点，所以圆心 O 点的电势为 2V ，所以 Oc 是等势线，则电场线如图中 MN 所示，方向由 M 指向 N 。沿电场线方向电势均匀降低，过圆心的电势为 2V ，则圆周上电势最低为 0 ，最高为 4V ，选 B。



考点四 用功能关系分析带电粒子的能量转化

1. 功能关系

- (1)若只有电场力做功，电势能与动能之和保持不变；
- (2)若只有电场力和重力做功，电势能、重力势能、动能之和保持不变；
- (3)除重力外，其他各力对物体做的功等于物体机械能的变化。
- (4)所有力对物体所做功的代数和，等于物体动能的变化。

2. 电场力做功的计算方法

- (1)由公式 $W = Fl\cos\alpha$ 计算，此公式只适用于匀强电场，可变形为： $W = qEl\cos\alpha$ 。
- (2)由 $W = qU$ 来计算，此公式适用于任何形式的静电场。
- (3)由动能定理来计算： $W_{\text{电场力}} + W_{\text{其他力}} = \Delta E_k$ 。
- (4)由电势能的变化来计算： $W_{AB} = E_{pA} - E_{pB}$ 。

【例 4】如图 9 所示，竖直向上的匀强电场中，绝缘轻质弹簧竖直立于水平地面上，上面放一质量为 m 的带正电小球，小球与弹簧不连接，施加外力 F 将小球向下压至某位置静

止. 现撤去 F , 小球从静止开始运动到离开弹簧的过程中, 重力、电场力对小球所做的功分别为 W_1 和 W_2 , 小球离开弹簧时速度为 v , 不计空气阻力, 则上述过程中()

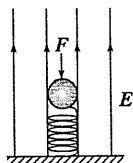


图 9

- A. 小球与弹簧组成的系统机械能守恒
- B. 小球的重力势能增加 $-W_1$
- C. 小球的机械能增加 $W_1 + \frac{1}{2}mv^2$
- D. 小球的电势能减少 W_2

解析 本题考查势能大小的计算和机械能守恒定律. 由于电场力做正功, 故小球与弹簧组成的系统机械能增加, 机械能不守恒, 故 A 选项错误; 重力做功是重力势能变化的量度, 由题意知重力做负功, 重力势能增加, 故 B 选项正确; 小球增加的机械能等于重力势能的增加量与小球动能的增加量之和, 即 $-W_1 + \frac{1}{2}mv^2$, 故 C 选项错误; 根据电场力做功是电势能变化的量度, 电场力做正功电势能减少, 电场力做负功电势能增加, 故 D 选项正确.

答案 BD

点拨提升

1. 电荷在电场中运动时, 电场力做功将引起电势能与其他形式的能发生转化, 电荷的机械能不再守恒.
2. 要搞清几个功能关系: 重力做功等于重力势能的变化, 电场力做功等于电势能的变化, 弹簧弹力做功等于弹性势能的变化, 合外力做功等于动能的变化.
3. 无论能量如何变化, 总是满足能量守恒定律.

【突破训练 4】 如图 10 所示, 虚线为匀强电场的等势线, 一个带电小球以一定的速度射入该匀强电场后, 运动轨迹如图所示, 已知小球受到的重力不能忽略, 则下列有关说法中正确的是 ()

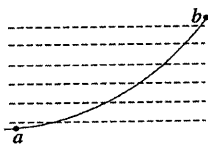


图 10

- A. 小球在 b 点的动能一定大于小球在 a 点的动能
- B. 若小球从 a 点向 b 点运动, 则动能和电势能的和一定增加

C. 若小球从 b 点向 a 点运动, 则重力势能和电势能的和一定减小

D. 根据图中信息不能确定小球在 a 、 b 两点的电势能大小

答案 A

解析 由于等势线水平, 则电场线一定沿竖直方向, 根据曲线运动的轨迹与合外力的关系可知, 小球受到的电场力一定向上, 且合外力也竖直向上, 由此可知若小球从 a 点向 b 点运动, 合外力对小球做正功, 故小球动能一定增加, 若小球从 b 点向 a 点运动, 合外力对小球做负功, 故小球动能一定减少, 则选项 A 正确; 小球从 a 点向 b 点运动的过程中重力势能增加, 根据能量守恒定律, 可知动能和电势能的和一定减小, 则选项 B 错误; 同理可知小球从 b 点向 a 点运动过程中动能减小, 则重力势能和电势能的和一定增加, 则选项 C 错误; 由于小球从 a 点向 b 点运动过程中, 电场力一定做正功, 则电势能一定减小, 故小球在 a 点的电势能一定大于在 b 点的电势能, 故选项 D 错误.

静电场中涉及图象问题的处理方法和技巧

1. 主要类型:

(1) $v-t$ 图象; (2) $\varphi-x$ 图象; (3) $E-t$ 图象.

2. 应对策略:

(1) $v-t$ 图象: 根据 $v-t$ 图象的速度变化、斜率变化(即加速度大小的变化), 确定电荷所受电场力的方向与电场力的大小变化情况, 进而确定电场的方向、电势的高低及电势能的变化.

(2) $\varphi-x$ 图象: ①电场强度的大小等于 $\varphi-x$ 图线的斜率大小, 电场强度为零处, $\varphi-x$ 图线存在极值, 其切线的斜率为零. ②在 $\varphi-x$ 图象中可以直接判断各点电势的大小, 并可根据电势大小关系确定电场强度的方向. ③在 $\varphi-x$ 图象中分析电荷移动时电势能的变化, 可用 $W_{AB} = qU_{AB}$, 进而分析 W_{AB} 的正负, 然后作出判断.

(3) $E-t$ 图象: 根据题中给出的 $E-t$ 图象, 确定 E 的方向, 再在草纸上画出对应电场线的方向, 根据 E 的大小变化, 确定电场的强弱分布.

【例 5】两个等量同种电荷固定于光滑水平面上, 其连线中垂线上有 A 、 B 、 C 三点, 如图 11 甲所示, 一个电荷量为 2 C , 质量为 1 kg 的小物块从 C 点静止释放, 其运动的 $v-t$ 图象如图乙所示, 其中 B 点处为整条图线切线斜率最大的位置(图中标出了该切线). 则下列说法正确的是 ()

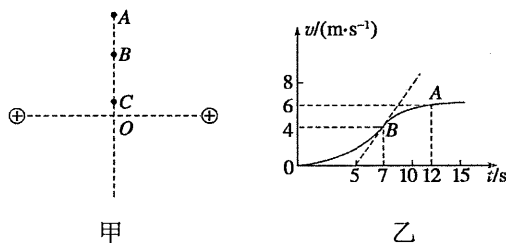


图 11

A. B 点为中垂线上电场强度最大的点, 场强 $E=2 \text{ V/m}$

B. 由 C 到 A 的过程中物块的电势能先减小后变大

C. 由 C 点到 A 点的过程中, 电势逐渐升高

D. AB 两点电势差 $U_{AB}=-5 \text{ V}$

解析 小物块在 B 点加速度最大, 故 B 点场强最大, 由 $v-t$ 图线知 B 点加速度为 2 m/s^2 , 据 $qE=ma$ 得 $E=1 \text{ V/m}$, 选项 A 错误; 由 C 到 A 的过程中小物块动能一直增大, 电势能始终在减小, 故电势逐渐降低, 选项 B、C 错误; 根据动能定理有 $qU_{AB}=\frac{1}{2}mv_B^2-\frac{1}{2}mv_A^2$,

解得 $U_{AB}=-5 \text{ V}$, 选项 D 正确.

答案 D

“带电粒子在磁场中的圆周运动”模型

一、洛伦兹力

1. 洛伦兹力: 磁场对运动电荷的作用力叫洛伦兹力.

2. 洛伦兹力的方向

(1) 判定方法

左手定则: 掌心——磁感线垂直穿入掌心;

四指——指向正电荷运动的方向或负电荷运动的反方向;

大拇指——指向洛伦兹力的方向.

(2) 方向特点: $F \perp B$, $F \perp v$, 即 F 垂直于 B 和 v 决定的平面(注意: 洛伦兹力永不做功).

3. 洛伦兹力的大小 $F = Bqv \sin \theta$

(1) $v \parallel B$ 时, 洛伦兹力 $F=0$. ($\theta=0^\circ$ 或 180°)

(2) $v \perp B$ 时, 洛伦兹力 $F=qvB$. ($\theta=90^\circ$)

(3) $v=0$ 时, 洛伦兹力 $F=0$.

4. 洛伦兹力与安培力的关系:

(1) 洛伦兹力是单个运动电荷在磁场中受到的力, 而安培力是导体中所有定向移动的自由电荷受到的洛伦兹力的宏观表现.

(2) 洛伦兹力永不做功, 但安培力可以做功.

5. 洛伦兹力和电场力性质比较

(1) 产生条件不同, 电荷在电场中一定受电场力作用, 电荷在磁场中必须相对磁场运动, 且 v 与 B 不平行才能受到洛伦兹力的作用.

(2) 大小的决定因素不同, 电场力大小只由电场和电荷的电荷量二者决定, 洛伦兹力大小由磁场、电荷的电荷量和速度三者共同决定.

(3) 方向的特点不同, 电场力沿场强方向, 洛伦兹力垂直于磁场方向.

(4) 洛伦兹力不做功, 电场力一般要做功.

二、带电粒子在匀强磁场中的运动

1. 若 $v \parallel B$, 速度方向平行于磁场方向——带电粒子不受洛伦兹力, 在匀强磁场中做匀速直线运动

2. 若 $v \perp B$, 速度方向垂直于磁场方向——带电粒子仅受洛伦兹力作用, 匀速圆周运动

基本公式: $qvB = m \frac{v^2}{R}$	→	导出公式: 半径 $R = \frac{mv}{Bq}$ 周期 $T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m}{qB}$
----------------------------------	---	---

若带电粒子在磁场中, 所通过的圆弧对应的圆心角为 θ (弧度), 则运动时间 $t = \frac{\theta}{2\pi} T = \frac{m\theta}{qB}$

即运动的时间与粒子的初速、半径无关.

三、带电粒子在有界磁场中运动的几种常见情形

1. 直线边界(进出磁场具有对称性, 如图 4 所示)

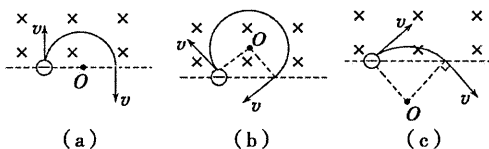


图 4

2. 平行边界(存在临界条件, 如图 5 所示)

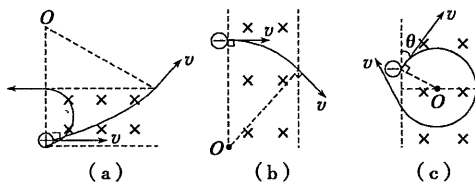


图 5

3. 圆形边界(沿径向射入必沿径向射出, 如图 6 所示)

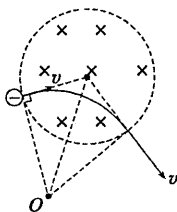


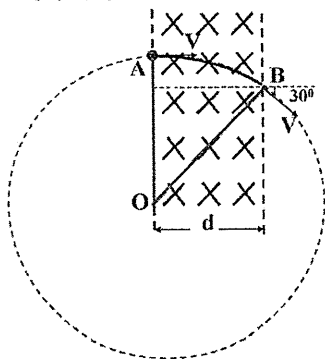
图 6

4. 分析带电粒子在匀强磁场中运动的关键是:

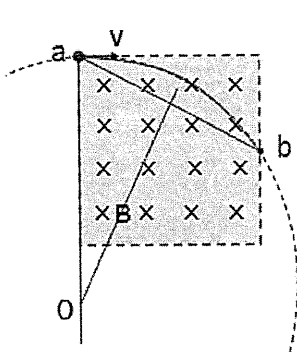
- (1) 画出运动轨迹;
- (2) 确定圆心和半径;
- (3) 利用洛伦兹力提供向心力列式.

【解题】 基本思路: 用几何方法和题中的信息作图
 圆心确定常用方法:

1. 半径相交法



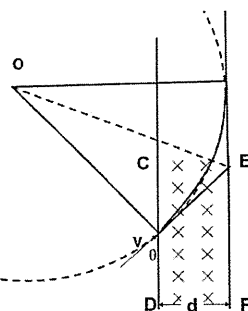
2. 中垂线法



3. 解平分线法

练习1:

例2中的带电粒子若为正电荷, 射入速率应满足什么条件?



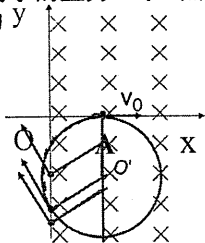
粒子射入的速率应满足的条件为 $v \leq \frac{qBd}{m(1-\cos\theta)}$

4. 如图所示, y 轴右方有一匀强磁场, 磁感应强度方向垂直于纸面向里, 大小为 B , 现有一质量为 m 电量为 $-q$ 的离子, 从 x 轴上的 A 点沿 x 轴正方向以速度 v_0 开始运动, 该离子在磁场中运动一段时间后从 y 轴上的 C 点穿越 y 轴, 该离子经 C 点时的速度方向与 y 轴夹角为 30° , 不计离子的重力. 求 C 点的坐标及该离子在磁场中的运动 t

试探法

$$C \text{ 点坐标为 } (0, -\frac{3mv_0}{2qB})$$

$$\text{运动时间为 } t = \frac{4\pi m}{3qB}$$



5. 如图所示, 在垂直 xOy 坐标平面方向上有足够大的匀强磁场区域, 方向垂直于纸面向外, 其磁感应强度 $B=1\text{T}$, 一质量为 $m=3 \times 10^{-16} \text{ kg}$ 、电量为 $q=1 \times 10^{-8} \text{ C}$ 带正电的质点(其重力忽略不计), 在 xOy 平面内以 $v=4 \times 10^6 \text{ m/s}$ 的速率通过坐标原点 O , 而后历时 $4\pi \times 10^{-8} \text{ s}$ 飞经 x 轴上 A 点, 试求带电质点做匀速圆周运动的圆心坐标.

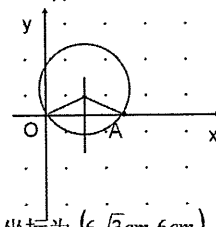
$$R = \frac{mv}{Bq} = \frac{3 \times 10^{-16} \times 4 \times 10^6}{1 \times 10^{-8}} = 0.12 \text{ m}$$

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m}{Bq} = \frac{2\pi \times 3 \times 10^{-16}}{1 \times 10^{-8}} = 6\pi \times 10^{-8} \text{ s}$$

粒子飞经 OA 两点圆弧角度 θ 为

$$\theta = \frac{t}{T} \times 2\pi = \frac{4\pi \times 10^{-8}}{6\pi \times 10^{-8}} \times 2\pi = \frac{4\pi}{3}$$

圆心坐标为 $(6\sqrt{3} \text{ cm}, 6 \text{ cm})$



2. 半径的确定

可利用物理学公式或几何知识(勾股定理、三角函数等)求出半径大小.

3. 运动时间的确定

粒子在磁场中运动一周的时间为 T , 当粒子运动的圆弧所对应的圆心角为 θ 时, 其运动

$$\text{时间表示为: } t = \frac{\theta}{2\pi} T (\text{或 } t = \frac{\theta R}{v}).$$

【例题】(2021·课标 I·18)如图 10, 半径为 R 的圆是一圆柱形匀强磁场区域的横截面(纸面), 磁感应强度大小为 B , 方向垂直于纸面向外. 一电荷量为 $q(q>0)$ 、质量为 m 的粒子沿平行于直径 ab 的方向射入磁场区域, 射入点与 ab 的距离为 $\frac{R}{2}$, 已知粒子射出磁场与射入磁场时运动方向间的夹角为 60° , 则粒子的速率为(不计重力) ()

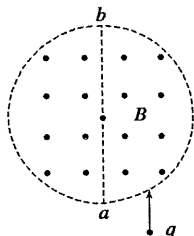


图 10

A. $\frac{qBR}{2m}$

B. $\frac{qBR}{m}$

C. $\frac{3qBR}{2m}$

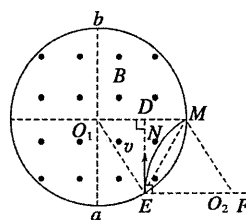
D. $\frac{2qBR}{m}$

解析 如图所示, 粒子做圆周运动的圆心 O_2 必在过入射点垂直于入射速度方向的直线 EF 上, 由于粒子射入、射出磁场时运动方向间的夹角为 60° , 故圆弧 ENM 对应圆心角为 60° , 所以

$\triangle EMO_2$ 为等边三角形. 由于 $O_1D = \frac{R}{2}$, 所以 $\angle EO_1D = 60^\circ$,

$\triangle O_1ME$ 为等边三角形, 所以可得

到粒子做圆周运动的半径 $EO_2 = O_1E = R$, 由 $qvB = \frac{mv^2}{R}$, 得 $v = \frac{qBR}{m}$, B 正确.



答案 B

带电粒子在匀强磁场中运动的临界和极值问题

1. 临界问题的分析思路

临界问题的分析对象是临界状态, 临界状态就是指物理现象从一种状态变化成另一种状态的中间过程, 这时存在着一个过渡的转折点, 此转折点即为临界状态点. 与临界状态相关的物理条件则称为临界条件, 临界条件是解决临界问题的突破点.

临界问题的一般解题模式为:

(1) 找出临界状态及临界条件; (2) 总结临界点的规律; (3) 解出临界量.

2. 带电体在磁场中的临界问题的处理方法

带电体进入有界磁场区域, 一般存在临界问题, 处理的方法是寻找临界状态, 画出临界轨迹:

(1) 带电体在磁场中, 离开一个面的临界状态是对这个面的压力为零.

(2) 射出或不射出磁场的临界状态是带电体运动的轨迹与磁场边界相切.

【例 4】如图 14 所示, 有一个磁感应强度为 B 、方向垂直纸面向里的范围足够大的匀强磁场, 在磁场中的 O 点有一个粒子源, 能向纸面内各个方向连续不断地均匀发射速率为 v 、比荷为 k 的带正电粒子, PQ 是垂直纸面放置且厚度不计的挡板, 挡板的 P 端与 O 点的连线跟挡板垂直. 带电粒子的重力以及粒子间的相互作用力忽略不计.

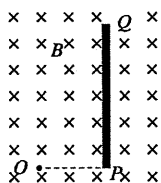


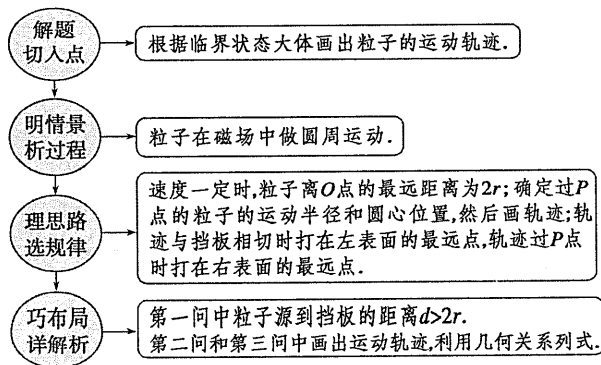
图 14

(1) 为了使带电粒子不打在挡板上, 粒子源到挡板的距离 d 应满足什么条件?

(2) 若粒子源到挡板的距离 $d = \frac{v}{kB}$, 且已知沿某一方向射出的粒子恰好经过挡板的 P 点后最终又打在挡板上, 求这个粒子从 O 点射出时的速度方向;

(3) 若粒子源到挡板的距离 $d = \frac{v}{kB}$, 粒子打到挡板左、右表面上的长度之比是多少?

审题与关联



解析 (1) 设带电粒子的质量为 m , 带电荷量为 q , 在磁场中做圆周运动的轨道半径为 r ,

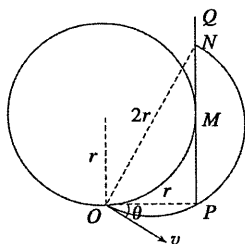
$$\text{则由洛伦兹力充当向心力得: } qvB = m\frac{v^2}{r} \quad \text{①}$$

$$\text{由题意得: } \frac{q}{m} = k \quad \text{②}$$

$$\text{由题意分析可知, 为了使带电粒子不打在挡板上, } d \text{ 应满足: } d > 2r \quad \text{③}$$

$$\text{由①②③解得: } d > \frac{2v}{kB} \quad \text{④}$$

(2) 如图所示, 设粒子速度方向与 OP 连线的夹角为 θ 时, 粒子恰好经过挡板的 P 点后最终又打在挡板右表面的 N 点。



由几何关系可知: $\triangle OPN$ 为直角三角形, ON 为粒子圆周运动的直径. 由于 $d = \frac{v}{kB}$ 和 ①②

$$\text{可得: } r = \frac{mv}{qB} = \frac{v}{kB} = d \quad \text{⑤}$$

$$\text{所以由几何关系可得: } \theta = 30^\circ \quad \text{⑥}$$

(3) 粒子打到挡板左、右表面离 P 最远时的示意图如图所示. 由图可知, 粒子打到挡板

$$\text{左表面的长度为: } PM = r = \frac{v}{kB} \quad \text{⑦}$$

$$\text{粒子打到挡板右表面的长度为: } PN = 2r \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}v}{kB} \quad \text{⑧}$$

$$\text{由⑦⑧得, 粒子打到挡板左、右表面上的长度之比为 } \frac{PM}{PN} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{答案 (1) } d > \frac{2v}{kB} \quad \text{(2) 与 } OP \text{ 连线成 } 30^\circ \text{ 角斜向右下} \quad \text{(3) } \frac{\sqrt{3}}{3}$$

【高考题】

1. (2021·新课标Ⅱ·17)空间有一圆柱形匀强磁场区域,该区域的横截面的半径为 R , 磁场方向垂直横截面. 一质量为 m 、电荷量为 $q(q>0)$ 的粒子以速率 v_0 沿横截面的某直径射入磁场, 离开磁场时速度方向偏离入射方向 60° . 不计重力, 该磁场的磁感应强度大小为

()

- A. $\frac{\sqrt{3}mv_0}{3qR}$ B. $\frac{mv_0}{qR}$ C. $\frac{\sqrt{3}mv_0}{qR}$ D. $\frac{3mv_0}{qR}$

答案 A

解析 若磁场方向向外, 带电粒子在磁场中的运动轨迹如图所示, 由

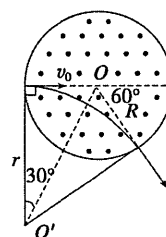
几何关系知 $r = \sqrt{3}R$.

根据洛伦兹力提供向心力得:

$$qv_0B = m\frac{v_0^2}{r}$$

$$\text{解得 } B = \frac{\sqrt{3}mv_0}{3qR}.$$

若磁场方向向里可得到同样的结果, 选项 A 正确.



2. (2021·天津理综·11)一圆筒的横截面如图 15 所示, 其圆心为 O . 筒内有垂直于纸面向里的匀强磁场, 磁感应强度为 B . 圆筒下面有相距为 d 的平行金属板 M 、 N , 其中 M 板带正电荷, N 板带等量负电荷. 质量为 m 、电荷量为 q 的带正电粒子自 M 板边缘的 P 处由静止释放, 经 N 板的小孔 S 以速度 v 沿半径 SO 方向射入磁场中. 粒子与圆筒发生两次碰撞后仍从 S 孔射出, 设粒子与圆筒碰撞后速度反向且没有动能损失, 电荷量保持不变, 在不计重力的情况下, 求:

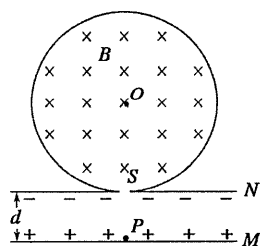


图 15

- (1) M 、 N 间电场强度 E 的大小;
 (2) 圆筒的半径 R ;
 (3) 保持 M 、 N 间电场强度 E 不变, 仅将 M 板向上平移 $\frac{2}{3}d$, 粒子仍从 M 板边缘的 P 处由静止释放, 粒子自进入圆筒至从 S 孔射出期间, 与圆筒的碰撞次数 n .

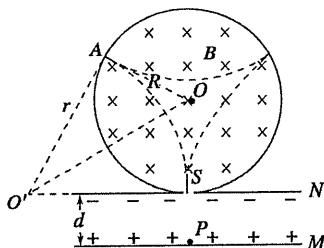
答案 (1) $\frac{mv^2}{2qd}$ (2) $\frac{\sqrt{3}mv}{3qB}$ (3) 3

解析 (1) 设两板间的电压为 U , 由动能定理得 $qU = \frac{1}{2}mv^2$ ①

由匀强电场中电势差与电场强度的关系得 $U = Ed$ ②

联立①②式可得 $E = \frac{mv^2}{2qd}$ ③

(2) 粒子进入磁场后做匀速圆周运动, 运用几何关系做出圆心 O' 、半径 r . 设第一次碰撞点为 A , 由于粒子与圆筒发生两次碰撞又从 S 孔射出, 因此, SA 弧所对的圆心角 $\angle AO'S$ 等于 $\frac{\pi}{3}$.



由几何关系得 $r = R \tan \frac{\pi}{3}$ ④

粒子运动过程中洛伦兹力充当向心力, 由牛顿第二定律, 得 $qvB = m \frac{v^2}{r}$ ⑤

联立④⑤式得 $R = \frac{\sqrt{3}mv}{3qB}$ ⑥

(3) 保持 M 、 N 间电场强度 E 不变, M 板向上平移 $\frac{2}{3}d$ 后, 设板间电压为 U' , 则

$U' = \frac{Ed}{3} = \frac{U}{3}$ ⑦

设粒子进入 S 孔时的速度为 v' , 由①式看出 $\frac{U'}{U} = \frac{v'^2}{v^2}$

综合⑦式可得 $v' = \frac{\sqrt{3}}{3}v$ ⑧

设粒子做圆周运动的半径为 r' , 则 $r' = \frac{\sqrt{3}mv}{3qB}$ ⑨

设粒子从 S 到第一次与圆筒碰撞期间的轨迹所对圆心角为 θ , 比较⑥⑨两式得到 $r' = R$,

可见 $\theta = \frac{\pi}{2}$ ⑩

粒子须经过四个这样的圆弧才能从 S 孔射出, 故 $n = 3$

“复合场”模型

一、复合场的分类

1. 叠加场: 电场、磁场、重力场共存, 或其中某两场共存.
2. 组合场: 电场与磁场各位于一定的区域内, 并不重叠, 或相邻或同一区域电场、磁场

交替出现.

二、带电粒子在复合场中的运动形式

1. 静止或匀速直线运动

当带电粒子在复合场中所受合外力为零时, 将处于静止状态或做匀速直线运动.

2. 匀速圆周运动

当带电粒子所受的重力与电场力大小相等, 方向相反时, 带电粒子在洛伦兹力的作用下, 在垂直于匀强磁场的平面内做匀速圆周运动.

3. 较复杂的曲线运动

当带电粒子所受合外力的大小和方向均变化, 且与初速度方向不在同一直线上, 粒子做非匀变速曲线运动, 这时粒子运动轨迹既不是圆弧, 也不是抛物线.

三、应用

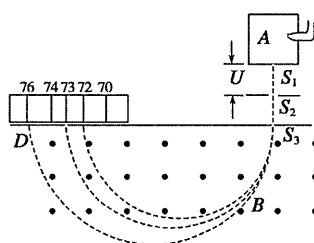


图 5

1. 质谱仪

(1)构造: 如图 5 所示, 由粒子源、加速电场、偏转磁场和照相底片等构成.

(2)原理: 粒子由静止被加速电场加速, $qU = \frac{1}{2}mv^2$.

粒子在磁场中做匀速圆周运动, 有 $qvB = m\frac{v^2}{r}$.

由以上两式可得 $r = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2mU}{q}}$, $m = \frac{qr^2B^2}{2U}$, $\frac{q}{m} = \frac{2U}{B^2r^2}$.

2. 回旋加速器

(1)构造: 如图 6 所示, D₁、D₂ 是半圆形金属盒, D 形盒的缝隙处接交流电源, D 形盒处于匀强磁场中.

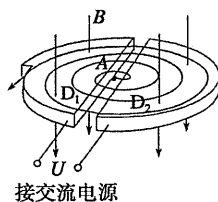


图 6

(2)原理: 交流电的周期和粒子做圆周运动的周期相等, 粒子经电场加速, 经磁场回旋,

由 $qvB = \frac{mv^2}{r}$, 得 $E_{km} = \frac{q^2 B^2 r^2}{2m}$, 可见粒子获得的最大动能由磁感应强度 B 和 D 形盒半径 r 决定, 与加速电压无关.

3. 速度选择器(如图 7 所示)

(1) 平行板中电场强度 E 和磁感应强度 B 互相垂直. 这种装置能把具有一定速度的粒子选择出来, 所以叫做速度选择器.

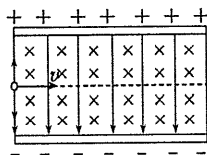


图 7

(2) 带电粒子能够沿直线匀速通过速度选择器的条件是 $qE = qvB$, 即 $v = \frac{E}{B}$.

4. 磁流体发电机

(1) 磁流体发电是一项新兴技术, 它可以把内能直接转化为电能.

(2) 根据左手定则, 如图 8 中的 B 是发电机正极.

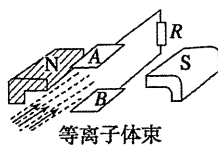


图 8

(3) 磁流体发电机两极板间的距离为 L , 等离子体速度为 v , 磁场的磁感应强度为 B , 则由 $qE = q\frac{U}{L} = qvB$ 得两极板间能达到的最大电势差 $U = BLv$.

5. 电磁流量计

工作原理: 如图 9 所示, 圆形导管直径为 d , 用非磁性材料制成, 导电液体在管中向左流动, 导电液体中的自由电荷(正、负离子), 在洛伦兹力的作用下横向偏转, a 、 b 间出现电势差, 形成电场, 当自由电荷所受的电场力和洛伦兹力平衡时, a 、 b 间的电势差就保持稳定, 即: $qvB = qE = q\frac{U}{d}$, 所以 $v = \frac{U}{Bd}$, 因此液体流量 $Q = Sv = \frac{\pi d^2}{4} \cdot \frac{U}{Bd} = \frac{\pi d U}{4B}$.

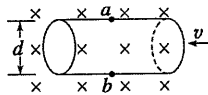


图 9

考点一 回旋加速器和质谱仪

1. 回旋加速器的最大动能 $E_{kmax} = \frac{q^2 B^2 R^2}{2m}$, 与回旋加速器 D 形盒的半径 R 有关, 与磁感应强度 B 有关, 而与加速电压无关.

2. 粒子在磁场中运动的周期与交变电流的周期相同.

【例 1】回旋加速器是用来加速带电粒子，使它获得很大动能的仪器，其核心部分是两个 D 形金属扁盒，两盒分别和一高频交流电源两极相接，以便在盒间的窄缝中形成匀强电场，使粒子每次穿过狭缝都得到加速，两盒放在磁感应强度为 B 的匀强磁场中，磁场方向垂直于盒底面，粒子源置于盒的圆心附近，若粒子源射出的粒子带电荷量为 q ，质量为 m ，粒子最大回旋半径为 R_m ，其运动轨迹如图 10 所示。问：

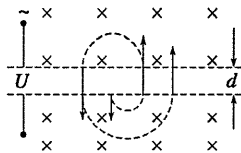


图 10

- (1) D 形盒内有无电场？
- (2) 粒子在盒内做何种运动？
- (3) 所加交流电压频率应是多大，粒子运动的角速度为多大？
- (4) 粒子离开加速器时速度为多大？最大动能为多少？
- (5) 设两 D 形盒间电场的电势差为 U ，盒间距离为 d ，其间电场均匀，求把静止粒子加速到上述能量所需时间。

解析 (1) 扁形盒由金属导体制成，具有屏蔽外电场的作用，盒内无电场。

(2) 带电粒子在盒内做匀速圆周运动，每次加速之后半径变大。

(3) 粒子在电场中运动时间极短，因此高频交流电压频率要等于粒子回旋频率，因为 $T = \frac{2\pi m}{qB}$ ，故得

$$\text{回旋频率 } f = \frac{1}{T} = \frac{qB}{2\pi m},$$

$$\text{角速度 } \omega = 2\pi f = \frac{qB}{m}.$$

(4) 粒子圆旋半径最大时，由牛顿第二定律得

$$qv_m B = \frac{mv_m^2}{R_m},$$

$$\text{故 } v_m = \frac{qBR_m}{m}.$$

$$\text{最大动能 } E_{km} = \frac{1}{2}mv_m^2 = \frac{q^2 B^2 R_m^2}{2m}.$$

(5) 粒子每旋转一周能量增加 $2qU$ 。粒子的能量提高到 E_{km} ，则旋转周数 $n = \frac{qB^2 R_m^2}{4mU}$ 。

$$\text{粒子在磁场中运动的时间 } t_{磁} = nT = \frac{\pi BR_m^2}{2U}.$$

一般地可忽略粒子在电场中的运动时间， $t_{磁}$ 可视为总时间。

答案 (1) D 形盒内无电场 (2) 匀速圆周运动 (3) $\frac{qB}{2\pi m}$ $\frac{qB}{m}$ (4) $\frac{qBR_m}{m}$ $\frac{q^2 B^2 R_m^2}{2m}$ (5) $\frac{\pi BR_m^2}{2U}$

【突破训练 1】如图 11 所示，一束带电粒子以一定的初速度沿直线通过由相互正交的匀强磁场(磁感应强度为 B)和匀强电场(电场强度为 E)组成的速度选择器，然后粒子通过平板 S 上的狭缝 P 进入另一匀强磁场(磁感应强度为 B')，最终打在 A_1A_2 上，下列表述正确的是

()

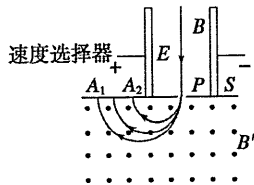


图 11

- A. 粒子带负电
- B. 所有打在 A_1A_2 上的粒子，在磁感应强度为 B' 的磁场中的运动时间都相同
- C. 能通过狭缝 P 的带电粒子的速率等于 $\frac{E}{B}$
- D. 粒子打在 A_1A_2 的位置越靠近 P ，粒子的比荷 $\frac{q}{m}$ 越大

答案 CD

解析 本题考查带电粒子在复合场中的运动，意在考查学生对带电粒子在复合场中运动规律的掌握。根据粒子在磁感应强度为 B' 的磁场中的运动轨迹可判断粒子带正电，A 错误；带电粒子在速度选择器中做匀速直线运动，则电场力与洛伦兹力等大反向， $Eq = Bqv$ ，可得 $v = \frac{E}{B}$ ，C 正确；由洛伦兹力充当粒子做圆周运动的向心力可得 $r = \frac{mv}{Bq}$ ，则

$\frac{q}{m} = \frac{v}{Br}$ ，越靠近 P ， r 越小，粒子的比荷越大，D 正确；所有打在 A_1A_2 上的粒子在磁感

应强度为 B' 的磁场中都只运动半个周期，周期 $T = \frac{2\pi m}{B'q}$ ，比荷不同，打在 A_1A_2 上的

粒子在磁感应强度为 B' 的磁场中的运动时间不同，B 错误。

粒子在磁感应强度为 B' 的磁场中的运动时间不同，B 错误。

考点二 带电粒子在叠加场中的运动

1. 带电粒子在叠加场中无约束情况下的运动情况分类

(1) 磁场力、重力并存

① 若重力和洛伦兹力平衡，则带电体做匀速直线运动。

② 若重力和洛伦兹力不平衡，则带电体将做复杂的曲线运动，因洛伦兹力不做功，故机械能守恒，由此可求解问题。

(2) 电场力、磁场力并存(不计重力的微观粒子)

① 若电场力和洛伦兹力平衡，则带电体做匀速直线运动。

② 若电场力和洛伦兹力不平衡，则带电体将做复杂的曲线运动，因洛伦兹力不做功，可

用动能定理求解问题.

(3) 电场力、磁场力、重力并存

① 若三力平衡, 一定做匀速直线运动.

② 若重力与电场力平衡, 一定做匀速圆周运动.

③ 若合力不为零且与速度方向不垂直, 将做复杂的曲线运动, 因洛伦兹力不做功, 可用能量守恒定律或动能定理求解问题.

2. 带电粒子在叠加场中有约束情况下的运动

带电粒子在复合场中受轻杆、轻绳、圆环、轨道等约束的情况下, 常见的运动形式有直线运动和圆周运动, 此时解题要通过受力分析明确变力、恒力做功情况, 并注意洛伦兹力不做功的特点, 运用动能定理、能量守恒定律结合牛顿运动定律求解.

【例 2】 如图 12 所示, 在一竖直平面内, y 轴左方有一水平向右的场强为 E_1 的匀强电场和垂直于纸面向里的磁感应强度为 B_1 的匀强磁场, y 轴右方有一竖直向上的场强为 E_2 的匀强电场和另一磁感应强度为 B_2 的匀强磁场. 有一带电荷量为 $+q$ 、质量为 m 的微粒, 从 x 轴上的 A 点以初速度 v 与水平方向成 θ 角沿直线运动到 y 轴上的 P 点, A 点到坐标原点 O 的距离为 d . 微粒进入 y 轴右侧后在竖直面内做匀速圆周运动, 然后沿与 P 点运动速度相反的方向打到半径为 r 的 $\frac{1}{4}$ 的绝缘光滑圆管内壁的 M 点(假设微粒与 M 点碰后速度改变、电荷量不变, 圆管内径的大小可忽略, 电场和磁场可受影响地穿透圆管), 并恰好沿圆管内无碰撞下滑至 N 点. 已知 $\theta=37^\circ$, $\sin 37^\circ=0.6$, $\cos 37^\circ=0.8$, 求:

(1) E_1 与 E_2 大小之比;

(2) y 轴右侧的磁场的磁感应强度 B_2 的大小和方向;

(3) 从 A 点运动到 N 点所用的时间.

解析 (1) $A \rightarrow P$ 微粒做匀速直线运动

$$E_1 q = mg \tan \theta$$

$P \rightarrow M$ 微粒做匀速圆周运动

$$E_2 q = mg$$

联立解得 $E_1 : E_2 = 3 : 4$

(2) 由题图知, $P \rightarrow M$ 微粒刚好运动半个周期

$$2R = \frac{r}{\sin \theta}$$

$$qvB_2 = \frac{mv^2}{R}$$

$$\text{联立解得 } B_2 = \frac{6mv}{5rq}$$

又由左手定则可知 B_2 的方向垂直纸面向外

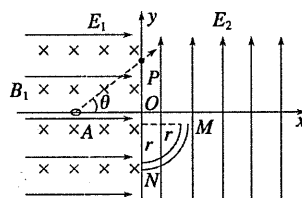


图 12

(3) $A \rightarrow P$ 有:

$$vt_1 = \frac{d}{\cos \theta}, \text{ 解得 } t_1 = \frac{5d}{4v}$$

$P \rightarrow M$ 有:

$$vt_2 = \pi R, \text{ 解得 } t_2 = \frac{5\pi r}{6v}$$

碰到 M 点后速度只剩下向下的速度, 此时 $mg = E_2q$, 从 $M \rightarrow N$ 的过程中, 微粒继续做匀速圆周运动

$$v_1 = v \sin 37^\circ$$

$$v_1 t_3 = \frac{\pi r}{2}, \text{ 解得 } t_3 = \frac{5\pi r}{6v}$$

$$\text{所以 } t_{\text{总}} = t_1 + t_2 + t_3 = \frac{5d}{4v} + \frac{5\pi r}{3v}$$

$$\text{答案 (1) } 3:4 \quad (2) \frac{6mv}{5rq}, \text{ 方向垂直纸面向外} \quad (3) \frac{5d}{4v} + \frac{5\pi r}{3v}$$

【突破训练 2】 如图 13 所示, 空间存在着垂直纸面向外的水平匀强磁场, 磁感应强度为 B , 在 y 轴两侧分别有方向相反的匀强电场, 电场强度均为 E , 在两个电场的交界处左侧附近, 有一带正电的液滴 a 在电场力和重力作用下静止, 现从场中某点由静止释放一个带负电的液滴 b , 当它的运动方向变为水平方向时恰与 a 相撞, 撞后两液滴合为一体, 速度减小到原来的一半, 并沿 x 轴正方向做匀速直线运动, 已知液滴 b 与 a 的质量相等, b 所带电荷量是 a 所带电荷量的 2 倍, 且相撞前 a 、 b 间的静电力忽略不计.

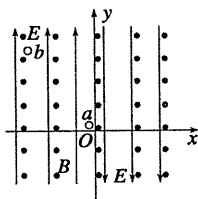


图 13

- (1) 求两液滴相撞后共同运动的速度大小;
 (2) 求液滴 b 开始下落时距液滴 a 的高度 h .

$$\text{答案 (1) } \frac{E}{B} \quad (2) \frac{2E^2}{3gB^2}$$

解析 液滴在匀强磁场、匀强电场中运动, 同时受到洛伦兹力、电场力和重力作用.

(1) 设液滴 a 质量为 m 、电荷量为 q , 则液滴 b 质量为 m 、电荷量为 $-2q$,

$$\text{液滴 } a \text{ 平衡时有 } qE = mg \quad \text{①}$$

a 、 b 相撞合为一体时, 质量为 $2m$, 电荷量为 $-q$, 设速度为 v , 由题意知处于平衡状态, 重力为 $2mg$, 方向竖直向下, 电场力为 qE , 方向竖直向上, 洛伦兹力方向也竖直向上, 因此满足 $qvB + qE = 2mg$ ②

由①②两式, 可得相撞后速度 $v = \frac{E}{B}$

(2)对 b , 从开始运动至与 a 相撞之前, 由动能定理有

$$W_E + W_G = \Delta E_k, \text{ 即 } (2qE + mg)h = \frac{1}{2}mv_0^2 \quad \text{③}$$

a 、 b 碰撞后速度减半, 即 $v = \frac{v_0}{2}$, 则 $v_0 = 2v = \frac{2E}{B}$

$$\text{再代入③式得 } h = \frac{mv_0^2}{4qE + 2mg} = \frac{v_0^2}{6g} = \frac{2E^2}{3gB^2}$$

带电粒子在组合场中运动模型问题

【概述】

带电粒子在组合场中的运动过程比较复杂, 但如果认真分析其运动过程会发现, 粒子的运动过程实际上是几个运动过程的组合, 只要认真分析每个过程, 找出其所满足的物理规律, 并找出各个过程之间的衔接点和相关联的物理量, 问题便可迎刃而解。

1. 先电场后磁场模型

(1)先在电场中做加速直线运动, 然后进入磁场做圆周运动。(如图 14、15 所示)

在电场中利用动能定理或运动学公式求粒子刚进入磁场时的速度。

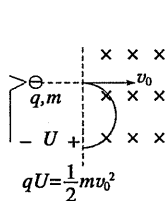


图 14

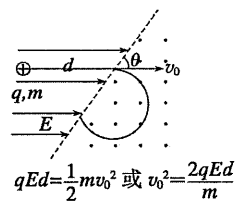


图 15

(2)先在电场中做类平抛运动, 然后进入磁场做圆周运动。(如图 16、17 所示)

在电场中利用平抛运动知识求粒子进入磁场时的速度。

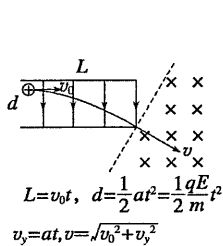


图 16

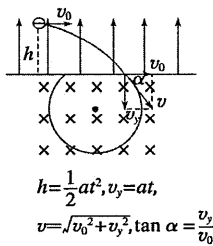
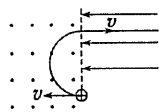


图 17

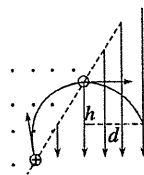
2. 先磁场后电场模型

对于粒子从磁场进入电场的运动, 常见的有两种情况: (1)进入电场时粒子速度方向与电场方向相同或相反; (2)进入电场时粒子速度方向与电场方向垂直。(如图 18、19 所示)



粒子在电场中做加速或减速运动，用动能定理或运动学公式列式

图 18



粒子在电场中做类平抛运动，用平抛运动知识分析

图 19

【例 3】如图 20 所示，在两个水平平行金属极板间存在着向下的匀强电场和垂直于纸面向里的匀强磁场，电场强度和磁感应强度的大小分别为 $E=2 \times 10^6 \text{ N/C}$ 和 $B_1=0.1 \text{ T}$ ，极板的长度 $l=\frac{\sqrt{3}}{3} \text{ m}$ ，间距足够大。在极板的右侧还存在着另一圆形的匀强磁场区域，磁场的方向为垂直于纸面向外，圆形磁场的圆心 O 位于平行金属极板的中线上，圆形磁场的半径为 $R=\frac{\sqrt{3}}{3} \text{ m}$ 。有一带正电的粒子以某一初速度沿极板的中线水平向右飞入极板后恰好做匀速直线运动，然后进入圆形磁场区域，飞出圆形磁场区域后速度方向偏转了 60° ，不计粒子的重力，粒子的比荷为 $\frac{q}{m}=2 \times 10^8 \text{ C/kg}$ 。

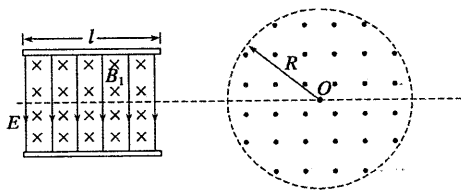
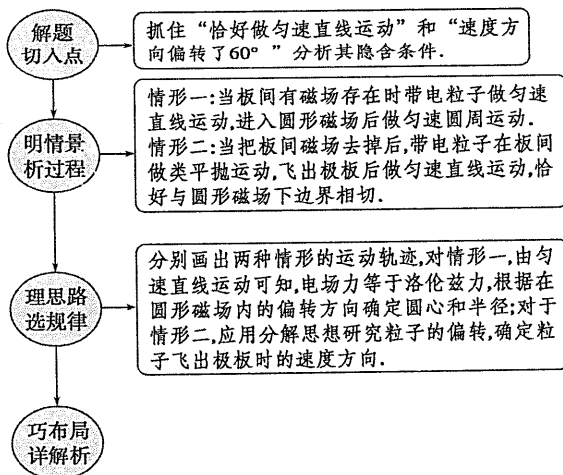


图 20

- (1)求圆形磁场区域的磁感应强度 B_2 的大小；
- (2)在其他条件都不变的情况下，将极板间的磁场撤去，为使粒子飞出极板后不能进入圆形磁场，求圆形磁场的圆心 O 离极板右边缘的水平距离 d 应满足的条件。

审题与关联



解析 (1)设粒子的初速度大小为 v , 粒子在极板间做匀速直线运动, 则:

$$qvB_1 = qE$$

设粒子在圆形磁场区域中做圆周运动的半径为 r , 则:

$$qvB_2 = m\frac{v^2}{r}$$

粒子速度方向偏转了 60° , 则:

$$r = R \cot 30^\circ$$

$$\text{解得: } B_2 = 0.1 \text{ T}$$

(2)撤去磁场 B_1 后, 粒子在两极板间做类平抛运动, 设在两极板间运动的时间为 t , 运动的加速度为 a , 飞出电场时竖直方向上的速度为 v_y , 速度的偏转角为 θ , 则:

$$qE = ma$$

$$l = vt$$

$$v_y = at$$

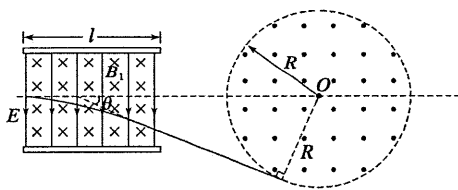
$$\tan \theta = \frac{v_y}{v}$$

$$\text{解得: } \tan \theta = \frac{\sqrt{3}}{3}, \text{ 即 } \theta = 30^\circ$$

设粒子飞出电场后速度恰好与圆形磁场区域的边界相切时, 圆心 O 离极板右边缘的水平距离为 d_0 , 如图所示, 则:

$$d_0 = \frac{R}{\sin \theta} - \frac{l}{2}$$

$$\text{解得: } d_0 = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ m, 所以 } d > \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ m}$$



$$\text{答案 (1)} 0.1 \text{ T} \quad \text{(2)} d > \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ m}$$

【突破训练 3】如图 21 所示, 水平放置的 M 、 N 两平行板相距为 $d=0.50 \text{ m}$, 板长为 $L=1 \text{ m}$, 两板间有向下的匀强电场, 场强 $E=300.0 \text{ N/C}$, 紧靠平行板右侧边缘的 xOy 直角坐标系以 N 板右端点 O 为原点, 在 xOy 坐标系的第一象限内如图所示部分有垂直纸面向外的匀强磁场, 磁感应强度 $B = \frac{8\sqrt{3}}{3} \times 10^{-2} \text{ T}$, 磁场边界 OA 与 x 轴夹角 $\angle AOx = 60^\circ$, 现有比荷为 $\sqrt{3} \times 10^6 \text{ C/kg}$ 的带电粒子(重力不计), 从极板左侧沿靠近 M 板的水平线垂直电场方向进入电场, 离开电场后垂直于 OA 边界进入磁场区域, 求:

- (1)带电粒子进入电场时的初速度 v_0 ;
 (2)带电粒子从进入电场到离开磁场的总时间.

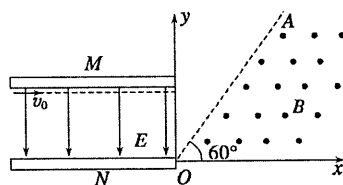


图 21

答案 (1) 3×10^4 m/s (2) $(\frac{1}{3} + \frac{\sqrt{3}-1}{24} + \frac{\pi}{48}) \times 10^{-4}$ s

解析 (1)带电粒子要垂直射入磁场, 则速度偏向角为 30°

$$\text{有 } \frac{v_y}{v_0} = \tan 30^\circ$$

$$v_y = at = \frac{qEL}{mv_0}$$

解得 $v_0 = 3 \times 10^4$ m/s

(2)粒子在电场中的运动时间为 $t_1 = \frac{L}{v_0} = \frac{1}{3} \times 10^{-4}$ s

粒子在电场中的偏转距离为 $y = \frac{1}{2}at^2 = \frac{qEL^2}{2mv_0^2} = \frac{\sqrt{3}}{6}$ m

粒子离开电场的速度 $v = \frac{v_0}{\cos 30^\circ} = 2\sqrt{3} \times 10^4$ m/s

粒子离开电场后做匀速直线运动, 直线运动距离 $s_2 = (d-y)\sin 30^\circ = \frac{3-\sqrt{3}}{12}$ m

运动时间 $t_2 = \frac{s_2}{v} = \frac{\sqrt{3}-1}{24} \times 10^{-4}$ s

设粒子进入磁场后的轨道半径为 R , $R = \frac{mv}{qB} = \frac{\sqrt{3}}{4}$ m

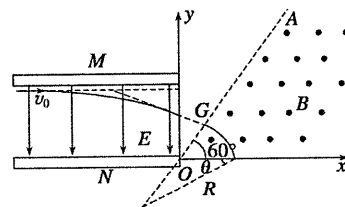
粒子运动轨迹如图所示, 则 $s_{OG} = (d-y)\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}-1}{4}$ m

由正弦定理有 $\frac{R}{\sin 120^\circ} = \frac{R-s_{OG}}{\sin \theta}$ 得 $\theta = 30^\circ$

由此可知, 带电粒子在磁场中的偏转角度为 30°

由在磁场中的运动时间为 $t_3 = \frac{T}{12} = \frac{\pi m}{6qB} = \frac{\pi}{48} \times 10^{-4}$ s

则总运动时间: $t = t_1 + t_2 + t_3 = (\frac{1}{3} + \frac{\sqrt{3}-1}{24} + \frac{\pi}{48}) \times 10^{-4}$ s



【高考题】

1. (2021·浙江·20)在半导体离子注入工艺中,初速度可忽略的磷离子 P^+ 和 P^{3+} , 经电压为 U 的电场加速后,垂直进入磁感应强度大小为 B 、方向垂直纸面向里、有一定宽度的匀强磁场区域,如图 22 所示.已知离子 P^+ 在磁场中转过 $\theta=30^\circ$ 后从磁场右边界射出.在电场和磁场中运动时,离子 P^+ 和 P^{3+} ()

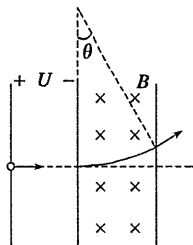


图 22

- A. 在电场中的加速度之比为 1 : 1
 B. 在磁场中运动的半径之比为 $\sqrt{3} : 1$
 C. 在磁场中转过的角度之比为 1 : 2
 D. 离开电场区域时的动能之比为 1 : 3

答案 BCD

解析 磷离子 P^+ 和 P^{3+} 的质量相等设为 m , P^+ 的电荷量设为 q , 则 P^{3+} 的电荷量为 $3q$, 在电场中由 $a = \frac{Eq}{m}$ 知, 加速度之比为所带电荷量之比, 即为 1 : 3, A 错误; 由 $qU = \frac{1}{2}mv^2$ 得 $E_k \propto q$, 即离开电场区域时的动能之比为 1 : 3, D 正确; 又由 $qvB = \frac{mv^2}{r}$, 得 $r = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2mU}{q}} \propto \frac{1}{\sqrt{q}}$, 所以 $r_{P^+} : r_{P^{3+}} = \sqrt{3} : 1$, B 正确; 由几何关系可得 P^{3+} 在磁场中转过 60° 角后从磁场右边界射出, C 正确.

2. (2021·山东·23)如图 23 所示,在坐标系 xOy 的第一、第三象限内存在相同的匀强磁场, 磁场方向垂直于 xOy 平面向里; 第四象限内有沿 y 轴正方向的匀强电场, 电场强度大小为 E .一带电荷量为 $+q$ 、质量为 m 的粒子, 自 y 轴上的 P 点沿 x 轴正方向射入第四象限, 经 x 轴上的 Q 点进入第一象限, 随即撤去电场, 以后仅保留磁场. 已知 $OP=d$, $OQ=2d$. 不计粒子重力.

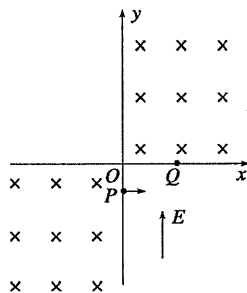


图 23

- (1)求粒子过 Q 点时速度的大小和方向;
 (2)若磁感应强度的大小为一确定值 B_0 , 粒子将沿垂直 y 轴的方向进入第二象限, 求 B_0 ;
 (3)若磁感应强度的大小为另一确定值, 经过一段时间后粒子将再次经过 Q 点, 且速度与第一次过 Q 点时相同, 求该粒子相邻两次经过 Q 点所用的时间.

答案 (1) $2\sqrt{\frac{qEd}{m}}$, 方向斜向上与 x 轴正方向成 45° 角

(2) $\sqrt{\frac{mE}{2qd}}$ (3) $(2+\pi)\sqrt{\frac{2md}{qE}}$

解析 (1)设粒子在电场中运动的时间为 t_0 , 加速度的大小为 a , 粒子的初速度为 v_0 , 过 Q 点时速度的大小为 v , 沿 y 轴方向分速度的大小为 v_y , 速度与 x 轴正方向间的夹角为 θ , 由牛顿第二定律得

$$qE = ma \quad \text{①}$$

$$\text{由运动学公式得 } d = \frac{1}{2}at_0^2 \quad \text{②}$$

$$2d = v_0t_0 \quad \text{③}$$

$$v_y = at_0 \quad \text{④}$$

$$v = \sqrt{v_0^2 + v_y^2} \quad \text{⑤}$$

$$\tan \theta = \frac{v_y}{v_0} \quad \text{⑥}$$

$$\text{联立①②③④⑤⑥式得 } v = 2\sqrt{\frac{qEd}{m}} \quad \text{⑦}$$

$$\theta = 45^\circ \quad \text{⑧}$$

(2)设粒子做圆周运动的半径为 R_1 , 粒子在第一象限的运动轨迹如图所示, O_1 为圆心, 由几何关系可知 $\triangle O_1OQ$ 为等腰直角三角形, 得 $R_1 = 2\sqrt{2}d$ ⑨

$$\text{由牛顿第二定律得 } qvB_0 = m\frac{v^2}{R_1} \quad \text{⑩}$$

$$\text{联立⑦⑨⑩式得 } B_0 = \sqrt{\frac{mE}{2qd}} \quad \text{⑪}$$

(3)设粒子做圆周运动的半径为 R_2 , 由几何知识分析知, 粒子运动的轨迹如图所示, O_2, O_2' 是粒子做圆周运动的圆心, Q, F, G, H 是轨迹与两坐标轴的交点, 连接 O_2, O_2' , 由几何关系知, O_2FGO_2' 和 O_2QHO_2' 均为矩形, 进而知 FQ, GH 均为直径, $QFGH$ 也是矩形, 又 $FH \perp GQ$, 可知 $QFGH$ 是正方形, $\triangle QOF$ 为等腰直角三角形. 由此可知, 粒子在第一、

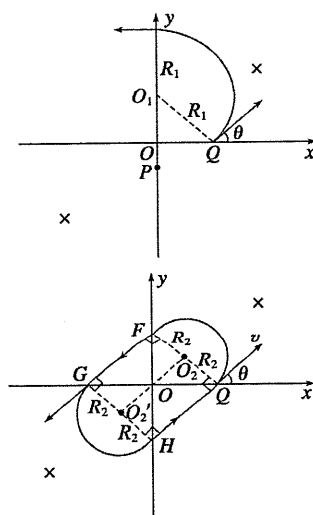
第三象限的轨迹均为半圆, 得

$$2R_2 = 2\sqrt{2}d \quad \text{⑫}$$

$$\text{粒子在第二、第四象限的轨迹为长度相等的线段, 得 } FG = HQ = 2R_2 \quad \text{⑬}$$

$$\text{设粒子相邻两次经过 } Q \text{ 点所用的时间为 } t, \text{ 则有 } t = \frac{FG + HQ + 2\pi R_2}{v} \quad \text{⑭}$$

$$\text{联立⑦⑫⑬⑭式得 } t = (2 + \pi)\sqrt{\frac{2md}{qE}}$$



“多过程”模型（应用力学两大观点动力学观点和能量观点）

考点一 应用牛顿运动定律和动能定理分析多过程问题

若一个物体参与了多个运动过程，有的运动过程只涉及分析力或求解力而不涉及能量问题，则常常用牛顿运动定律求解；若该过程涉及能量转化问题，并且具有功能关系的特点，则往往用动能定理求解。

【例 1】半径为 0.5 m 质量为 0.1 kg，释放点与 C 点的高度差为 h ，用力传感器测出物块经 C 点时对轨道的压力 F ，得到 F 与 h 的关系图象如图乙所示。已知物块与斜面间的动摩擦因数为 0.3，重力加速度 g 取 10 m/s^2 。求：

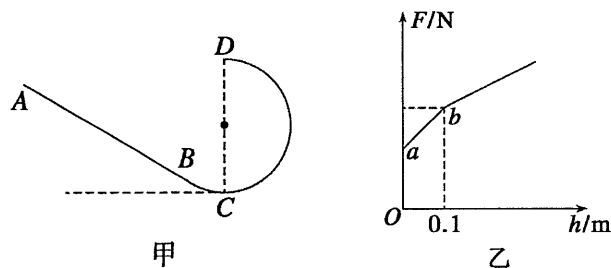


图 1

- (1)图乙中 a 、 b 两点的纵坐标 F_a 、 F_b 的数值。
- (2)物块在斜面上的释放点与 B 点的距离 l 为多大时，物块离开 D 点后落到轨道上与圆心 O 等高的位置上。

解析

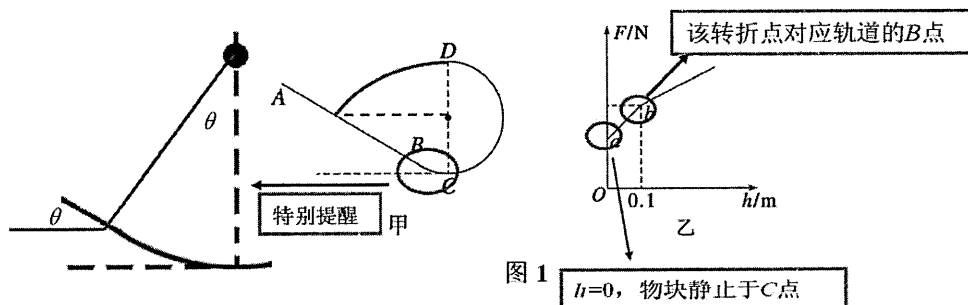


图 1

- (1)图乙中 a 、 b 两点的纵坐标 F_a 、 F_b 的数值。
- (2)物块在斜面上的释放点与 B 点的距离 l 为多大时，物块离开 D 点后落到轨道上与圆心 O 等高的位置上。

解析 (1)题图乙中的 a 点横坐标 $h=0$ ，即物块静止于 C 点。

$$F_a = mg = 1 \text{ N} \quad \text{①}$$

释放点位于 B 点下方时

$$mgh = \frac{1}{2}mv_C^2 \quad \text{②}$$

$$F - mg = m\frac{v_C^2}{R} \quad \text{③}$$

$$\text{解得 } F = mg + \frac{2mg}{R}h \quad \text{④}$$

由题图乙可知，B 点高度对应 b 点横坐标，B 点与 C 点高度差

$$h_B = 0.1 \text{ m} \quad \text{⑤}$$

$$\text{代入数据得 } F_b = 1.4 \text{ N} \quad \text{⑥}$$

(2) 设斜面倾角为 θ , 由几何关系

$$h_B = R(1 - \cos \theta) \quad \text{⑦}$$

代入数据得 $\cos \theta = 0.8$, $\sin \theta = 0.6$

物块离开 D 点后, 做平抛运动

$$R = \frac{1}{2}gt^2$$

$$\frac{R}{\sin \theta} = v_D t$$

物块从斜面上由静止释放到运动到 D 点, 由动能定理:

$$mgl \sin \theta + mgR(1 - \cos \theta) - \mu mgl \cos \theta - mg \cdot 2R = \frac{1}{2}mv_D^2$$

代入数据, 得 $l = 3.46 \text{ m}$

考点二 用动力学和能量观点分析多过程问题

若一个物体参与了多个运动过程, 有的运动过程只涉及分析力或求解力而不涉及能量问题, 则常常用牛顿运动定律求解; 若该过程涉及能量转化问题, 并且具有功能关系的特点, 则往往用动能定理或机械能守恒定律以及能量守恒定律求解。

【例 2】 如图 2 所示, x 轴与水平传送带重合, 坐标原点 O 在传送带的左端, 传送带长 $L = 8 \text{ m}$, 匀速运动的速度 $v_0 = 5 \text{ m/s}$. 一质量 $m = 1 \text{ kg}$ 的小物块轻轻放在传送带上 $x_P = 2 \text{ m}$ 的 P 点. 小物块随传送带运动到 Q 点后恰好能冲上光滑圆弧轨道的最高点 N 点. 若小物块经过 Q 处无机械能损失, 小物块与传送带间的动摩擦因数 $\mu = 0.5$, 重力加速度 $g = 10 \text{ m/s}^2$. 求:

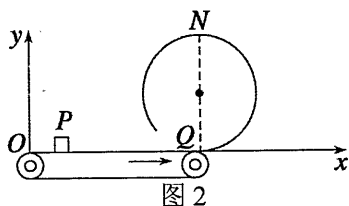
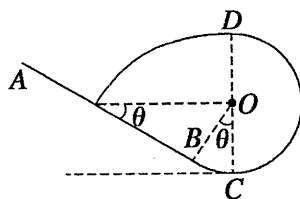


图 2

(1) N 点的纵坐标;

(2) 从 P 点到 Q 点, 小物块在传送带上运动时, 系统产生的热量;

(3) 若将小物块轻放在传送带上的某些位置, 最终小物块均能沿光滑圆弧轨道运动(小物块始终在圆弧轨道运动不脱轨)到达纵坐标 $y_M = 0.25 \text{ m}$ 的 M 点, 求这些位置的横坐标范围

【例 2】 如图 2 所示, x 轴与水平传送带重合, 坐标原点 O 在传送带的左端, 传送带长 $L = 8 \text{ m}$, 匀速运动的速度 $v_0 = 5 \text{ m/s}$. 一质量 $m = 1 \text{ kg}$ 的小物块轻轻放在传送带上 $x_P = 2 \text{ m}$ 的 P 点. 小物块随传送带运动到 Q 点恰好能冲上光滑圆弧轨道的最高点 N 点. 若小物块经过 Q 处无机械能损失, 小物块与传送带间的动摩擦因数 $\mu = 0.5$, 重力加速度 $g = 10 \text{ m/s}^2$. 求:

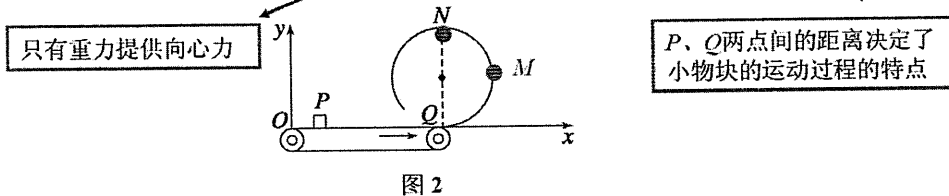


图 2

(1) N 点的纵坐标;

(2) 从 P 点到 Q 点, 小物块在传送带上运动时, 系统产生的热量;

(3) 若将小物块轻放在传送带上的某些位置, 最终小物块均能沿光滑圆弧轨道运动(小物块始终在圆弧轨道运动不脱轨)到达纵坐标 $y_M = 0.25 \text{ m}$ 的 M 点, 求这些位置的横坐标范围.

要不脱轨, 小球的运动要么不过 M 点, 要么过 N 点

解析 (1)小物块在传送带上匀加速运动的加速度 $a = \mu g = 5 \text{ m/s}^2$
 设小物块加速到与传送带速度相同时所用时间为 t

$$t = \frac{v_0}{a} = 1 \text{ s}$$

$$\text{运动的位移 } \Delta x = \frac{v_0^2}{2a} = 2.5 \text{ m} < x_{PQ}$$

$$\text{在 } N \text{ 点由牛顿第二定律 } mg = m \frac{v_N^2}{R}$$

从 Q 到 N 的运动过程, 由机械能守恒定律

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = mgy_N + \frac{1}{2}mv_N^2$$

$$\text{又 } R = \frac{y_N}{2}$$

$$\text{解得 } y_N = 1 \text{ m}$$

(2)小物块在传送带上相对传送带滑动的位移

$$x = v_0 t - \Delta x = 2.5 \text{ m}$$

$$\text{产生的热量 } Q = \mu mgx = 12.5 \text{ J}$$

(3)设在坐标为 x_1 处将小物块轻放在传送带上, 若刚能到达圆心右侧的 M 点, 由能量守恒得:

$$\mu mg(L - x_1) = mgy_M$$

$$\text{代入数据解得 } x_1 = 7.5 \text{ m}$$

$$\text{当小物块恰好到达与圆心等高的右侧时 } \mu mg(L - x_2) = \frac{1}{2}mgy_N$$

$$\text{代入数据解得 } x_2 = 7 \text{ m}$$

若刚能到达圆心左侧的 M 点, 则必定恰好能通过最高点 C ,

$$\mu mg(L - x_3) = mgy_N + \frac{1}{2}mv_N^2$$

$$mg = m \frac{v_N^2}{R}, \text{ 可解得 } x_3 = 5.5 \text{ m}$$

故小物块放在传送带上的位置坐标范围

$$7 \text{ m} \leq x \leq 7.5 \text{ m} \text{ 和 } 0 \leq x \leq 5.5 \text{ m}$$

应用动力学和能量观点分析力学综合题

【例 3】如图 4 所示, 质量为 $m = 1 \text{ kg}$ 的小物块轻轻地放在水平匀速运动的传送带上的 P 点, 随传送带运动到 A 点后水平抛出, 小物块恰好无碰撞地从 B 点沿圆弧切线进入竖直光滑的圆弧轨道. B 、 C 为圆弧轨道的两端点, 其连线水平, 已知圆弧轨道的半径 $R = 1.0 \text{ m}$, 圆弧轨道对应的圆心角 $\theta = 106^\circ$, 轨道最低点为 O , A 点距水平面的高度 $h = 0.8 \text{ m}$, 小物块离开 C 点后恰能无碰撞地沿固定斜面向上运动, 0.8 s 后经过 D 点, 小物块与斜面间的动摩擦因数为 $\mu_1 = \frac{1}{3}$. ($g = 10 \text{ m/s}^2$, $\sin 37^\circ = 0.6$, $\cos 37^\circ = 0.8$)

- (1)求小物块离开 A 点时的水平初速度 v_1 的大小;
- (2)求小物块经过 O 点时对轨道的压力;
- (3)假设小物块与传送带间的动摩擦因数为 $\mu_2 = 0.3$, 传送带的速度为 5 m/s , 求 P 、 A 间的距离;
- (4)求斜面上 C 、 D 间的距离.

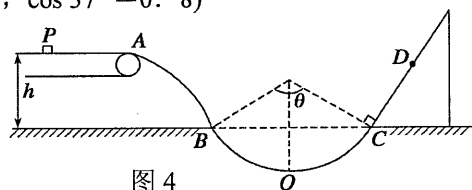


图 4

【例 3】如图 4 所示, 质量为 $m = 1 \text{ kg}$ 的小物块轻轻地放在水平匀速运动的传送带上的 P 点, 随传送带运动到 A 点后水平抛出, 小物块恰好无碰撞地从 B 点沿圆弧切线进入竖直光滑的圆弧轨道. B 、 C 为圆弧轨道的两端点, 其连线水平, 已知圆弧轨道的半径 $R = 1.0 \text{ m}$, 圆弧轨道对应的圆心角 $\theta = 106^\circ$, 轨道最低点为 O , A 点距水平面的高度 $h = 0.8 \text{ m}$, 小物块离开 C 点后恰能无碰撞地沿固定斜面向上运动, 0.8 s 后经过 D 点, 小物块与斜面间的动摩擦因数为 $\mu_1 = \frac{1}{3}$. ($g = 10 \text{ m/s}^2$, $\sin 37^\circ = 0.6$, $\cos 37^\circ = 0.8$)

审题与关联

①审题切入点：运动过程分析、受力分析及各力做功分析

②明情景，析过程：从P到A、从A到B、从B到C和从C到D各段，物块分别做什么运动？

③理思路，选规律：由P到A物块加速，摩擦力做功，选用什么规律？从B到O再到C，只有重力做功，机械能是否变化？从C到D上升时间如何求解？从C到D的位移如何确定？

④巧布局，详解析：由P到A可选用动能定理或牛顿运动定律；由B到O再到C可选用机械能守恒定律；由C到D需分段用牛顿运动定律和运动学公式。

解析 (1)对于小物块，由A点到B点，有 $v_y^2 = 2gh$ ，在B点，有

$$\tan \frac{\theta}{2} = \frac{v_y}{v_1}, \text{ 所以 } v_1 = 3 \text{ m/s}$$

2)对于小物块，从B点到O点，由动能定理知 $mgR(1 - \cos \frac{\theta}{2}) = \frac{1}{2}mv_O^2 - \frac{1}{2}mv_B^2$

$$\text{其中 } v_B = \sqrt{v_1^2 + v_y^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} \text{ m/s} = 5 \text{ m/s}$$

由牛顿第二定律知，在O点，

$$\text{有 } F_N - mg = m \frac{v_O^2}{R},$$

所以 $F_N = 43 \text{ N}$

由牛顿第三定律知小物块对轨道的压力为 $F_N' = 43 \text{ N}$ ，方向竖直向下

(3)对于小物块在传送带上加速的过程有 $\mu_2 mg = ma$

设P、A间的距离为 x_{PA} ，

$$\text{则 } x_{PA} = \frac{v_1^2}{2a} = \frac{v_1^2}{2\mu_2 g} = 1.5 \text{ m}$$

(4)小物块沿斜面上滑时，由牛顿第二定律有

$$mg \sin \frac{\theta}{2} + \mu_1 mg \cos \frac{\theta}{2} = ma_1$$

解得 $a_1 = 10 \text{ m/s}^2$

小物块沿斜面下滑时有

$$mg \sin \frac{\theta}{2} - \mu_1 mg \cos \frac{\theta}{2} = ma_2$$

解得 $a_2 = 6 \text{ m/s}^2$

由机械能守恒定律可知 $v_C = v_B = 5 \text{ m/s}$

小物块由C点上升到最高点历时 $t_1 = \frac{v_C}{a_1} = 0.5 \text{ s}$

小物块由最高点回到D点历时

$$t_2 = 0.8 \text{ s} - 0.5 \text{ s} = 0.3 \text{ s}$$

$$\text{故 } x_{CD} = \frac{v_C}{2} t_1 - \frac{1}{2} a_2 t_2^2$$

解得 $x_{CD} = 0.98 \text{ m}$

“电磁感应”模型

一、法拉第电磁感应定律

1. 感应电动势

(1) 感应电动势：在电磁感应现象中产生的电动势。产生感应电动势的那部分导体就相当于电源，导体的电阻相当于电源内阻。

(2) 感应电流与感应电动势的关系：遵循闭合电路欧姆定律，即 $I = \frac{E}{R+r}$ 。

2. 法拉第电磁感应定律

(1) 内容：闭合电路中感应电动势的大小，跟穿过这一电路的磁通量的变化率成正比。

(2) 公式： $E = n \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$ 。

3. 导体切割磁感线的情形

(1) 一般情况：运动速度 v 和磁感线方向夹角为 θ ，则 $E = Blv \sin \theta$ 。

(2) 常用情况：运动速度 v 和磁感线方向垂直，则 $E = Blv$ 。

考点一 法拉第电磁感应定律的应用

1. 感应电动势大小的决定因素

(1) 感应电动势的大小由穿过闭合电路的磁通量的变化率 $\frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$ 和线圈的匝数共同决定，而与磁通量 Φ 、磁通量的变化量 $\Delta \Phi$ 的大小没有必然联系。

(2) 当 $\Delta \Phi$ 仅由 B 引起时，则 $E = n \frac{S \Delta B}{\Delta t}$ ；当 $\Delta \Phi$ 仅由 S 引起时，则 $E = n \frac{B \Delta S}{\Delta t}$ ；当 $\Delta \Phi$ 由 B 、

S 的变化同时引起，则 $E = n \frac{B_2 S_2 - B_1 S_1}{\Delta t} \neq n \frac{\Delta B \Delta S}{\Delta t}$ 。

2. 磁通量的变化率 $\frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$ 是 $\Phi - t$ 图象上某点切线的斜率。

【例 1】如图 6 甲所示，电阻不计，间距为 l 的平行长金属导轨置于水平面内，阻值为 R 的导体棒 ab 固定连接在导轨左端，另一阻值也为 R 的导体棒 ef 垂直放置在导轨上， ef 与导轨接触良好，并可在导轨上无摩擦移动。现有一根轻杆一端固定在 ef 中点，另一端固定于墙上，轻杆与导轨保持平行， ef 、 ab 两棒间距为 d 。若整个装置处于方向竖直向下的匀强磁场中，且从某一时刻开始，磁感应强度 B 随时间 t 按图乙所示的方式变化。

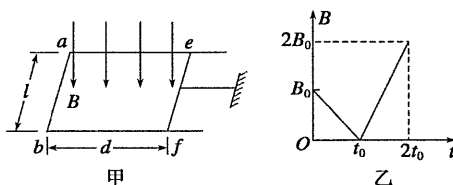


图 6

(1) 求在 $0 \sim t_0$ 时间内流过导体棒 ef 的电流的大小与方向；

(2) 求在 $t_0 \sim 2t_0$ 时间内导体棒 ef 产生的热量；

(3) $1.5t_0$ 时刻杆对导体棒 ef 的作用力的大小和方向.

解析 (1) 在 $0 \sim t_0$ 时间内, 磁感应强度的变化率 $\frac{\Delta B}{\Delta t} = \frac{B_0}{t_0}$

$$\text{产生感应电动势的大小 } E_1 = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = \frac{\Delta B}{\Delta t} S = \frac{\Delta B}{\Delta t} ld = \frac{B_0 ld}{t_0}$$

$$\text{流过导体棒 } ef \text{ 的电流大小 } I_1 = \frac{E_1}{2R} = \frac{B_0 ld}{2Rt_0}$$

由楞次定律可判断电流方向为 $e \rightarrow f$

(2) 在 $t_0 \sim 2t_0$ 时间内, 磁感应强度的变化率 $\frac{\Delta B}{\Delta t} = \frac{2B_0}{t_0}$

$$\text{产生感应电动势的大小 } E_2 = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = \frac{\Delta B}{\Delta t} S = \frac{\Delta B}{\Delta t} ld = \frac{2B_0 ld}{t_0}$$

$$\text{流过导体棒 } ef \text{ 的电流大小 } I_2 = \frac{E_2}{2R} = \frac{B_0 ld}{Rt_0}$$

$$\text{该时间内导体棒 } ef \text{ 产生的热量 } Q = I_2^2 R t_0 = \frac{B_0^2 l^2 d^2}{Rt_0}$$

(3) $1.5t_0$ 时刻, 磁感应强度 $B = B_0$

$$\text{导体棒 } ef \text{ 受安培力: } F = B_0 I_2 l = \frac{B_0^2 l^2 d}{Rt_0}$$

方向水平向左

根据导体棒 ef 受力平衡可知杆对导体棒的作用力为 $F' = -F = -\frac{B_0^2 l^2 d}{Rt_0}$, 负号表示方向

水平向右.

答案 (1) $\frac{B_0 ld}{2Rt_0}$, 方向 $e \rightarrow f$ (2) $\frac{B_0^2 l^2 d^2}{Rt_0}$ (3) $\frac{B_0^2 l^2 d}{Rt_0}$, 方向水平向右

规律总结

1. 应用法拉第电磁感应定律解题的一般步骤

- (1) 分析穿过闭合电路的磁场方向及磁通量的变化情况;
- (2) 利用楞次定律确定感应电流的方向;
- (3) 灵活选择法拉第电磁感应定律的不同表达形式列方程求解.

2. 几点注意

(1) 公式 $E = n \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$ 是求解回路某段时间内平均电动势的最佳选择.

(2) 用公式 $E = nS \frac{\Delta B}{\Delta t}$ 求感应电动势时, S 为线圈在磁场范围内的有效面积.

(3) 通过回路截面的电荷量 q 仅与 n 、 $\Delta \Phi$ 和回路总电阻 $R_{\text{总}}$ 有关, 与时间长短无关. 推

$$\text{导如下: } q = \frac{-}{I} \Delta t = \frac{n \Delta \Phi}{\Delta t R_{\text{总}}} \cdot \Delta t = \frac{n \Delta \Phi}{R_{\text{总}}}$$

[突破训练 1] 如图 7 甲所示, 一个圆形线圈的匝数 $n=100$, 线圈面积 $S=200 \text{ cm}^2$, 线圈的电阻 $r=1 \Omega$, 线圈外接一个阻值 $R=4 \Omega$ 的电阻, 把线圈放入一方向垂直线圈平面向里的匀强磁场中, 磁感应强度随时间变化规律如图乙所示. 下列说法中正确的是()

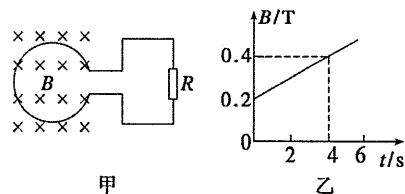


图 7

- A. 线圈中的感应电流方向为顺时针方向
- B. 电阻 R 两端的电压随时间均匀增大
- C. 线圈电阻 r 消耗的功率为 $4 \times 10^{-4} \text{ W}$
- D. 前 4 s 内通过 R 的电荷量为 $4 \times 10^{-4} \text{ C}$

答案 C

解析 由楞次定律可知, 线圈中的感应电流方向为逆时针方向, 选项 A 错误; 由法拉第电磁感应定律可知, 产生的感应电动势为 $E = \frac{nS\Delta B}{\Delta t} = 0.1 \text{ V}$, 电阻 R 两端的电压不随时间变化, 选项 B 错误; 回路中电流 $I = \frac{E}{R+r} = 0.02 \text{ A}$, 线圈电阻 r 消耗的功率为 $P = I^2 r = 4 \times 10^{-4} \text{ W}$, 选项 C 正确; 前 4 s 内通过 R 的电荷量为 $q = It = 0.08 \text{ C}$, 选项 D 错误.

考点二 导体切割磁感线产生感应电动势的计算

1. 公式 $E = Blv$ 的使用条件

- (1) 匀强磁场.
- (2) B 、 l 、 v 三者相互垂直.
- (3) 如不垂直, 用公式 $E = Blv \sin \theta$ 求解, θ 为 B 与 v 方向间的夹角.

2. “瞬时性”的理解

若 v 为瞬时速度, 则 E 为瞬时感应电动势.

若 v 为平均速度, 则 E 为平均感应电动势, 即 $E = \overline{Blv}$.

3. 切割的“有效长度”

公式中的 l 为有效切割长度, 即导体在与 v 垂直的方向上的投影长度. 图 8 中有效长度分别为:

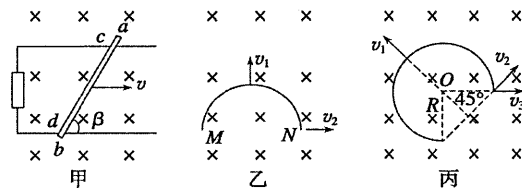


图 8

甲图: $l = \overline{cd} \sin \beta$;

乙图: 沿 v_1 方向运动时, $l = \overline{MN}$; 沿 v_2 方向运动时, $l = 0$.

丙图: 沿 v_1 方向运动时, $l = \sqrt{2}R$; 沿 v_2 方向运动时, $l = 0$; 沿 v_3 方向运动时, $l = R$.

4. “相对性”的理解

$E = Blv$ 中的速度 v 是相对于磁场的速度, 若磁场也运动, 应注意速度间的相对关系.

【例 2】两足够长的平行金属导轨间的距离为 L , 导轨光滑且电阻不计, 导轨所在的平面与水平面夹角为 θ . 在导轨所在空间内, 分布磁感应强度为 B 、方向垂直于导轨所在平面的匀强磁场. 把一个质量为 m 的导体棒 ab 放在金属导轨上, 在外力作用下保持静止, 导体棒与金属导轨垂直, 且接触良好, 导体棒与金属导轨接触的两点间的电阻为 R_1 , 完成下列问题:

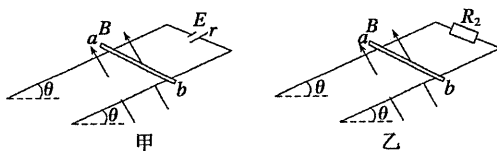


图 9

(1)如图 9 甲, 金属导轨的一端接一个内阻为 r 的直流电源. 撤去外力后导体棒仍能静止, 求直流电源电动势;

(2)如图乙, 金属导轨的一端接一个阻值为 R_2 的定值电阻, 撤去外力让导体棒由静止开始下滑, 在加速下滑的过程中, 当导体棒的速度达到 v 时, 求此时导体棒的加速度;

(3)求(2)问中导体棒所能达到的最大速度.

审题指导 1. 金属导轨接有电源时, 如何计算导体棒所受安培力大小? 如何判断安培力方向?

2. 金属导轨接电阻 R_2 时, 如何计算感应电动势大小? 如何计算导体棒所受安培力大小? 如何判断电流方向和安培力方向?

解析 (1)回路中的电流为 $I = \frac{E}{R_1 + r}$

导体棒 ab 受到的安培力为 $F_{\ast} = BIL$

对导体棒 ab 受力分析知 $F_{\ast} = mg \sin \theta$

联立上面三式解得: $E = \frac{mg(R_1 + r) \sin \theta}{BL}$

(2)当导体棒 ab 速度为 v 时, 感应电动势 $E = BLv$, 此时电路中电流

$$I = \frac{BLv}{R_1 + R_2}$$

导体棒 ab 受到的安培力为 $F_{\ast}' = BIL = \frac{B^2 L^2 v}{R_1 + R_2}$

根据牛顿第二定律, 有

$$ma = mg\sin\theta - F_{安}' = mg\sin\theta - \frac{B^2L^2v}{R_1 + R_2}$$

$$a = g\sin\theta - \frac{B^2L^2v}{m(R_1 + R_2)}$$

(3) 当 $\frac{B^2L^2v}{R_1 + R_2} = mg\sin\theta$ 时, 导体棒 ab 达到最大速度 v_m

$$v_m = \frac{mg(R_1 + R_2)\sin\theta}{B^2L^2}$$

答案 (1) $\frac{mg(R_1 + r)\sin\theta}{BL}$ (2) $g\sin\theta - \frac{B^2L^2v}{m(R_1 + R_2)}$

(3) $\frac{mg(R_1 + R_2)\sin\theta}{B^2L^2}$

规律总结

公式 $E = n\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ 与 $E = Blv\sin\theta$ 的区别与联系

两个 公式项目	$E = n\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$	$E = Blv\sin\theta$
区别	求的是 Δt 时间内的平均感应电动势, E 与某段时间或某个过程相对应	求的是瞬时感应电动势, E 与某个时刻或某个位置相对应
	求的是整个回路的感应电动势. 整个回路的感应电动势为零时, 其回路中某段导体的感应电动势不一定为零	求的是回路中一部分导体切割磁感线时产生的感应电动势
	由于是整个回路的感应电动势, 因此电源部分不容易确定	由于是由一部分导体切割磁感线的运动产生的, 该部分就相当于电源
联系	公式 $E = n\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ 和 $E = Blv\sin\theta$ 是统一的, 当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时, E 为瞬时感应电动势, 而公式 $E = Blv\sin\theta$ 中的 v 若代入 \bar{v} , 则求出的 E 为平均感应电动势	

[突破训练 2] 如图 10 所示, 足够长的“U”形光滑金属导轨平面与水平面成 θ 角 ($0 < \theta < 90^\circ$), 其中 MN 与 PQ 平行且间距为 L , 导轨平面与磁感应强度大小为 B 的匀强磁场垂直, 导轨电阻不计. 金属棒 ab 由静止开始沿导轨下滑, 并与两导轨始终保持垂直且接触良好, ab 棒接入电路的部分的电阻为 R , 当流过 ab 棒某一横截面的电荷量为 q 时, 棒的速度大小为 v , 则金属棒 ab 在这一过程中 ()

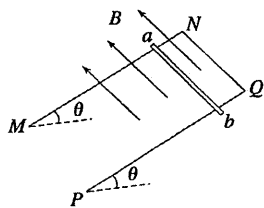


图 10

- A. a 点的电势高于 b 点的电势
 B. ab 棒中产生的焦耳热小于 ab 棒重力势能的减少量
 C. 下滑的位移大小为 $\frac{qR}{BL}$
 D. 受到的最大安培力大小为 $\frac{B^2L^2v}{R} \sin \theta$

答案 ABC

解析 由右手定则可知 a 点相当于电源的正极, b 点相当于电源的负极, 故 A 正确; 由能量守恒可知 ab 棒重力势能的减少量等于 ab 棒中产生的焦耳热与 ab 棒的动能之和, 故 B 正确; 由 $q = \frac{\Delta\Phi}{R} = \frac{BxL}{R}$ 可得, 下滑的位移大小为 $x = \frac{qR}{BL}$, 故 C 正确; 金属棒 ab 在这一过程中受到的安培力大小为 $F = BIL$, I 最大为 $\frac{BLv}{R}$, 故最大安培力大小为 $\frac{B^2L^2v}{R}$, 故 D 错误. 故选 A、B、C.

应用法拉第电磁感应定律的答题规范

在阅卷过程中, 我们看到学生计算题的答题卷面, 有时不是因为物理知识不够扣分, 而是因为答题不规范而扣分, 很是可惜. 下面谈一下规范答题的几大要素.

1. 文字说明

- (1) 研究对象个体或系统、过程或状态.
- (2) 所列方程的依据名称.
- (3) 题目中的隐含条件、临界条件.
- (4) 非题设字母, 说明符号的物理意义. 字母符号书写、使用要规范, 题目给了符号最好不要再另设符号. 尊重课本常用符号.
- (5) 规定的正方向、零势点(面)及所建立的坐标系.
- (6) 结果的物理意义, 给出明确答案.

2. 必要方程

- (1) 写出符合题意的原始方程, 不能写变形式, 如: 要写成 “ $\begin{cases} I = \frac{Blv}{R} \\ F = BIl = \frac{B^2l^2v}{R} \end{cases}$ ”, 不

要直接写成“ $F = \frac{B^2 l^2 v}{R}$ ”。

(2)要用字母表述方程，不要写代入数据的方程，方程中等号两边虽然含有相同的物理量字母，也不能相“约”，如“ $mgh = \frac{1}{2}mv^2$ ”。

(3)要用原始方程组联立求解，不要用连等式，不要在等式中不断的“续”进一些内容。

(4)方程式有多个时，应分步列，并对各方程式编号，不要合写一式，以免一错全错。

3. 数字运用

(1)几何关系只说结果，不必证明。

(2)数字相乘，要用“ \times ”，不用“ \cdot ”。

(3)卷面上不能打“/”相约。

4. 答题模板

解 设……(未知量)为……

对……过程由……规律得：

……(具体问题的原始方程)

在……位置由……公式得：

……(具体问题的原始方程)

联立以上各式(或联立①②式)得：

……(由已知量符号表示)

= …… = “结果”(代入数据得结果，并注意待求量的数值及单位)

【例 4】如图 13 所示，两根质量同为 m 、电阻同为 R 、长度同为 l 的导体棒 a 、 b ，用两条等长的、质量和电阻均可忽略不计的长直导线连接后，放在距地面足够高的光滑绝缘水平桌面上，两根导体棒均与桌边缘平行，一根在桌面上，另一根移动到靠在桌子的光滑绝缘侧面上。整个空间存在水平向右的匀强磁场，磁感应强度为 B ，开始时两棒静止，自由释放后开始运动。已知两条导线除桌边缘拐弯处外其余部位均处于伸直状态，导线与桌子侧棱间无摩擦。求：

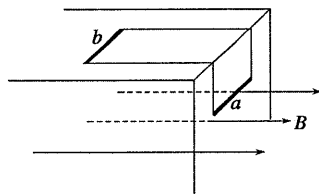


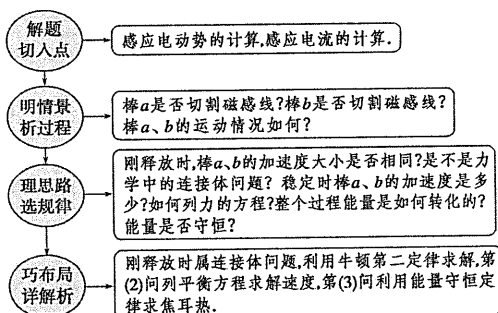
图 13

(1)刚释放时，导体棒 a 、 b 的加速度大小；

(2)导体棒 a 、 b 运动稳定时的速度大小；

(3)若从开始下滑到刚稳定时通过横截面的电荷量为 q ，求该过程中系统产生的焦耳热。

审题与关联



解析 (1)刚释放时, 导体棒 a 、 b 的加速度大小相同, 设导线中拉力为 F_T

对 a 棒: $mg - 2F_T = ma$

对 b 棒: $2F_T = ma$

解得: $a = \frac{1}{2}g$

(2)导体棒运动稳定时, 设导线中拉力为 F_T'

对 b 棒: $F_T' = 0$

对 a 棒: $mg = F_*$

又 $F_* = BIl, I = \frac{Blv}{2R}$

解得: $v = \frac{2mgR}{B^2l^2}$

(3)从开始下滑到刚稳定, 设 a 棒下降的高度为 h

则通过横截面的电荷量 $q = \bar{I} \cdot \Delta t = \frac{\Delta\Phi}{2R} = \frac{Blh}{2R}$

由能量守恒定律得: 系统产生的焦耳热 $Q = mgh - \frac{1}{2} \times 2mv^2$

解得: $Q = \frac{2mgqR}{Bl} - \frac{4m^3g^2R^2}{B^4l^4}$

答案 (1) $\frac{1}{2}g$ (2) $\frac{1}{2}g$ (3) $\frac{2mgR}{B^2l^2}$ (4) $\frac{2mgqR}{Bl} - \frac{4m^3g^2R^2}{B^4l^4}$

【例 5】如图 10 甲所示, 在水平面上固定有长为 $L=2\text{ m}$ 、宽为 $d=1\text{ m}$ 的金属“U”形导轨, 在“U”形导轨右侧 $l=0.5\text{ m}$ 范围内存在垂直纸面向里的匀强磁场, 且磁感应强度随时间变化规律如图乙所示. 在 $t=0$ 时刻, 质量为 $m=0.1\text{ kg}$ 的导体棒以 $v_0=1\text{ m/s}$ 的初速度从导轨的左端开始向右运动, 导体棒与导轨之间的动摩擦因数为 $\mu=0.1$, 导轨与导体棒单位长度(1 m)的电阻均为 $\lambda=0.1\ \Omega$, 不计导体棒与导轨之间的接触电阻及地球磁场的影响(取 $g=10\text{ m/s}^2$).

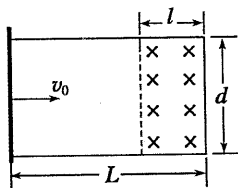


图 10-甲

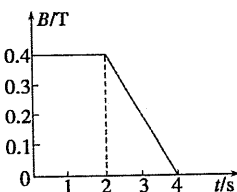


图 10-乙

- (1)通过计算分析 4 s 内导体棒的运动情况;
 (2)计算 4 s 内回路中电流的大小, 并判断电流方向;
 (3)计算 4 s 内回路产生的焦耳热.

答案 (1)前 1 s 导体棒做匀减速直线运动, 1 s~4 s 内一直保持静止 (2)0.2 A, 顺时针方向 (3)0.04 J

解析 (1)导体棒先在无磁场区域做匀减速直线运动, 有

$$-\mu mg = ma, \quad v = v_0 + at, \quad x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

导体棒速度减为零时, $v = 0$.

代入数据解得: $t = 1$ s, $x = 0.5$ m $< L - l = 1.5$ m, 导体棒没有进入磁场区域.

导体棒在 1 s 末已停止运动, 以后一直保持静止, 离左端距离为 $x = 0.5$ m.

(2)前 2 s 磁通量不变, 回路电动势和电流分别为 $E = 0, I = 0$

$$\text{后 2 s 回路产生的感应电动势为 } E = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = l d \frac{\Delta B}{\Delta t} = 0.1 \text{ V}$$

回路的总长度为 5 m, 因此回路的总电阻为 $R = 5\lambda = 0.5 \Omega$

$$\text{电流为 } I = \frac{E}{R} = 0.2 \text{ A}$$

根据楞次定律, 在回路中的电流方向是顺时针方向.

(3)前 2 s 电流为零, 后 2 s 有恒定电流, 焦耳热为

$$Q = I^2 R t = 0.04 \text{ J.}$$

【高考题】

(2013·北京·17)如图 14 所示, 在磁感应强度为 B 、方向垂直纸面向里的匀强磁场中, 金属杆 MN 在平行金属导轨上以速度 v 向右匀速滑动, MN 中产生的感应电动势为 E_1 ; 若磁感应强度增为 $2B$, 其他条件不变, MN 中产生的感应电动势变为 E_2 . 则通过电阻 R 的电流方向及 E_1 与 E_2 之比 $E_1 : E_2$ 分别为 ()

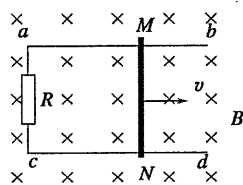


图 14

- A. $c \rightarrow a, 2 : 1$ B. $a \rightarrow c, 2 : 1$
 C. $a \rightarrow c, 1 : 2$ D. $c \rightarrow a, 1 : 2$

答案 C

解析 用右手定则判断出两次滑动中金属棒 MN 中的电流方向均为 $N \rightarrow M$, 所以电阻 R

中的电流方向为 $a \rightarrow c$. 由感应电动势公式 $E = Blv$ 可知: $\frac{E_1}{E_2} = \frac{Blv}{2Blv} = \frac{1}{2}$, 故选项 C 正确.

2. (2021·课标全国·19)如图 15, 均匀磁场中有一由半圆弧及其直径构成的导线框, 半圆直径与磁场边缘重合; 磁场方向垂直于半圆面(纸面)向里, 磁感应强度大小为 B_0 . 使该线框从静止开始绕过圆心 O 、垂直于半圆面的轴以角速度 ω 匀速转动半周, 在线框中产生感应电流. 现使线框保持图中所示位置, 磁感应强度大小随时间线性变化. 为了产生与线框转动半周过程中同样大小的电流, 磁感应强度随时间的变化率 $\frac{\Delta B}{\Delta t}$ 的大小应为()

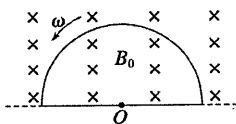


图 15

- A. $\frac{4\omega B_0}{\pi}$ B. $\frac{2\omega B_0}{\pi}$ C. $\frac{\omega B_0}{\pi}$ D. $\frac{\omega B_0}{2\pi}$

答案 C

解析 当线框绕过圆心 O 的转动轴以角速度 ω 匀速转动时, 由于面积的变化产生感应电动势, 从而产生感应电流. 设半圆的半径为 r , 导线框的电阻为 R , 即 $I_1 = \frac{E}{R} = \frac{\Delta\Phi}{R\Delta t} =$

$$\frac{B_0\Delta S}{R\Delta t} = \frac{\frac{1}{2}\pi r^2 B_0}{R\frac{\pi}{\omega}} = \frac{B_0 r^2 \omega}{2R}. \text{ 当线框不动, 磁感应强度变化时, } I_2 = \frac{E}{R} = \frac{\Delta\Phi}{R\Delta t} = \frac{\Delta B S}{R\Delta t} = \frac{\Delta B \pi r^2}{2R\Delta t}, \text{ 因}$$

$I_1 = I_2$, 可得 $\frac{\Delta B}{\Delta t} = \frac{\omega B_0}{\pi}$, C 选项正确.

电磁感应中的电路和图象问题

一、电磁感应中的电路问题

1. 内电路和外电路

- (1) 切割磁感线的导体或磁通量发生变化的线圈相当于电源.
- (2) 产生电动势的那部分导体或线圈的电阻相当于电源的内阻, 其他部分的电阻相当于外电阻.

2. 电磁感应现象产生的电动势 $E = Blv$ 或 $E = n \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$.

3. 电磁感应电路问题的分析方法

- (1) 用法拉第电磁感应定律和楞次定律(或右手定则)确定电动势的大小和方向.
- (2) 画出等效电路图.
- (3) 运用闭合电路欧姆定律、串并联电路的性质、电功率、电功计算公式联立求解.

二、电磁感应中的图象问题

1. 图象类型

- (1) 随时间变化的图象如 $B-t$ 图象、 $\Phi-t$ 图象、 $E-t$ 图象和 $i-t$ 图象.
- (2) 随位移 x 变化的图象如 $E-x$ 图象和 $i-x$ 图象.

2. 问题类型

- (1) 由给定的电磁感应过程判断或画出正确的图象.
- (2) 由给定的有关图象分析电磁感应过程, 求解相应的物理量.
- (3) 利用给出的图象判断或画出新的图象.

考点一 电磁感应中的电路问题

1. 电磁感应中的电路问题分类.

- (1) 以部分电路欧姆定律为中心, 包括六个基本物理量(电压、电流、电阻、电功、电功率、电热), 三条定律(部分电路欧姆定律、电阻定律和焦耳定律), 以及若干基本规律(串、并联电路特点等).
- (2) 以闭合电路欧姆定律为中心, 讨论电动势概念, 闭合电路中的电流、路端电压以及闭合电路中能量的转化.

2. 对电磁感应电路的理解

- (1) 在电磁感应电路中, 相当于电源的部分把其他形式的能通过电流做功转化为电能.
- (2) “电源”两端的电压为路端电压, 而不是感应电动势.

【例 1】如图 5(a)所示, 水平放置的两根平行金属导轨, 间距 $L=0.3 \text{ m}$, 导轨左端连接 $R=0.6 \Omega$ 的电阻, 区域 $abcd$ 内存在垂直于导轨平面 $B=0.6 \text{ T}$ 的匀强磁场, 磁场区域宽 $D=0.2 \text{ m}$. 细金属棒 A_1 和 A_2 用长为 $2D=0.4 \text{ m}$ 的轻质绝缘杆连接, 放置在导轨平面上, 并与导轨垂直, 每根金属棒在导轨间的电阻均为 $r=0.3 \Omega$. 导轨电阻不计. 使金属棒以恒定速度 $v=1.0 \text{ m/s}$ 沿导轨向右穿越磁场. 计算从金属棒 A_1 进入磁场($t=0$)到 A_2 离开磁场的时间内, 不同时间段通过电阻 R 的电流强度, 并在图(b)中画出.

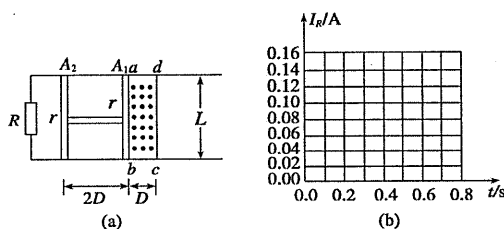
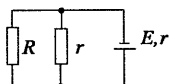


图 5

解析 $t_1 = \frac{D}{v} = 0.2 \text{ s}$

在 $0 \sim t_1$ 时间内, A_1 产生的感应电动势 $E_1 = BLv = 0.18 \text{ V}$.

其等效电路如图甲所示.



甲

由图甲知, 电路的总电阻

$$R_{\text{总}} = r + \frac{rR}{r+R} = 0.5 \Omega$$

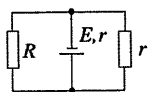
$$\text{总电流为 } I = \frac{E_1}{R_{\text{总}}} = 0.36 \text{ A}$$

$$\text{通过 } R \text{ 的电流为 } I_R = \frac{I}{3} = 0.12 \text{ A}$$

A_1 离开磁场 ($t_1 = 0.2 \text{ s}$) 至 A_2 刚好进入磁场 ($t_2 = \frac{2D}{v} = 0.4 \text{ s}$) 的时间内, 回路无电流, $I_R = 0$,

从 A_2 进入磁场 ($t_2 = 0.4 \text{ s}$) 至离开磁场 $t_3 = \frac{2D+D}{v} = 0.6 \text{ s}$ 的时间内, A_2 上的感应电动势为

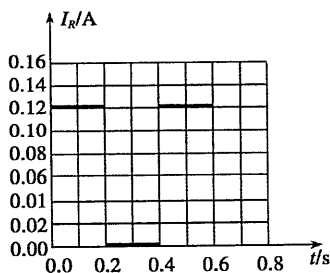
$E_2 = 0.18 \text{ V}$, 其等效电路如图乙所示.



乙

由图乙知, 电路总电阻 $R_{\text{总}}' = 0.5 \Omega$, 总电流 $I' = 0.36 \text{ A}$, 流过 R 的电流 $I_R = 0.12 \text{ A}$,

综合以上计算结果, 绘制通过 R 的电流与时间关系如图所示.



答案 见解析

规律总结

解决电磁感应中的电路问题三步曲

- (1) 确定电源. 切割磁感线的导体或磁通量发生变化的回路将产生感应电动势, 该导体或回路就相当于电源, 利用 $E = Blv \sin \theta$ 或 $E = n \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$ 求感应电动势的大小, 利用右手定则或楞次定律判断电流方向.
- (2) 分析电路结构(内、外电路及外电路的串、并联关系), 画出等效电路图.
- (3) 利用电路规律求解. 主要应用欧姆定律及串、并联电路的基本性质等列方程求解.

考点二 电磁感应中的图象问题

1. 题型特点

一般可把图象问题分为三类:

- (1) 由给定的电磁感应过程选出或画出正确的图象;
- (2) 由给定的有关图象分析电磁感应过程, 求解相应的物理量;
- (3) 根据图象定量计算.

2. 解题关键

弄清初始条件，正负方向的对应，变化范围，所研究物理量的函数表达式，进、出磁场的转折点是解决问题的关键。

3. 解决图象问题的一般步骤

- (1)明确图象的种类，即是 $B-t$ 图象还是 $\Phi-t$ 图象，或者是 $E-t$ 图象、 $I-t$ 图象等；
- (2)分析电磁感应的具体过程；
- (3)用右手定则或楞次定律确定方向对应关系；
- (4)结合法拉第电磁感应定律、欧姆定律、牛顿运动定律等规律写出函数关系式；
- (5)根据函数关系式，进行数学分析，如分析斜率的变化、截距等。
- (6)画出图象或判断图象。

【例 2】(2021·山东理综·18)将一段导线绕成图 7 甲所示的闭合回路，并固定在水平面(纸面)内。回路的 ab 边置于垂直纸面向里的匀强磁场 I 中。回路的圆环区域内有垂直纸面的磁场 II，以向里为磁场 II 的正方向，其磁感应强度 B 随时间 t 变化的图象如图乙所示。用 F 表示 ab 边受到的安培力，以水平向右为 F 的正方向，能正确反映 F 随时间 t 变化的图象是 (B)

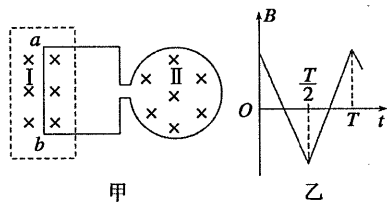
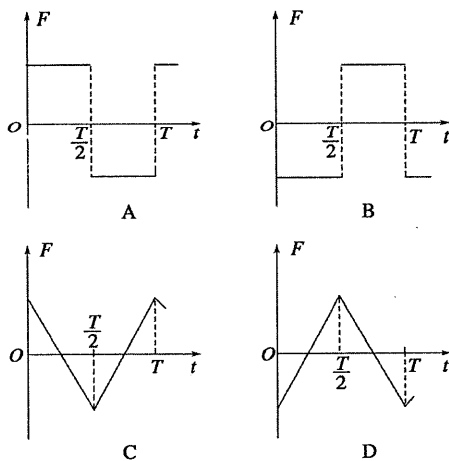


图 7



解析 $0 \sim \frac{T}{2}$ 时间内，回路中产生顺时针方向、大小不变的感应电流，根据左手定则可以判定 ab 边所受安培力向左。 $\frac{T}{2} \sim T$ 时间内，回路中产生逆时针方向、大小不变的感应电流，根据左手定则可以判定 ab 边所受安培力向右，故 B 正确。

方法点拨

1. 对图象的认识, 应注意以下几方面

- (1) 明确图象所描述的物理意义;
- (2) 必须明确各种“+”、“-”的含义;
- (3) 必须明确斜率的含义;
- (4) 必须建立图象和电磁感应过程之间的对应关系;
- (5) 注意三个相似关系及其各自的物理意义:

$$v \sim \Delta v \sim \frac{\Delta v}{\Delta t}, \quad B \sim \Delta B \sim \frac{\Delta B}{\Delta t}, \quad \Phi \sim \Delta \Phi \sim \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$$

$\frac{\Delta v}{\Delta t}$ 、 $\frac{\Delta B}{\Delta t}$ 、 $\frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$ 分别反映了 v 、 B 、 Φ 变化的快慢.

2. 电磁感应中图象类选择题的两个常见解法

- (1) 排除法: 定性分析电磁感应过程中物理量的变化趋势(增大还是减小)、变化快慢(均匀变化还是非均匀变化), 特别是物理量的正负, 排除错误的选项.
- (2) 函数法: 根据题目所给条件定量地写出两个物理量之间的函数关系, 然后由函数关系对图象作出分析和判断, 这未必是最简捷的方法, 但却是最有效的方法.

电磁感应图象与电路综合问题的分析

【例】如图 10 所示, 水平面内的直角坐标系的第一象限有磁场分布, 方向垂直于水平面向下, 磁感应强度沿 y 轴方向没有变化, 与 x 轴的关系如图 11 所示, 图线是双曲线(坐标轴是渐近线); 顶角 $\theta=45^\circ$ 的光滑金属长导轨 MON 固定在水平面内, ON 与 x 轴重合, 一根与 ON 垂直的长导体棒在水平向右的外力作用下沿导轨 MON 向右滑动, 导体棒在滑动过程中始终与导轨良好接触. 已知 $t=0$ 时, 导体棒位于顶点 O 处; 导体棒的质量为 $m=2 \text{ kg}$; OM 、 ON 接触处 O 点的接触电阻为 $R=0.5 \Omega$, 其余电阻不计; 回路电动势 E 与时间 t 的关系如图 12 所示, 图线是过原点的直线. 求:

- (1) $t=2 \text{ s}$ 时流过导体棒的电流 I_2 的大小;
- (2) $1 \text{ s} \sim 2 \text{ s}$ 时间内回路中流过的电荷量 q 的大小;
- (3) 导体棒滑动过程中水平外力 F (单位: N) 与横坐标 x (单位: m) 的关系式.

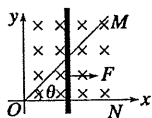


图 10

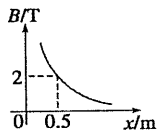


图 11

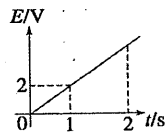
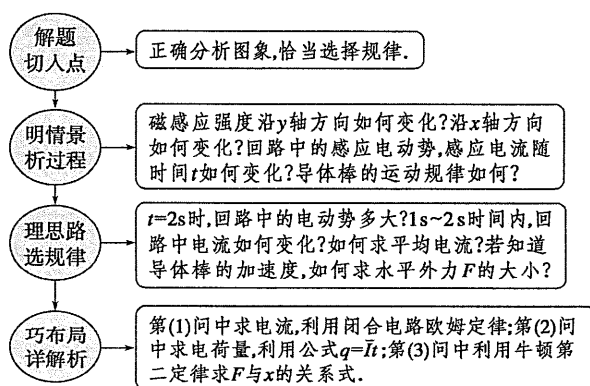


图 12

审题与关联



解析 (1)根据 $E-t$ 图象可知 $t=2\text{ s}$ 时, 回路中电动势 $E_2=4\text{ V}$, 所以 $I_2=\frac{E_2}{R}=\frac{4}{0.5}\text{ A}=8\text{ A}$

(2)由 $E-t$ 图象和 $I=\frac{E}{R}$ 可判断 $I-t$ 图象中的图线也是过原点的直线

$t=1\text{ s}$ 时, $E_1=2\text{ V}$, 所以 $I_1=\frac{E_1}{R}=\frac{2}{0.5}\text{ A}=4\text{ A}$

则 $q=\bar{I}\Delta t=\frac{I_1+I_2}{2}\Delta t=6\text{ C}$

(3)因 $\theta=45^\circ$, 可知任意 t 时刻回路中导体棒有效切割长度 $L=x$

再根据 $B-x$ 图象中的图线是双曲线特点有: $E=BLv=Bxv$ 且 E 与时间成正比, 可知导体棒的运动是匀加速直线运动

由题图知 $Bx=1\text{ Tm}$, $E=2t$, 所以 $v=2t$

即棒运动的加速度 $a=2\text{ m/s}^2$

棒受到的安培力 $F_{\text{安}}=BIL=Bx\frac{Bxv}{R}=\frac{B^2x^2v}{R}=\frac{B^2x^2\cdot\sqrt{2ax}}{R}$

棒做匀加速运动, 由牛顿第二定律得 $F-F_{\text{安}}=ma$

则 $F=F_{\text{安}}+ma=\frac{B^2x^2\sqrt{2ax}}{R}+ma=4\sqrt{x}+4$

【高考题】

1. (2021·新课标 I ·17)如图 13, 在水平面(纸面)内有三根相同的均匀金属棒 ab 、 ac 和 MN , 其中 ab 、 ac 在 a 点接触, 构成“V”字型导轨. 空间存在垂直于纸面的均匀磁场. 用力使 MN 向右匀速运动, 从图示位置开始计时, 运动中 MN 始终与 $\angle bac$ 的平分线垂直且和导轨保持良好接触. 下列关于回路中电流 i 与时间 t 的关系图线, 可能正确的是

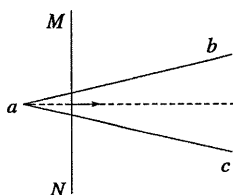
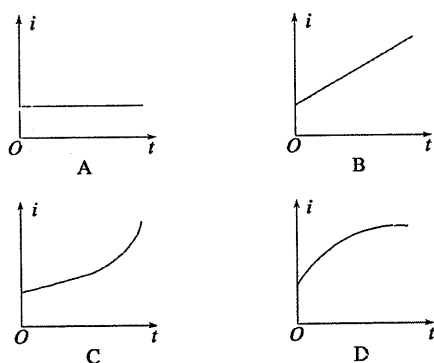


图 13



答案 A

解析 设 $\angle bac = 2\theta$, MN 以速度 v 匀速运动, 导体棒单位长度的电阻为 R_0 . 经过时间 t , 导体棒的有效切割长度 $L = 2vt \tan \theta$, 感应电动势 $E = BLv = 2Bv^2 t \tan \theta$, 回路的总电阻 $R = (2vt \tan \theta + \frac{2vt}{\cos \theta})R_0$, 回路中电流 $i = \frac{E}{R} = \frac{Bv}{(1 + \frac{1}{\sin \theta})R_0}$. 故 i 与 t 无关, 是一个定值, 选项

A 正确.

2. (2021·新课标 II·16) 如图 14, 在光滑水平桌面上有一边长为 L 、电阻为 R 的正方形导线框; 在导线框右侧有一宽度为 $d(d > L)$ 的条形匀强磁场区域, 磁场的边界与导线框的一边平行, 磁场方向竖直向下. 导线框以某一初速度向右运动, $t=0$ 时导线框的右边恰与磁场的左边界重合, 随后导线框进入并通过磁场区域. 下列 $v-t$ 图象中, 可能正确描述上述过程的是 ()

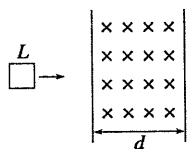
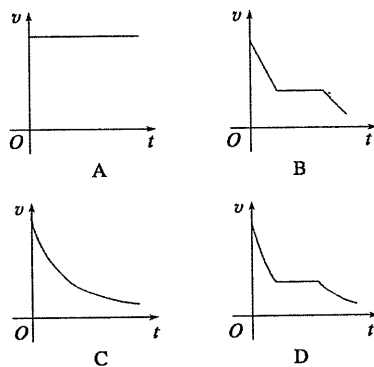


图 14



答案 D

解析 导线框进入磁场的过程中, 线框受到向左的安培力作用, 根据 $E = BLv$ 、 $I = \frac{E}{R}$ 、 $F = BIL$ 得 $F = \frac{B^2 L^2 v}{R}$, 随着 v 的减小, 安培力 F 减小, 导线框做加速度逐渐减小的减速运动. 整个导线框在磁场中运动时, 无感应电流, 导线框做匀速运动, 导线框离开磁场的过程中, 根据 $F = \frac{B^2 L^2 v}{R}$, 导线框做加速度减小的减速运动, 所以选项 D 正确.

“导体棒切割磁感线”模型（电磁感应中的动力学和能量问题）

考点一 电磁感应中的动力学问题分析

1. 导体的平衡态——静止状态或匀速直线运动状态.

处理方法：根据平衡条件(合外力等于零)列式分析.

2. 导体的非平衡态——加速度不为零.

处理方法：根据牛顿第二定律进行动态分析或结合功能关系分析.

【例 1】如图 1 所示， MN 、 PQ 为足够长的平行金属导轨，间距 $L=0.50$ m，导轨平面与水平面间夹角 $\theta=37^\circ$ ， N 、 Q 间连接一个电阻 $R=5.0\ \Omega$ ，匀强磁场垂直于导轨平面向上，磁感应强度 $B=1.0$ T. 将一根质量为 $m=0.050$ kg 的金属棒放在导轨的 ab 位置，金属棒及导轨的电阻不计. 现由静止释放金属棒，金属棒沿导轨向下运动过程中始终与导轨垂直，且与导轨接触良好. 已知金属棒与导轨间的动摩擦因数 $\mu=0.50$ ，当金属棒滑行至 cd 处时，其速度大小开始保持不变，位置 cd 与 ab 之间的距离 $s=2.0$ m. 已知 $g=10\ \text{m/s}^2$ ， $\sin 37^\circ=0.60$ ， $\cos 37^\circ=0.80$. 求：

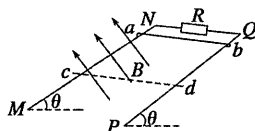


图 1

- (1) 金属棒沿导轨开始下滑时的加速度大小；
- (2) 金属棒到达 cd 处的速度大小；
- (3) 金属棒由位置 ab 运动到 cd 的过程中，电阻 R 产生的热量.

解析 (1) 设金属棒开始下滑时的加速度大小为 a ，则

$$mg\sin\theta - \mu mg\cos\theta = ma$$

$$a = 2.0\ \text{m/s}^2$$

(2) 设金属棒到达 cd 位置时速度大小为 v 、电流为 I ，金属棒受力平衡，有

$$mg\sin\theta = BIL + \mu mg\cos\theta$$

$$I = \frac{BLv}{R}$$

$$\text{解得 } v = 2.0\ \text{m/s}$$

(3) 设金属棒从 ab 运动到 cd 的过程中，电阻 R 上产生的热量为 Q ，由能量守恒，有

$$mg\sin\theta s = \frac{1}{2}mv^2 + \mu mg\cos\theta s + Q$$

$$\text{解得 } Q = 0.10\ \text{J}$$

答案 (1) $2.0\ \text{m/s}^2$ (2) $2.0\ \text{m/s}$ (3) $0.10\ \text{J}$

思维提升

电磁感应与动力学问题的解题策略

此类问题中力现象和电磁现象相互联系、相互制约，解决问题前首先要建立“动→电→

动”的思维顺序，可概括为：

- (1)找准主动运动者，用法拉第电磁感应定律和楞次定律求解感应电动势的大小和方向。
- (2)根据等效电路图，求解回路中感应电流的大小及方向。
- (3)分析安培力对导体棒运动速度、加速度的影响，从而推理得出对电路中的感应电流有什么影响，最后定性分析导体棒的最终运动情况。
- (4)列牛顿第二定律或平衡方程求解。

【突破训练 1】如图 2 所示，相距为 L 的两条足够长的平行金属导轨，与水平面的夹角为 θ ，导轨上固定有质量为 m 、电阻为 R 的两根相同的导体棒，导体棒 MN 上方轨道粗糙、下方轨道光滑，整个空间存在垂直于导轨平面的匀强磁场，磁感应强度为 B 。将两根导体棒同时释放后，观察到导体棒 MN 下滑而 EF 保持静止，当 MN 下滑速度最大时， EF 与轨道间的摩擦力刚好达到最大静摩擦力，下列叙述正确的是 ()

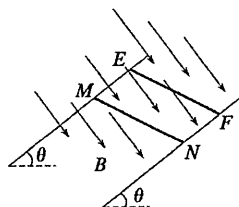


图 2

- A. 导体棒 MN 的最大速度为 $\frac{2mgR\sin\theta}{B^2L^2}$
- B. 导体棒 EF 与轨道之间的最大静摩擦力为 $mg\sin\theta$
- C. 导体棒 MN 受到的最大安培力为 $mg\sin\theta$
- D. 导体棒 MN 所受重力的最大功率为 $\frac{m^2g^2R\sin^2\theta}{B^2L^2}$

答案 AC

解析 由题意可知，导体棒 MN 切割磁感线，产生的感应电动势为 $E = BLv$ ，回路中的电流 $I = \frac{E}{2R}$ ， MN 受到的安培力 $F = BIL = \frac{B^2L^2v}{2R}$ ，故 MN 沿斜面做加速度减小的加速运动，当 MN 受到的安培力大小等于其重力沿轨道方向的分力时，速度达到最大值，此后 MN 做匀速运动。故导体棒 MN 受到的最大安培力为 $mg\sin\theta$ ，导体棒 MN 的最大速度为 $\frac{2mgR\sin\theta}{B^2L^2}$ ，选项 A、C 正确。由于当 MN 下滑速度最大时， EF 与轨道间的摩擦力刚好达到最大静摩擦力，由力的平衡知识可知 EF 与轨道之间的最大静摩擦力为 $2mg\sin\theta$ ，B 错误。由 $P = Gv\sin\theta$ 可知导体棒 MN 所受重力的最大功率为 $\frac{2m^2g^2R\sin^2\theta}{B^2L^2}$ ，D 错误。

考点二 电磁感应中的能量问题分析

1. 过程分析

(1)电磁感应现象中产生感应电流的过程，实质上是能量的转化过程。

(2)电磁感应过程中产生的感应电流在磁场中必定受到安培力的作用,因此,要维持感应电流的存在,必须有“外力”克服安培力做功,将其他形式的能转化为电能.“外力”克服安培力做了多少功,就有多少其他形式的能转化为电能.

(3)当感应电流通过用电器时,电能又转化为其他形式的能.安培力做功的过程,或电阻发热的过程,是电能转化为其他形式能的过程.安培力做了多少功,就有多少电能转化为其他形式的能.

2. 求解思路

(1)若回路中电流恒定,可以利用电路结构及 $W = UI t$ 或 $Q = I^2 R t$ 直接进行计算.

(2)若电流变化,则:①利用安培力做的功求解:电磁感应中产生的电能等于克服安培力所做的功;②利用能量守恒求解:若只有电能与机械能的转化,则机械能的减少量等于产生的电能.

【例 2】如图 3 所示,在倾角 $\theta = 37^\circ$ 的光滑斜面上存在一垂直斜面向上的匀强磁场区域 $MNPQ$,磁感应强度 B 的大小为 5 T,磁场宽度 $d = 0.55$ m,有一边长 $L = 0.4$ m、质量 $m_1 = 0.6$ kg、电阻 $R = 2 \Omega$ 的正方形均匀导体线框 $abcd$ 通过一轻质细线跨过光滑的定滑轮与一质量为 $m_2 = 0.4$ kg 的物体相连,物体与水平面间的动摩擦因数 $\mu = 0.4$,将线框从图示位置由静止释放,物体到定滑轮的距离足够长.(取 $g = 10 \text{ m/s}^2$, $\sin 37^\circ = 0.6$, $\cos 37^\circ = 0.8$)求:

- (1)线框 $abcd$ 还未进入磁场的运动过程中,细线中的拉力为多少?
- (2)当 ab 边刚进入磁场时,线框恰好做匀速直线运动,求线框刚释放时 ab 边距磁场 MN 边界的距离 x 多大?
- (3)在(2)问中的条件下,若 cd 边恰离开磁场边界 PQ 时,速度大小为 2 m/s,求整个运动过程中 ab 边产生的热量为多少?

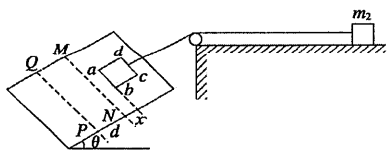


图 3

审题指导 1.线框 $abcd$ 未进入磁场时,线框沿斜面向下加速, m_2 沿水平面向左加速,属连接体问题.

2. ab 边刚进入磁场时做匀速直线运动,可利用平衡条件求速度.

3. 线框从开始运动到离开磁场的过程中,线框和物体组成的系统减少的机械能转化为线框的焦耳热.

解析 (1) m_1 、 m_2 运动过程中,以整体法有 $m_1 g \sin \theta - \mu m_2 g = (m_1 + m_2) a$ 解得 $a = 2 \text{ m/s}^2$

以 m_2 为研究对象有 $F_T - \mu m_2 g = m_2 a$ (或以 m_1 为研究对象有 $m_1 g \sin \theta - F_T = m_1 a$)

$$F_T = 2.4 \text{ N}$$

(2)线框进入磁场恰好做匀速直线运动,以整体法有 $m_1 g \sin \theta - \mu m_2 g - \frac{B^2 L^2 v}{R} = 0$

解得 $v = 1 \text{ m/s}$

ab 到 MN 前线框做匀加速运动,有 $v^2 = 2ax$ 解得 $x = 0.25 \text{ m}$

(3)线框从开始运动到 cd 边恰离开磁场边界 PQ 时:

$$m_1 g \sin \theta (x + d + L) - \mu m_2 g (x + d + L) = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_1^2 + Q \quad \text{解得: } Q = 0.4 \text{ J}$$

所以 $Q_{ab} = \frac{1}{4} Q = 0.1 \text{ J}$

答案 (1)2.4 N (2)0.25 m (3)0.1 J

【突破训练 2】如图 4 所示,平行金属导轨与水平面间的倾角为 θ ,导轨电阻不计,与阻值为 R 的定值电阻相连,匀强磁场垂直穿过导轨平面,磁感应强度为 B .有一质量为 m 、长为 l 的导体棒从 ab 位置获得平行于斜面、大小为 v 的初速度向上运动,最远到达 $a' b'$ 位置,滑行的距离为 s ,导体棒的电阻也为 R ,与导轨之间的动摩擦因数为 μ .则()

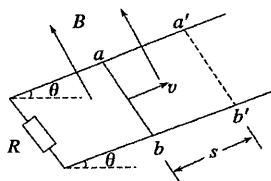


图 4

- A. 上滑过程中导体棒受到的最大安培力为 $\frac{B^2 l^2 v}{R}$
- B. 上滑过程中电流做功发出的热量为 $\frac{1}{2} m v^2 - m g s (\sin \theta + \mu \cos \theta)$
- C. 上滑过程中导体棒克服安培力做的功为 $\frac{1}{2} m v^2$
- D. 上滑过程中导体棒损失的机械能为 $\frac{1}{2} m v^2 - m g s \sin \theta$

答案 BD

解析 导体棒刚开始运动时所受安培力最大, $F_m = B I l = \frac{B^2 l^2 v}{2R}$, A 选项错误. 由能量守恒定律可知:导体棒动能减少的数值应该等于导体棒重力势能的增加量以及克服安培力做功产生的电热和克服摩擦阻力做功产生的内能,其公式表示为: $\frac{1}{2} m v^2 = m g s \sin \theta + \mu m g s \cos \theta + Q_{\text{电热}}$, 则有: $Q_{\text{电热}} = \frac{1}{2} m v^2 - (m g s \sin \theta + \mu m g s \cos \theta)$, 即为导体棒克服安培力做的功. 导体棒损失的机械能即为克服安培力做功和克服摩擦阻力做功的和, $W_{\text{损失}} = \frac{1}{2} m v^2 - m g s \sin \theta$. 故 B、D 正确.

应用动力学和能量观点解决电磁感应中的“导轨+杆”模型问题

【概述】

对杆在导轨上运动组成的系统，杆在运动中切割磁感线产生感应电动势，并受到安培力的作用改变运动状态最终达到稳定的运动状态，该系统称为“导轨+杆”模型。

【模型分类及分析方法】

根据杆的数目，对于“导轨+杆”模型题目，又常分为单杆模型和双杆模型。

(1)单杆模型是电磁感应中常见的物理模型，此类问题所给的物理情景一般是导体棒垂直切割磁感线，在安培力、重力、拉力作用下的变加速直线运动或匀速直线运动，所涉及的知识有牛顿运动定律、功能关系、能量守恒定律等。此类问题的分析要抓住三点：
 ①杆的稳定状态一般是匀速运动(达到最大速度或最小速度，此时合力为零)。②整个电路产生的电能等于克服安培力所做的功。③电磁感应现象遵从能量守恒定律。

(2)双杆类问题可分为两种情况：一是“假双杆”，甲杆静止不动，乙杆运动。其实质是单杆问题，不过要注意问题包含着一个条件：甲杆静止、受力平衡。另一种情况是两杆都在运动，对于这种情况，要注意两杆切割磁感线产生的感应电动势是相加还是相减。线框进入磁场和离开磁场的过程和单杆的运动情况相同，在磁场中运动的过程与双杆的运动情况相同。

【例 3】如图 5 所示，足够长的金属导轨 MN 、 PQ 平行放置，间距为 L ，与水平面成 θ 角，导轨与定值电阻 R_1 和 R_2 相连，且 $R_1=R_2=R$ ， R_1 支路串联开关 S ，原来 S 闭合。匀强磁场垂直导轨平面向上，有一质量为 m 、有效电阻也为 R 的导体棒 ab 与导轨垂直放置，它与导轨粗糙接触且始终接触良好。现将导体棒 ab 从静止释放，沿导轨下滑，当导体棒运动达到稳定状态时速率为 v ，此时整个电路消耗的电功率为重力功率的 $\frac{3}{4}$ 。已知重力加速度为 g ，导轨电阻不计，求：

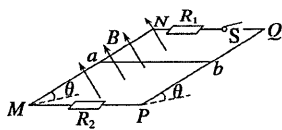
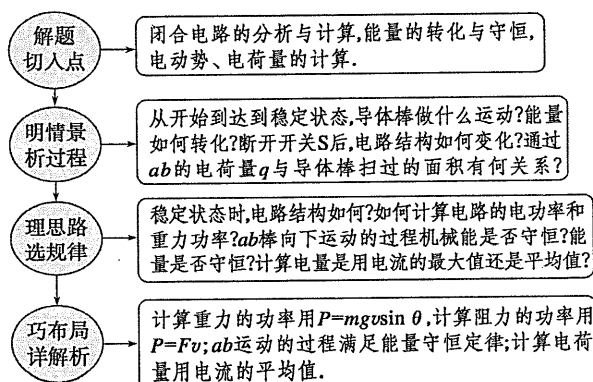


图 5

- (1)匀强磁场的磁感应强度 B 的大小和达到稳定状态后导体棒 ab 中的电流强度 I ;
- (2)如果导体棒 ab 从静止释放沿导轨下滑 x 距离后达到稳定状态，这一过程回路中产生的电热是多少?
- (3)导体棒 ab 达到稳定状态后，断开开关 S ，从这时开始导体棒 ab 下滑一段距离后，通过导体棒 ab 横截面的电荷量为 q ，求这段距离是多少?

审题与关联



解析 (1)回路中的总电阻为: $R_{\text{总}} = \frac{3}{2}R$

当导体棒 ab 以速度 v 匀速下滑时棒中的感应电动势为: $E = BLv$

此时棒中的感应电流为: $I = \frac{E}{R_{\text{总}}}$

此时回路的总电功率为: $P_{\text{电}} = I^2 R_{\text{总}}$

此时重力的功率为: $P_{\text{重}} = mgv \sin \theta$

根据题给条件有: $P_{\text{电}} = \frac{3}{4}P_{\text{重}}$, 解得: $I = \sqrt{\frac{mgv \sin \theta}{2R}}$

$$B = \frac{3}{2L} \sqrt{\frac{mgR \sin \theta}{2v}}$$

(2)设导体棒 ab 与导轨间的滑动摩擦力大小为 F_f , 根据能量守恒定律可知: $\frac{1}{4}mgv \sin \theta = F_f v$

解得: $F_f = \frac{1}{4}mg \sin \theta$

导体棒 ab 减少的重力势能等于增加的动能、回路中产生的焦耳热以及克服摩擦力做功的和

$$mg \sin \theta \cdot x = \frac{1}{2}mv^2 + Q + F_f x$$

解得: $Q = \frac{3}{4}mg \sin \theta \cdot x - \frac{1}{2}mv^2$

(3)S 断开后, 回路中的总电阻为: $R_{\text{总}}' = 2R$

设这一过程经历的时间为 Δt , 这一过程回路中的平均感应电动势为 \overline{E} , 通过导体棒 ab

的平均感应电流为 \overline{I} , 导体棒 ab 下滑的距离为 s , 则: $\overline{E} = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = \frac{BLs}{\Delta t}$, $\overline{I} = \frac{\overline{E}}{R_{\text{总}}'} = \frac{BLs}{2R\Delta t}$

得: $q = \overline{I} \Delta t = \frac{BLs}{2R}$

解得: $s = \frac{4q}{3} \sqrt{\frac{2vR}{mg \sin \theta}}$

【高考题】(2021·安徽·16)如图6所示,足够长的平行金属导轨倾斜放置,倾角为 37° ,宽度为 0.5 m ,电阻忽略不计,其上端接一小灯泡,电阻为 $1\ \Omega$.一导体棒 MN 垂直导轨放置,质量为 0.2 kg ,接入电路的电阻为 $1\ \Omega$,两端与导轨接触良好,与导轨间的动摩擦因数为 0.5 .在导轨间存在着垂直于导轨平面的匀强磁场,磁感应强度为 0.8 T .将导体棒 MN 由静止释放,运动一段时间后,小灯泡稳定发光,此后导体棒 MN 的运动速度以及小灯泡消耗的电功率分别为(重力加速度 g 取 10 m/s^2 , $\sin 37^\circ=0.6$) ()

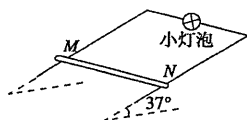


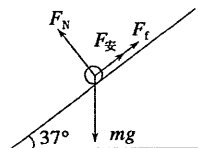
图6

- A. 2.5 m/s 1 W B. 5 m/s 1 W
 C. 7.5 m/s 9 W D. 15 m/s 9 W

答案 B

解析 导体棒 MN 匀速下滑时受力如图所示,由平衡条件可得 $F_{安} + \mu mg \cos 37^\circ = mg \sin 37^\circ$,所以 $F_{安} = mg(\sin 37^\circ - \mu \cos 37^\circ) = 0.4\text{ N}$,

由 $F_{安} = BIL$ 得 $I = \frac{F_{安}}{BL} = 1\text{ A}$,所以 $E = I(R_{灯} + R_{MN}) = 2\text{ V}$,导体棒的



运动速度 $v = \frac{E}{BL} = 5$

m/s ,小灯泡消耗的电功率为 $P_{灯} = I^2 R_{灯} = 1\text{ W}$.正确选项为B.

“交流电”模型

一、交变电流的产生和变化规律

1. 交变电流

大小和方向都随时间做周期性变化的电流.如图5(a)、(b)、(c)、(d)所示都属于交变电流.其中按正弦规律变化的交变电流叫正弦式交变电流,简称正弦式电流,如图(a)所示.

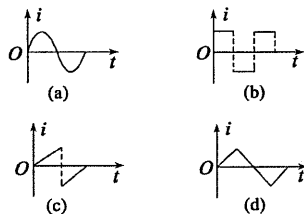


图5

2. 正弦交变电流的产生和图象

(1)产生:在匀强磁场里,线圈绕垂直于磁场方向的轴匀速转动.

(2)中性面

①定义:与磁场方向垂直的平面.

②特点

a. 线圈位于中性面时, 穿过线圈的磁通量最大, 磁通量的变化率为零, 感应电动势为零.

b. 线圈转动一周, 两次经过中性面. 线圈每经过中性面一次, 电流的方向就改变一次.

(3)图象: 用以描述交变电流随时间变化的规律, 如果线圈从中性面位置开始计时, 其图象为正弦函数曲线.

二、正弦交变电流的函数表达式、峰值和有效值

1. 周期和频率

(1)周期(T): 交变电流完成一次周期性变化(线圈转一周)所需的时间, 公式 $T = \frac{2\pi}{\omega}$.

(2)频率(f): 交变电流在 1 s 内完成周期性变化的次数. 单位是赫兹(Hz).

(3)周期和频率的关系: $T = \frac{1}{f}$ 或 $f = \frac{1}{T}$

2. 正弦式交变电流的函数表达式(线圈在中性面位置开始计时)

(1)电动势 e 随时间变化的规律: $e = E_m \sin \omega t$.

(2)负载两端的电压 u 随时间变化的规律: $u = U_m \sin \omega t$.

(3)电流 i 随时间变化的规律: $i = I_m \sin \omega t$. 其中 ω 等于线圈转动的角速度, $E_m = nBS\omega$.

3. 交变电流的瞬时值、峰值、有效值

(1)瞬时值: 交变电流某一时刻的值, 是时间的函数.

(2)峰值: 交变电流的电流或电压所能达到的最大值, 也叫最大值.

(3)有效值: 跟交变电流的热效应等效的恒定电流的值叫做交变电流的有效值. 对正弦

交变电流, 其有效值和峰值的关系为: $E = \frac{E_m}{\sqrt{2}}$, $U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$, $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$.

(4)平均值: 是交变电流图象中波形与横轴所围面积跟时间的比值.

考点一 正弦式交变电流的产生及变化规律

1. 正弦式交变电流的产生

(1)线圈绕垂直于磁场方向的轴匀速转动.

(2)两个特殊位置的特点:

①线圈平面与中性面重合时, $S \perp B$, Φ 最大, $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = 0$, $e = 0$, $i = 0$, 电流方向将发生改变.

②线圈平面与中性面垂直时, $S // B$, $\Phi = 0$, $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ 最大, e 最大, i 最大, 电流方向不改变.

(3)电流方向的改变: 线圈通过中性面时, 电流方向发生改变, 一个周期内线圈两次通过中性面, 因此电流的方向改变两次.

(4)交变电动势的最大值 $E_m = nBS\omega$, 与转轴位置无关, 与线圈形状无关.

2. 正弦式交变电流的变化规律(线圈在中性面位置开始计时)

物理量	规律	函数表达式	图象
磁通量		$\Phi = \Phi_m \cos \omega t = BS \cos \omega t$	
电动势		$e = E_m \sin \omega t = nBS\omega \sin \omega t$	
电压		$u = U_m \sin \omega t = \frac{RE_m}{R+r} \sin \omega t$	
电流		$i = I_m \sin \omega t = \frac{E_m}{R+r} \sin \omega t$	

【例 1】如图 6 甲所示，一矩形线圈 $abcd$ 放置在匀强磁场中，并绕过 ab 、 cd 中点的轴 OO' 以角速度 ω 逆时针匀速转动。若以线圈平面与磁场夹角 $\theta=45^\circ$ 时(如图乙)为计时起点，并规定当电流自 a 流向 b 时，电流方向为正。则下列四幅图中正确的是 ()

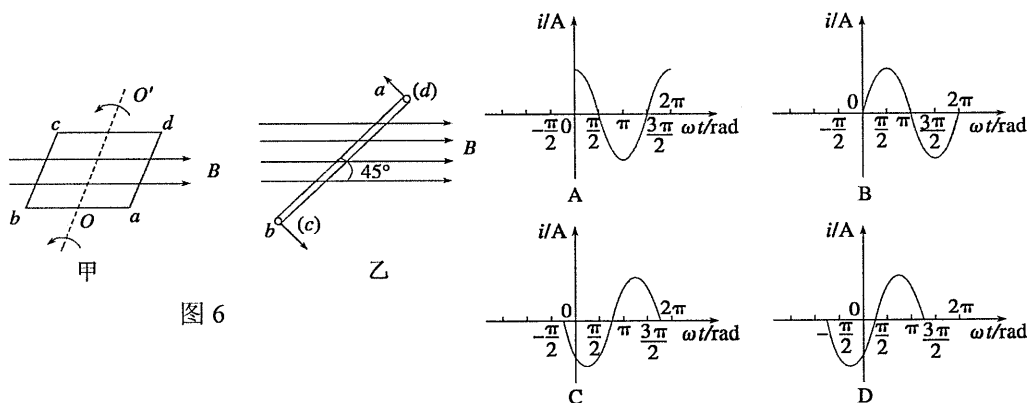


图 6

解析 该题考查交变电流的产生过程。 $t=0$ 时刻，根据题图乙表示的转动方向，由右手定则知，此时 ad 中电流方向由 a 到 d ，线圈中电流方向为 $a \rightarrow d \rightarrow c \rightarrow b \rightarrow a$ ，与规定的电流正方向相反，电流为负值。又因为此时 ad 、 bc 两边的切割速度方向与磁场方向成 45° 夹角，由 $E = 2Blv_{\perp}$ ，可得 $E = 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} Blv = \frac{\sqrt{2}}{2} E_m$ ，即此时电流是最大值的 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 倍，由题图乙还能观察到，线圈在接下来 45° 的转动过程中， ad 、 bc 两边的切割速度 v 越来越小，所以感应电动势应减小，感应电流应减小，故瞬时电流的表达式为 $i = -I_m \cos(\frac{\pi}{4} + \omega t)$ ，则图象为 D 图象所描述，故 D 项正确。

答案 D

考点二 交流电有效值的求解

1. 正弦式交流电的有效值:

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}, \quad U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}, \quad E = \frac{E_m}{\sqrt{2}}$$

2. 非正弦式交流电有效值的求解根据电流的热效应进行计算.

【例 2】如图 8 所示, 图甲和图乙分别表示正弦脉冲波和方波的交变电流与时间的变化关系. 若使这两种电流分别通过两个完全相同的电阻, 则经过 1 min 的时间, 两电阻消耗的电功之比 $W_{\text{甲}} : W_{\text{乙}}$ 为 ()

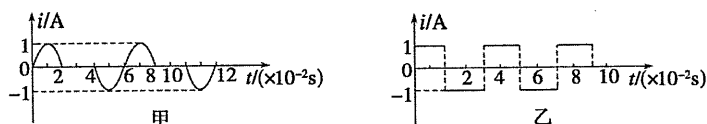


图 8

- A. $1 : \sqrt{2}$ B. $1 : 2$ C. $1 : 3$ D. $1 : 6$

解析 电功的计算中, I 要用有效值计算, 图甲中, 由有效值的定义得 $(\frac{1}{\sqrt{2}})^2 R \times 2 \times 10^{-2}$

$+ 0 + (\frac{1}{\sqrt{2}})^2 R \times 2 \times 10^{-2} = I_1^2 R \times 6 \times 10^{-2}$, 得 $I_1 = \frac{\sqrt{3}}{3}$ A; 图乙中, I 的值大小不变, $I_2 = 1$

A, 由 $W = UI t = I^2 R t$ 可以得到 $W_{\text{甲}} : W_{\text{乙}} = 1 : 3$.

答案 C

考点三 交变电流“四值”的比较

交变电流的瞬时值、峰值、有效值和平均值的比较

物理量	物理含义	重要关系	适用情况及说明
瞬时值	交变电流某一时刻的值	$e = E_m \sin \omega t$ $i = I_m \sin \omega t$	计算线圈某时刻的受力情况
峰值	最大的瞬时值	$E_m = nBS\omega$ $I_m = \frac{E_m}{R+r}$	讨论电容器的击穿电压
有效值	跟交变电流的热效应等效的恒定电流的值	$E = \frac{E_m}{\sqrt{2}}$ $U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$ $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$ 适用于正(余)弦式交变电流	(1)各种交流电电气设备上所标的 (2)交流电表所测量的 (3)电流做功所涉及公式中电学量均为有效值; (4)在计算交流电通过导体产生热量、电功率及确定保险丝的熔断电流时。
平均值	交变电流图象中图线和时间轴所夹的面积与时间的比值	$\overline{E} = Blv$ $\overline{E} = n \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ $\overline{I} = \frac{\overline{E}}{R+r}$	计算通过电路横截面的电荷量

【例 3】如图 10 所示，匀强磁场的磁感应强度 $B=0.5\text{ T}$ ，边长 $L=10\text{ cm}$ 的正方形线圈共 100 匝，线圈总电阻 $r=1\ \Omega$ ，线圈绕垂直于磁感线的对称轴 OO' 匀速转动，角速度 $\omega=2\pi\text{ rad/s}$ ，外电路中的电阻 $R=4\ \Omega$ ，求：

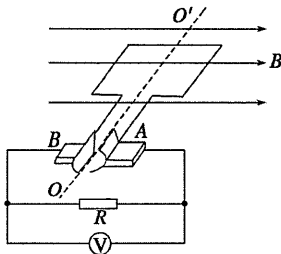


图 10

- (1) 感应电动势的最大值；
- (2) 由图示位置(线圈平面与磁感线平行)转过 60° 时的瞬时感应电动势；
- (3) 由图示位置(线圈平面与磁感线平行)转过 60° 的过程中产生的平均感应电动势；
- (4) 交流电压表的示数；
- (5) 线圈转动一周产生的总热量；
- (6) 从图示位置开始的 $\frac{1}{6}$ 周期内通过 R 的电荷量。

解析 (1) 感应电动势的最大值为

$$E_m = nBS\omega = 100 \times 0.5 \times 0.1^2 \times 2\pi\text{ V} = 3.14\text{ V}$$

(2) 由图示位置转过 60° 时的瞬时感应电动势为

$$e = E_m \cos 60^\circ = 3.14 \times 0.5\text{ V} = 1.57\text{ V}$$

(3) 由图示位置转过 60° 的过程中产生的平均感应电动势为

$$\bar{E} = n \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = n \frac{BS \sin 60^\circ}{\frac{1}{6}T} = 100 \times \frac{0.5 \times 0.1 \times 0.1 \times \frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{6} \times \frac{2\pi}{2\pi}}\text{ V} = 2.6\text{ V}$$

(4) 交流电压表的示数为外电路两端电压的有效值，即

$$U = \frac{E}{R+r} R = \frac{3.14}{\sqrt{2}} \times \frac{4}{4+1}\text{ V} = 1.78\text{ V}$$

(5) 线圈转动一周产生的总热量为

$$Q = \frac{\left(\frac{E_m}{\sqrt{2}}\right)^2}{R+r} T = 0.99\text{ J}$$

(6) 在 $\frac{1}{6}$ 周期内通过电阻 R 的电荷量为

$$q = \bar{I} \times \frac{T}{6} = \frac{\bar{E}}{R+r} \times \frac{T}{6} = \frac{2.6}{4+1} \times \frac{1}{6}\text{ C} = 0.087\text{ C}$$

答案 (1) 3.14 V (2) 1.57 V (3) 2.6 V (4) 1.78 V (5) 0.99 J (6) 0.087 C

【高考题】

(2021·山东·17)图 13 甲是小型交流发电机的示意图, 两磁极 N、S 间的磁场可视为水平方向的匀强磁场, ④为交流电流表. 线圈绕垂直于磁场的水平轴 OO' 沿逆时针方向匀速转动, 从图示位置开始计时, 产生的交变电流随时间变化的图象如图乙所示. 以下判断正确的是

()

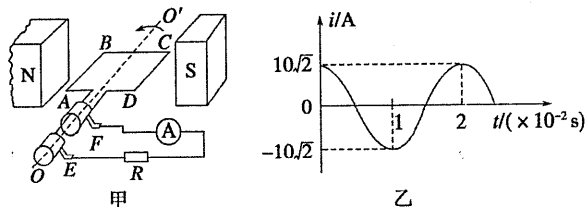


图 13

- A. 电流表的示数为 10 A
- B. 线圈转动的角速度为 50π rad/s
- C. 0.01 s 时线圈平面与磁场方向平行
- D. 0.02 s 时电阻 R 中电流的方向自右向左

答案 AC

解析 电流表测量的是电路中电流的有效值 $I = 10$ A, 选项 A 正确. 由题图乙可知, $T = 0.02$ s, 所以 $\omega = \frac{2\pi}{T} = 100\pi$ rad/s, 选项 B 错误. $t = 0.01$ s 时, 电流最大, 线圈平面与磁场方向平行, 选项 C 正确. $t = 0.02$ s 时, 线圈所处的状态就是图示状况, 此时 R 中电流的方向自左向右, 选项 D 错误.

变压器、电能的输送

一、理想变压器

1. 主要构造: 由原线圈、副线圈和铁芯三部分组成.
2. 工作原理: 电磁感应的互感现象.
3. 基本关系式

(1)功率关系: $P_{\lambda} = P_{\text{出}}$.

(2)电压关系: 只有一个副线圈时, $\frac{U_1}{n_1} = \frac{U_2}{n_2}$; 有多个副线圈时, $\frac{U_1}{n_1} = \frac{U_2}{n_2} = \frac{U_3}{n_3} = \dots$.

(3)电流关系: 只有一个副线圈时, $\frac{I_1}{I_2} = \frac{n_2}{n_1}$.

由 $P_{\lambda} = P_{\text{出}}$ 及 $P = UI$ 推出有多个副线圈时, $U_1 I_1 = U_2 I_2 + U_3 I_3 + \dots$.

4. 几种常用的变压器

(1)自耦变压器——调压变压器.

(2)互感器 $\left\{ \begin{array}{l} \text{电压互感器: 用来把高电压变成低电压.} \\ \text{电流互感器: 用来把大电流变成小电流.} \end{array} \right.$

5. 理想变压器的理解 (1)没有能量损失; (2)没有磁通量损失.

二、远距离输电

1. 输电过程(如图 2 所示)

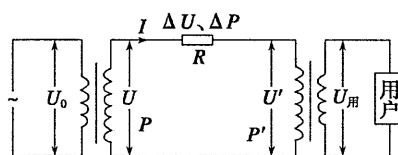


图 2

2. 输送电流

$$(1) I = \frac{P}{U}; \quad (2) I = \frac{U - U'}{R}.$$

3. 输电导线上的能量损失: 主要是由输电线的电阻发热产生的, 表达式为 $Q = I^2 R t$.

4. 电压损失

$$(1) \Delta U = U - U'; \quad (2) \Delta U = IR.$$

5. 功率损失

$$(1) \Delta P = P - P'; \quad (2) \Delta P = I^2 R = \left(\frac{P}{U}\right)^2 R.$$

6. 降低输电损耗的两个途径

(1) 减小输电线的电阻, 由电阻定律 $R = \rho \frac{l}{S}$ 可知, 在输电距离一定的情况下, 为了减小电阻, 应采用电阻率小的材料, 也可以增加导线的横截面积.

(2) 减小输电导线中的输电电流, 由 $P = UI$ 可知, 当输送功率一定时, 提高输电电压, 可以减小输电电流.

考点一 理想变压器原、副线圈基本关系的应用

制约关系

(1) 电压: 副线圈电压 U_2 由原线圈电压 U_1 和匝数比决定.

(2) 功率: 原线圈的输入功率 P_1 由副线圈的输出功率 P_2 决定.

(3) 电流: 原线圈电流 I_1 由副线圈电流 I_2 和匝数比决定.

【例 1】如图 3 甲所示, 理想变压器的原线圈匝数 $n_1 = 350$ 匝, 副线圈匝数 $n_2 = 70$ 匝, 电阻 $R = 20 \Omega$, \textcircled{V} 是交流电压表, 原线圈加上如图乙所示的交流电, 则下列说法正确的是

()

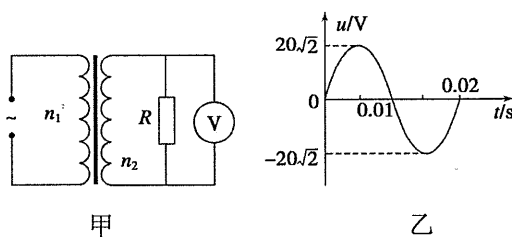


图 3

A. 加在原线圈上交流电压瞬时值的表达式为 $u=20\sqrt{2}\sin 5\pi t$ V

B. 原线圈电流的有效值为 0.04 A

C. 在 $t=0.01$ s 时, 电压表的示数为 0

D. 电阻 R 上消耗的电功率为 0.8 W

解析 由题图乙可知该交流电的峰值 $U_m=20\sqrt{2}$ V, 周期 $T=0.02$ s, 结合正弦交流电瞬时值的一般表达式 $u=U_m\sin\frac{2\pi}{T}t$ 可得该交流电的瞬时值表达式应是 $u=20\sqrt{2}\sin 100\pi t$

V. A 选项错.

因为变压器是理想变压器, 则有 $\frac{U_1}{U_2}=\frac{n_1}{n_2}$, 又 $U_1=\frac{\sqrt{2}}{2}U_m=20$ V,

所以 $U_2=\frac{n_2}{n_1}U_1=\frac{70}{350}\times 20$ V = 4 V, 变压器的输出功率 $P_2=P_R=\frac{U_2^2}{R}=\frac{4^2}{20}$ W = 0.8 W. D

选项对.

对理想变压器有 $P_1=P_2$, 又 $P_1=U_1I_1$, 所以原线圈中电流的有效值 $I_1=\frac{P_1}{U_1}=\frac{P_2}{U_1}=\frac{0.8}{20}$ A

= 0.04 A. B 选项对.

因交流电压表测量的是交流电的有效值, 故电压表的示数等于 U_2 即 4 V. C 选项错.

答案 BD

规律总结

关于理想变压器的四点说明

- (1) 变压器不能改变直流电压.
- (2) 变压器只能改变交变电流的电压和电流, 不能改变交变电流的频率.
- (3) 理想变压器本身不消耗能量.
- (4) 理想变压器基本关系中的 U_1 、 U_2 、 I_1 、 I_2 均为有效值.

考点二 理想变压器的动态分析

常见的理想变压器的动态分析一般分匝数比不变和负载电阻不变两种情况.

1. 匝数比不变的情况(如图 5 所示)

(1) U_1 不变, 根据 $\frac{U_1}{U_2}=\frac{n_1}{n_2}$, 输入电压 U_1 决定输出电压 U_2 , 不论负载电阻 R 如何变化,

U_2 不变.

(2) 当负载电阻发生变化时, I_2 变化, 输出电流 I_2 决定输入电流 I_1 , 故 I_1 发生变化.

(3) I_2 变化引起 P_2 变化, $P_1=P_2$, 故 P_1 发生变化.

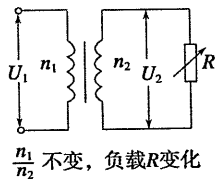


图 5

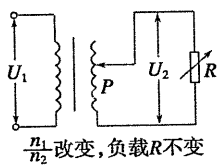


图 6

2. 负载电阻不变的情况(如图 6 所示)

(1) U_1 不变, $\frac{n_1}{n_2}$ 发生变化, 故 U_2 变化.

(2) R 不变, U_2 变化, 故 I_2 发生变化.

(3) 根据 $P_2 = \frac{U_2^2}{R}$, P_2 发生变化, 再根据 $P_1 = P_2$, 故 P_1 变化, $P_1 = U_1 I_1$, U_1 不变, 故 I_1 发生变化.

【例 2】火警报警系统原理如图 7 甲所示, M 是一个小型理想变压器, 原、副线圈匝数之比 $n_1 : n_2 = 10 : 1$, 接线柱 a 、 b 接上一个正弦交变电源, 电压随时间变化规律如图乙所示, 在变压器右侧部分, R_2 为用半导体热敏材料(电阻率随温度升高而减小)制成的传感器, R_1 为一定值电阻. 下列说法中正确的是 ()

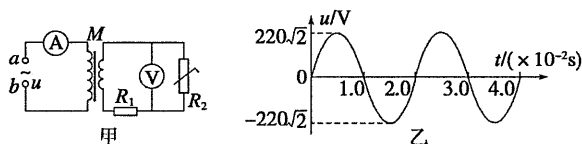


图 7

- A. 电压表示数为 22 V
- B. 此交变电源的频率为 50 Hz
- C. 当传感器 R_2 所在处出现火警时, 电流表的示数减小
- D. 当传感器 R_2 所在处出现火警时, 电压表的示数减小

解析 副线圈两端电压是 22 V, 电压表示数等于副线圈两端电压减去 R_1 两端的电压, 小于 22 V, 所以 A 错; 从题图乙可知, 周期是 0.02 s, 所以频率是 50 Hz, B 正确; 当传感器 R_2 所在处出现火警时, R_2 的电阻变小, 它两端的电压变小, 电流变大, 电流表的示数变大, 电压表的示数变小, C 错, D 对.

答案 BD

【例 3】如图 8 所示的电路中, 有一自耦变压器, 左侧并联一只理想电压表 V_1 后接在稳定的交流电源上; 右侧串联灯泡 L 和滑动变阻器 R , R 上并联一只理想电压表 V_2 . 下列说法中正确的是

- A. 若 F 不动, 滑片 P 向下滑动时, V_1 示数变大, V_2 示数变小
- B. 若 F 不动, 滑片 P 向下滑动时, 灯泡消耗的功率变小
- C. 若 P 不动, 滑片 F 向下移动时, V_1 、 V_2 的示数均变小
- D. 若 P 不动, 滑片 F 向下移动时, 灯泡消耗的功率变大

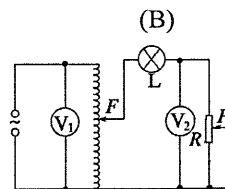


图 8

解析 若 F 不动, 滑片 P 向下滑动时, 滑动变阻器接入电路中的电阻变大, 则副线圈回路中总电阻变大, 则回路中电流减小, 灯泡两端电压减小, 功率变小, 滑动变阻器两端电压变大, V_2 的示数变大, 而原线圈两端电压不变, 则 A 错误, B 正确; 若 P 不动, 滑片 F 向下移动时, 根据理想变压器特点可知原线圈两端电压不变, 副线圈两端电压减小, 则副线圈回路中电流变小, 灯泡 L 消耗的功率减小, 电压表 V_2 的示数变小, C、D 错误.

考点三 远距离输电问题

1. 远距离输电的处理思路

对高压输电问题，应按“发电机→升压变压器→远距离输电线→降压变压器→用电器”，或按从“用电器”倒推到“发电机”的顺序一步一步进行分析。

2. 远距离高压输电的几个基本关系(以图 10 为例)

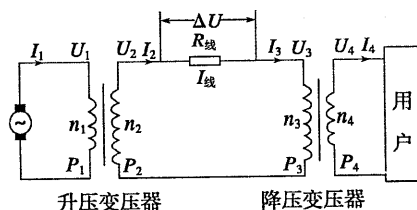


图 10

(1) 功率关系: $P_1 = P_2, P_3 = P_4, P_2 = P_{\text{损}} + P_3$.

(2) 电压、电流关系: $\frac{U_1}{U_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{I_2}{I_1}, \frac{U_3}{U_4} = \frac{n_3}{n_4} = \frac{I_4}{I_3}, U_2 = \Delta U + U_3, I_2 = I_3 = I_{\text{线}}$.

(3) 输电电流: $I_{\text{线}} = \frac{P_2}{U_2} = \frac{P_3}{U_3} = \frac{U_2 - U_3}{R_{\text{线}}}$.

(4) 输电线上损耗的电功率: $P_{\text{损}} = I_{\text{线}} \Delta U = I_{\text{线}}^2 R_{\text{线}} = \left(\frac{P_2}{U_2}\right)^2 R_{\text{线}}$.

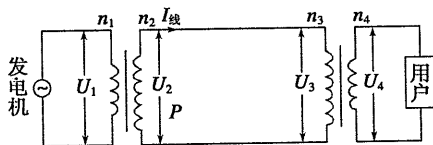
当输送功率一定时，输电电压增大到原来的 n 倍，输电线上损耗的功率就减小到原来的 $\frac{1}{n^2}$ 。

【例 4】某村在距村庄较远的地方修建了一座小型水电站，发电机输出功率为 9 kW，输出电压为 500 V，输电线的总电阻为 10 Ω，允许线路损耗的功率为输出功率的 4%，求：

(1) 村民和村办小企业需要 220 V 电压时，求所用升压变压器和降压变压器的原、副线圈的匝数比各为多少；(不计变压器的损耗)

(2) 若不用变压器而由发电机直接输送，村民和村办小企业得到的电压和功率各是多少。

解析 (1) 建立如图所示的远距离输电模型，要求变压器原、副线圈的匝数比，先要知道原、副线圈两端的电压之比。本题可以线路上损耗的功率为突破口，先求出输电线上的电流 $I_{\text{线}}$ ，再根据输出功率求出 U_2 ，然后再求出 U_3 。



由线路损耗的功率 $P_{\text{损}} = I_{\text{线}}^2 R_{\text{线}}$ 和 $P_{\text{损}} = 4\% P_{\text{出}}$ 可得

$$I_{\text{线}} = \sqrt{\frac{P_{\text{损}}}{R_{\text{线}}}} = \sqrt{\frac{9\,000 \times 4\%}{10}} \text{ A} = 6 \text{ A}$$

又因为 $P_{\text{输出}} = U_2 I_{\text{线}}$ ，所以

$$U_2 = \frac{P_{\text{输出}}}{I_{\text{线}}} = \frac{9\,000}{6} \text{ V} = 1\,500 \text{ V}$$

$$U_3 = U_2 - I_{\text{线}} R_{\text{线}} = (1\,500 - 6 \times 10) \text{ V} = 1\,440 \text{ V}$$

根据理想变压器规律

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{500 \text{ V}}{1\,500 \text{ V}} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{n_3}{n_4} = \frac{U_3}{U_4} = \frac{1\,440 \text{ V}}{220 \text{ V}} = \frac{72}{11}$$

所以升压变压器和降压变压器原、副线圈的匝数比分别是 1 : 3 和 72 : 11.

(2)若不用变压器而由发电机直接输送(模型如图所示), 由

$$P_{\text{输出}} = UI_{\text{线}'} \text{ 可得}$$

$$I_{\text{线}'} = \frac{P_{\text{输出}}}{U} = \frac{9\,000}{500} \text{ A} = 18 \text{ A}$$

所以线路损耗的功率

$$P_{\text{线}} = I_{\text{线}'}^2 R_{\text{线}} = 18^2 \times 10 \text{ W} = 3\,240 \text{ W}$$

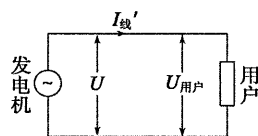
用户得到的电压

$$U_{\text{用户}} = U - I_{\text{线}'} R_{\text{线}} = (500 - 18 \times 10) \text{ V} = 320 \text{ V}$$

用户得到的功率

$$P_{\text{用户}} = P_{\text{输出}} - P_{\text{线}} = (9\,000 - 3\,240) \text{ W} = 5\,760 \text{ W}.$$

答案 (1)1 : 3 72 : 11 (2)320 V 5 760 W



规律总结

输电线路功率损失的计算方法

(1) $P_{\text{损}} = P - P'$, P 为输送的功率, P' 为用户所得功率.

(2) $P_{\text{损}} = I_{\text{线}}^2 R_{\text{线}}$, $I_{\text{线}}$ 为输电线路上的电流, $R_{\text{线}}$ 为线路电阻.

(3) $P_{\text{损}} = \frac{\Delta U^2}{R_{\text{线}}}$, ΔU 为输电线路上的电压, $R_{\text{线}}$ 为线路电阻.

(4) $P_{\text{损}} = \Delta UI_{\text{线}}$, ΔU 为输电线路上的电压, $I_{\text{线}}$ 为线路上的电流.

特别提醒 在远距离输电问题中, 计算线路功率损耗时一般用 $P_{\text{损}} = I_{\text{线}}^2 R_{\text{线}}$, 其原因是

$I_{\text{线}}$ 可以由公式 $P_{\text{输出}} = I_{\text{线}} U_{\text{输出}}$ 求出, 而 $P_{\text{损}} = \Delta UI_{\text{线}}$ 和 $P_{\text{损}} = \frac{\Delta U^2}{R_{\text{线}}}$ 则不常用, 其原因是在一

般情况下, ΔU 不易求出, 且易将 ΔU 和 $U_{\text{输出}}$ 相混而造成错误.

【高考题】

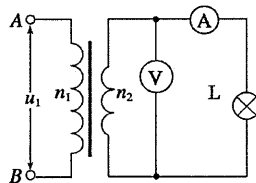
1.(2013·广东理综·16)如图, 理想变压器原、副线圈匝数比 $n_1 : n_2 = 2 : 1$, V 和 A 均为理想电表, 灯泡电阻 $R_L = 6 \Omega$, AB 端电压 $u_1 = 12\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V), 下列说法正确的是()

A. 电流频率为 100 Hz

B. V 的读数为 24 V

C. A 的读数为 0.5 A

D. 变压器输入功率为 6 W

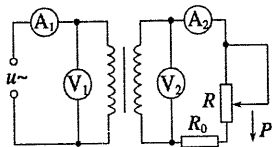


答案 D

解析 由 $\omega = 2\pi f = 100\pi \text{ rad/s}$ 得: $f = 50 \text{ Hz}$, A 错. 有效值 $U_1 = 12 \text{ V}$, 又: $\frac{U_2}{U_1} = \frac{n_2}{n_1}$ 得: $U_2 = 6 \text{ V}$, $I_2 = \frac{U_2}{R_L} = 1 \text{ A}$, B、C 项错. 由能量守恒得 $P_1 = P_2 = U_2 I_2 = 6 \text{ W}$, D 对.

2. (2021·福建理综·14) 如图所示, 理想变压器原线圈输入电压 $u = U_m \sin \omega t$, 副线圈电路中 R_0 为定值电阻, R 是滑动变阻器. \textcircled{V}_1 和 \textcircled{V}_2 是理想交流电压表, 示数分别用 U_1 和 U_2 表示; \textcircled{A}_1 和 \textcircled{A}_2 是理想交流电流表, 示数分别用 I_1 和 I_2 表示. 下列说法正确的是 ()

- A. I_1 和 I_2 表示电流的瞬时值
- B. U_1 和 U_2 表示电压的最大值
- C. 滑片 P 向下滑动过程中, U_2 不变、 I_1 变大
- D. 滑片 P 向下滑动过程中, U_2 变小、 I_1 变小



答案 C

解析 电路中交流电表的示数为有效值, 故 A、B 项均错误; P 向下滑动过程中, R 变小, 由于交流电源的输出电压和原、副线圈匝数不变, U_1 、 U_2 均不变, 所以 $I_2 = \frac{U_2}{R_0 + R}$ 变大, 由 $\frac{I_1}{I_2} = \frac{n_2}{n_1}$, 得 $I_1 = \frac{n_2}{n_1} I_2$ 变大, 故 C 项正确, D 项错误.

“对称”模型

【概述】

对称法作为一种具体的解题方法, 虽然高考命题没有单独正面考查, 但是在每年的高考命题中都有所渗透和体现. 从侧面体现考生的直观思维能力和客观的猜想推理能力. 所以作为一种重要的物理思想和方法, 相信在今后的高考命题中必将有所体现.

【解题】

在研究和解决物理问题时, 从对称性的角度去考查过程的物理实质, 可以避免繁冗的数学推导, 迅速而准确地解决问题.

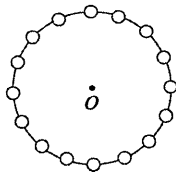
对称法是从对称性的角度研究、处理物理问题的一种思维方法, 有时间和空间上的对称. 它表明物理规律在某种变换下具有不变的性质. 用这种思维方法来处理问题可以开拓思路, 使复杂问题的解决变得简捷. 如, 一个做匀减速直线运动的物体在至运动停止的过程中, 根据运动的对称性, 从时间上的反演, 就能看作是一个初速度为零的匀加速直线运动, 于是便可将初速度为零的匀加速直线运动的规律和特点, 用于处理末速度为零的匀减速运动, 从而简化解题过程. 具体如: 竖直上抛运动中的速度对称、时间对称. 沿着光滑斜面上滑的物体运动等具有对称性等, 总之物理问题通常有多种不同的解法, 利用对称性解题不失为一种科学的思维方法.

利用对称法解题的思路: ①领会物理情景, 选取研究对象; ②在仔细审题的基础上, 通过题目的条件、背景、设问, 深刻剖析物理现象及过程, 建立清晰的物理情景, 选取恰当的研究对象如运动的物体、运动的某一过程或某一状态; ③透析研究对象的属性、运动特点及规律; ④寻找研究对象的对称性特点. ⑤利用对称性特点, 依物理规律, 对题目求解.

一、静电场中的对称

【例题】

【例 1】 $N(N > 1)$ 个电荷量均为 $q(q > 0)$ 的小球, 均匀分布在半径为 R 的圆周上, 如图所示. 若移去位于圆周上 P 点(图中未标出)的一个小球, 则圆心 O 点处的电场强度大小为 _____, 方向 _____. (已知静电力常量为 k)



解析 P 点的带电小球在圆心 O 处的电场强度大小为 $E_1 = k\frac{q}{R^2}$, 方向沿 PO 指向 O ; N 个小球在 O 点处电场强度叠加后, 合场强为零; 移去 P 点的小球后, 则剩余 $N-1$ 个小球在圆心 O 处的电场强度与 P 点的小球在圆心 O 处的电场强度等大反向, 即 $E = E_1 = k\frac{q}{R^2}$, 方向沿 OP 指向 P .

答案 $\frac{kq}{R^2}$ 沿 OP 指向 P

方法总结

利用补偿法和对称法求电场强度

(1) 补偿法: 题给条件建立的模型不是一个完整的标准模型, 比如说模型 A , 这时需要给原来的问题补充一些条件, 由这些补充条件建立另一个容易求解的模型 B , 并且模型 A 与模型 B 恰好组成一个完整的标准模型, 这样求解模型 A 的问题就变为求解一个完整的标准模型与模型 B 的差值问题.

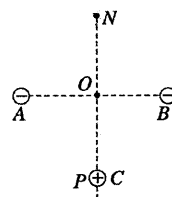
(2) 对称法: 利用带电体(如球体、薄板等)产生的电场具有对称性的特点来求电场强度的方法.

两个等量点电荷电场的分布

等量同种点电荷和等量异种点电荷的电场线的比较

比较项目	等量异种点电荷	等量同种点电荷
电场线分布图		
连线上 O 点处的场强	连线上 O 点场强最小, 指向负电荷一方	为零
连线上的场强大小 (从左到右)	沿连线先变小, 再变大	沿连线先变小, 再变大
沿中垂线由 O 点向外场强大小	O 点最大, 向外逐渐减小	O 点最小, 向外先变大后变小
关于 O 点对称的 A 与 A' 、 B 与 B' 的场强	等大同向	等大反向

【例 2】如图 7 所示, 两个带等量负电荷的小球 A 、 B (可视为点电荷), 被固定在光滑的绝缘水平面上, P 、 N 是小球 A 、 B 连线的水平中垂线上的两点, 且 $PO=ON$. 现将一个电荷量很小的带正电的小球 C (可视为质点) 由 P 点静止释放, 在小球 C 向 N 点运动的过程中, 下列关于小球 C 的说法可能正确的是 ()

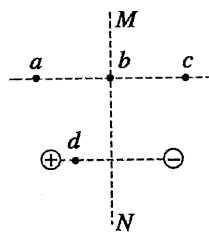


- A. 速度先增大，再减小
- B. 速度一直增大
- C. 加速度先增大再减小，过 O 点后，加速度先减小再增大
- D. 加速度先减小，再增大

解析 在 AB 的中垂线上，从无穷远处到 O 点，电场强度先变大后变小，到 O 点变为零，故正电荷受库仑力沿连线的中垂线运动时，电荷的加速度先变大后变小，速度不断增大，在 O 点加速度变为零，速度达到最大；由 O 点到无穷远处时，速度变化情况与另一侧速度的变化情况具有对称性。如果 P 、 N 相距很近，加速度则先减小，再增大。

答案 AD

【例 3】如图所示，在两等量异种点电荷的电场中， MN 为两电荷连线的中垂线， a 、 b 、 c 三点所在直线平行于两电荷的连线，且 a 和 c 关于 MN 对称， b 点位于 MN 上， d 点位于两电荷的连线上。以下判断正确的是 ()



- A. b 点场强大于 d 点场强
- B. b 点场强小于 d 点场强
- C. a 、 b 两点间的电势差等于 b 、 c 两点间的电势差
- D. 试探电荷 $+q$ 在 a 点的电势能小于在 c 点的电势能

答案 BC

解析 根据等量异种点电荷产生的电场的电场线分布情况和由电场线的疏密表示场强大小可知 $E_d > E_b$ ，故选项 A 错误，选项 B 正确。 a 、 c 两点关于 MN 对称，故 $U_{ab} = U_{bc}$ ，选项 C 正确。沿电场线方向电势降低，所以 $\varphi_a > \varphi_c$ ，由 $E_p = q\varphi$ 可知 $E_{pa} > E_{pc}$ ，故选项 D 错误。

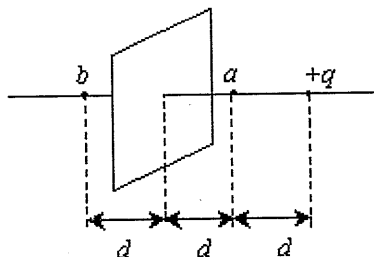
【高考题】

1. (2005 上海高考) 如图所示，带电量为 $+q$ 的点电荷与均匀带电薄板相距为 $2d$ ，点电荷到带电薄板的垂线通过板的几何中心。若图中 b 点处产生的电场强度为零，根据对称性，带电薄板在图中 b 点处产生的电场强度大小为多少，方向如何？(静电力恒量为 k)。

解析：在电场中 a 点：

$$E_a = E_{\text{板}} + E_{+q} = 0$$

$$E_{\text{板}} = -E_{+q}, \quad E_{+q} = k \frac{q}{d^2}$$



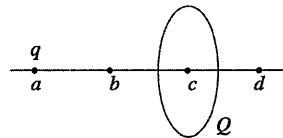
板上电荷在 a 、 b 两点的电场以带电薄板对称，带电薄板在 b 点产生的场强大小为 $k \frac{q}{d^2}$ ，

方向水平向左。

点评：题目中要求带电薄板产生的电场，根据中学物理知识仅能直接求点电荷产生的电场，无法直接求带电薄板产生的电场；由 $E_a = 0$ ，可以联想到求处于静电平衡状态的导体的感应电荷产生的场强的方法，利用 $E_{\text{板}} = -E_{+q}$ 来间接求出带电薄板在 a 点的场强，然后根据题意利用对称性求出答案。

2. (2021 全国新课标 I ·15)如图,一半径为 R 的圆盘上均匀分布着电荷量为 Q 的电荷,在垂直于圆盘且过圆心 c 的轴线上有 a 、 b 、 d 三个点, a 和 b 、 b 和 c 、 c 和 d 间的距离均为 R ,在 a 点处有一电荷量为 q ($q>0$) 的固定点电荷. 已知 b 点处的场强为零,则 d 点处场强的大小为(k 为静电力常量) ()

- A. $k\frac{3q}{R^2}$ B. $k\frac{10q}{9R^2}$ C. $k\frac{Q+q}{R^2}$ D. $k\frac{9Q+q}{9R^2}$



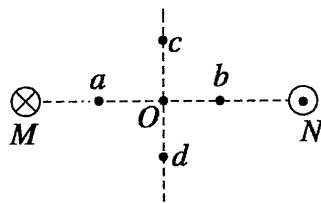
答案 B

解析 电荷 q 产生的电场在 b 处的场强 $E_b = \frac{kq}{R^2}$, 方向水平向右, 由于 b 点的合场强为零, 故圆盘上的电荷产生的电场在 b 处的场强 $E_b' = E_b$, 方向水平向左, 故 $Q>0$. 由于 b 、 d 关于圆盘对称, 故 Q 产生的电场在 d 处的场强 $E_d' = E_b' = \frac{kq}{R^2}$, 方向水平向右, 电荷 q 产生的电场在 d 处的场强 $E_d = \frac{kq}{(3R)^2} = \frac{kq}{9R^2}$, 方向水平向右, 所以 d 处的合场强的大小 $E = E_d' + E_d = k\frac{10q}{9R^2}$.

二、磁场中的对称

【例 1】如图所示, 两根相互平行的长直导线过纸面上的 M 、 N 两点, 且与纸面垂直, 导线中通有大小相等、方向相反的电流. a 、 O 、 b 在 M 、 N 的连线上, O 为 MN 的中点, c 、 d 位于 MN 的中垂线上, 且 a 、 b 、 c 、 d 到 O 点的距离均相等. 关于以上几点处的磁场, 下列说法正确的是 ()

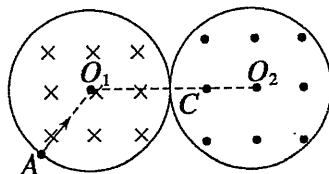
- A. O 点处的磁感应强度为零
 B. a 、 b 两点处的磁感应强度大小相等, 方向相反
 C. c 、 d 两点处的磁感应强度大小相等, 方向相同
 D. a 、 c 两点处磁感应强度的方向不同



解析 根据安培定则判断磁场方向, 再结合矢量的合成知识求解. 根据安培定则判断: 两直线电流在 O 点产生的磁场方向均垂直于 MN 向下, O 点的磁感应强度不为零, 故 A 选项错误; a 、 b 两点的磁感应强度大小相等, 方向相同, 故 B 选项错误; 根据对称性, c 、 d 两点处的磁感应强度大小相等, 方向相同, 故 C 选项正确; a 、 c 两点的磁感应强度方向相同, 故 D 选项错误.

答案 C

【例2】如图所示，在某空间实验室中，有两个靠在一起的等大的圆柱形区域，分别存在着等大反向的匀强磁场，磁感应强度 $B=0.10\text{ T}$ ，磁场区域半径 $r=\frac{2}{3}\sqrt{3}\text{ m}$ ，左侧区域圆心为 O_1 ，磁场方向垂直纸面向里，右侧区域圆心为 O_2 ，磁场方向垂直纸面向外，两区域切点为 C 。今有一质量为 $m=3.2\times 10^{-26}\text{ kg}$ 、带电荷量为 $q=1.6\times 10^{-19}\text{ C}$ 的某种离子，从左侧区域边缘的 A 点以速度 $v=1\times 10^6\text{ m/s}$ 正对 O_1 的方向垂直射入磁场，它将穿越 C 点后再从右侧区域穿出。求：



- (1) 该离子通过两磁场区域所用的时间；
 (2) 离子离开右侧区域的出射点偏离最初入射方向的侧移距离为多大？(侧移距离指在垂直初速度方向上移动的距离)

答案 (1) $4.19\times 10^{-6}\text{ s}$ (2) 2 m

解析 (1) 离子在磁场中做匀速圆周运动，在左、右两区域的运动轨迹是对称的，如图所示，设轨迹半径为 R ，圆周运动的周期为 T 由牛顿第二定律有

$$qvB = m\frac{v^2}{R} \quad ①$$

$$\text{又 } T = \frac{2\pi R}{v} \quad ②$$

$$\text{联立①②得: } R = \frac{mv}{qB} \quad ③$$

$$T = \frac{2\pi m}{qB} \quad ④$$

将已知数据代入③得 $R=2\text{ m}$ ⑤

由轨迹图知 $\tan\theta = \frac{r}{R} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ，即 $\theta = \frac{\pi}{6}$

则通过两磁场区域所用的时间 $t = 2 \times \frac{2\theta}{2\pi} T = \frac{T}{3}$ ⑥

联立④⑥并代入已知数据得

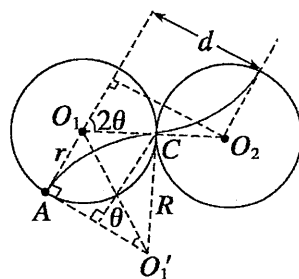
$$t = \frac{2 \times 3.14 \times 3.2 \times 10^{-26}}{3 \times 1.6 \times 10^{-19} \times 0.10} \text{ s} = 4.19 \times 10^{-6} \text{ s}$$

(2) 在图中过 O_2 向 AO_1 作垂线，联立轨迹对称关系知

侧移距离 $d = 2r\sin 2\theta$

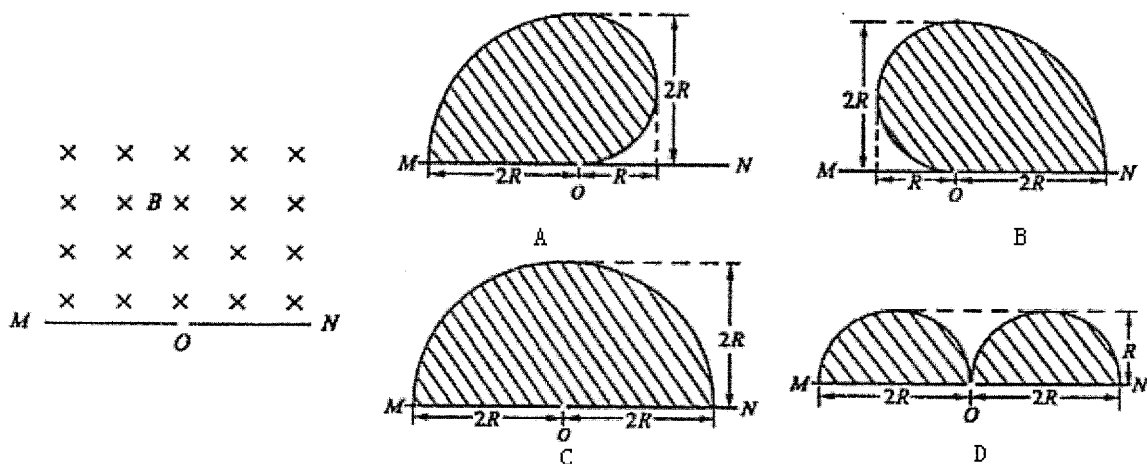
将已知数据代入得

$$d = 2 \times \frac{2}{3} \sqrt{3} \sin \frac{\pi}{3} \text{ m} = 2 \text{ m}$$



三、电磁现象中的对称性

【例 1】(2021 年全国高考) 如图所示, 在一水平放置的平板 MN 的上方有匀强磁场, 磁感应强度的大小为 B , 磁场方向垂直于纸面向里。许多质量为 m 带电量为 $+q$ 的粒子, 以相同的速率 v 沿位于纸面内的各个方向, 由小孔 O 射入磁场区域。不计重力, 不计粒子间的相互影响。下列图中阴影部分表示带电粒子可能经过的区域, 其中 $R \approx \frac{mv}{Bq}$ 。哪个图是正确的?



解析: 由于是许多质量为 m 带电量为 $+q$ 的粒子, 以相同的速率 v 沿位于纸面内的各个方向, 由孔 O 射入磁场区域。所以, 重点是考虑粒子进入磁场的速度方向。

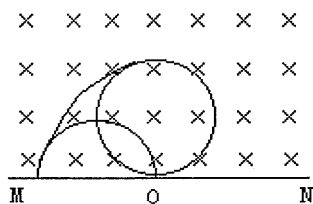
在考虑时, 想到速度方向在空间安排上是具有“空间对称性”的, 所以, 本题就要在分析过程用到对称性。

①当粒子沿垂直 MN 的方向进入磁场时, 由其所受到的“洛伦兹力”的方向可以知道, 其作圆周运动的位置在左侧。由“洛伦兹力”公式和圆周运动“向心力”公式可以得到:

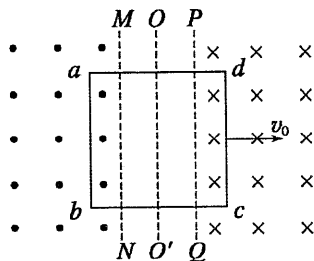
$$Bqv = \frac{mv^2}{R}, \text{ 解得 } R \approx \frac{mv}{Bq}。 \text{ 所以, 在左侧可能会出现以 } O \text{ 为一点的直径为 } 2R \text{ 的半圆。}$$

②当粒子沿水平向右的方向进入磁场时, 其应该在 MN 的上方作圆周运动, 且另外的半圆将会出现在点 O 的左边。直径也是 $2R$ 。

③然后, 利用对称性, 所有可能的轨迹将会涉及到以点 O 为转动点, 以 $2R$ 为直径从右扫到左的一片区域。即如下图所示。



【例 2】如图所示，空间存在两个磁场，磁感应强度大小均为 B ，方向相反且垂直纸面， MN 、 PQ 为其边界， OO' 为其对称轴。一导线折成边长为 L 的正方形闭合回路 $abcd$ ，回路在纸面内以恒定速度 v_0 向右运动，当运动到关于 OO' 对称的位置时 ()



- A. 穿过回路的磁通量为零
- B. 回路中感应电动势大小为 BLv_0
- C. 回路中感应电流的方向为顺时针方向
- D. 回路中 ab 边与 cd 边所受安培力方向相同

答案 AD

解析 由于两磁场的磁感应强度大小相等，方向相反，且回路此时关于 OO' 对称，因而此时穿过回路的磁通量为零，A 项正确； ab 、 cd 均切割磁感线，相当于两个电源，由右手定则知，回路中感应电流方向为逆时针方向，两电源串联，感应电动势为 $2BLv_0$ ，B、C 项错误；由左手定则知 ab 、 cd 所受安培力方向均向左，D 项正确。

