高中数学130个快速解题公式

第1章　集合

1. 有限集合子集个数：子集个数：2^n个，真子集个数：2^{n-1}个；

2. 集合里面重要结论：
①$A\cap B=A\Rightarrow A\subseteq B$；②$A\cup B=A\Rightarrow B\subseteq A$；③$A\Rightarrow B\Leftrightarrow A\subseteq B$　　④$A\Leftrightarrow B\Leftrightarrow A=B$

3. 同时满足求交集，分类讨论求并集

4. 集合元素个数公式：$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$

第2章　函数

5. 几个近似值：$\sqrt{2}\approx1.414,\sqrt{3}\approx1.732,\sqrt{5}\approx2.236,\pi\approx3.142,\mathrm{e}\approx2.718,e^2\approx7.389,\ln3\approx1.0986,\ln2\approx0.693,$

6. 分数指数幂公式：$a^{\frac{n}{m}}=\sqrt[m]{a^n}$

7. 对数换底公式：$\log_a b=\dfrac{\log_c b}{\log_c a}$；$\log_a b=\dfrac{1}{\log_b a}$

8. 单调性的快速法：①.增+增→增；增-减→增；②.减+减→减；减-增→减；
③.乘正加常，单调不变：④.乘负取倒，单调不变：

9. 奇偶性的快速法：①.奇±奇→奇；偶±偶→偶；
②.奇×(÷)奇→偶；偶×(÷)偶→偶；奇×(÷)偶→奇；

10. 函数的切线方程：$y-y_0=f'(x_0)(x-x_0)$

11. 函数有零点$\Leftrightarrow\begin{cases}f(x)_{\min}\leqslant0\\f(x)_{\max}\geqslant0\end{cases}$

12. 函数无零点$\Leftrightarrow f(x)_{\max}\leqslant0$　或　$f(x)_{\min}\geqslant0$

13. 函数周期性：$f(a+x)=f(b+x)$的周期$T=|b-a|$；

14. 函数对称性：$f(a+x)=f(b-x)$的对称轴$x=\dfrac{a+b}{2}$；

15. 抽象函数对数型：若$f(xy)=f(x)+f(y)$，则$f(x)=\log_a x$；

16. 抽象函数指数型：若$f(x+y)=f(x)f(y)$，则$f(x)=a^x$；

17. 抽象函数正比型：若$f(x+y)=f(x)+f(y)$，则$f(x)=kx$；

18. 抽象函数一次型：若$f'(x)=c$，则$f(x)=cx+b$；

19. 抽象函数导数型：若$f'(x)=f(x)$，则$f(x)=ke^x$或$f(x)=0$;

20. 两个重要不等式：$\begin{cases}\mathrm{e}^x\geqslant x+1\\\ln x\leqslant x-1\end{cases}\Rightarrow\ln(x+1)\leqslant x\leqslant\mathrm{e}^x-1$（当且仅当$x=0$时“=”成立）

21. 洛必达法则：$\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)}{g(x)}=\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f'(x)}{g'(x)}$（当$\dfrac{f(x)}{g(x)}\to\dfrac{0}{0}$或$\dfrac{\infty}{\infty}$时使用）

22. 恒成立问题：(1)$a\geqslant f(x)\Leftrightarrow a\geqslant f(x)_{\max}$
(2)$a<f(x)\Leftrightarrow a<f(x)_{\min}$

23. 证明$f(x)>g(x)$思路：思路1：(1)$h(x)=f(x)-g(x)\Leftrightarrow h(x)>0$（常规首选方法）
思路2：$f(x)_{\min}>g(x)_{\max}$（思路1无法完成）

第3章　数列

24. 等差数列通项公式：$a_n=a_1+(n-1)d$

25. 等差数列通项公式：$S_n=\dfrac{n(a_1+a_n)}{2}=na_1+\dfrac{n(n-1)}{2}d$

26. 等比数列通项公式：$a_n=a_1q^{n-1}$

27. 等比数列通项公式：$S_n=\dfrac{a_1(1-q^n)}{1-q}=\dfrac{a_1+a_nq}{1-q}$

28. 等差数列的性质：若 $m+n=p+q$，则 $a_m+a_n=a_p+a_q$

29. 等比数列的性质：若 $m+n=p+q$，则 $a_ma_n=a_pa_q$

30. 等差中项：若 a,A,b 成等差数列，则 $2A=a+b$

31. 等比中项：若 a,G,b 成等比数列，则 $G^2=ab$

32. 裂项相消法1：若 $\dfrac{1}{n(n+1)}=\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+1}$，则有 $T_n=1-\dfrac{1}{n+1}=\dfrac{n}{n+1}$

33. 裂项相消法2：若 $\dfrac{1}{n(n+2)}=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+2}\right)$，则有 $T_n=\dfrac{1}{2}\left(1+\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{n+1}-\dfrac{1}{n+2}\right)$

34. 裂项相消法3：若 $\dfrac{1}{a_{n+1}a_n}=\dfrac{1}{d}\left(\dfrac{1}{a_n}-\dfrac{1}{a_{n+1}}\right)$，则有 $T_n=\dfrac{1}{d}\left(\dfrac{1}{a_1}-\dfrac{1}{a_{n+1}}\right)$

35. 裂项相消法4：若 $\dfrac{1}{(2n+1)(2n-1)}=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{2n-1}-\dfrac{1}{2n+1}\right)$，则有 $T_n=\dfrac{1}{2}\left(1-\dfrac{1}{2n+1}\right)$

36. 错位相减法求和通式：$T_n=\dfrac{a_1b_1}{1-q}+\dfrac{dq(b_1-b_n)}{(1-q)^2}-\dfrac{a_nb_nq}{1-q}$

第4章　三角函数

37. 三角函数的定义：正弦：$\sin\alpha=\dfrac{y}{r}$；余弦：$\cos\alpha=\dfrac{x}{r}$；正切：$\tan\alpha=\dfrac{y}{x}$；其中：$r=\sqrt{x^2+y^2}$

38. 诱导公式：π 倍加减名不变，符号只需看象限；半 π 加减名要变，符号还是看象限。

39. 和差公式：① $\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cos\beta\pm\cos\alpha\sin\beta$（伞科科伞，符号不反）

② $\cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cos\beta\mp\sin\alpha\sin\beta$（科科伞伞，符号相反）

③ $\tan(\alpha\pm\beta)=\dfrac{\tan\alpha\pm\tan\beta}{1\mp\tan\alpha\tan\beta}$（上同下相反）

40. 二倍角公式：① $\sin2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$

② $\cos2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=1-2\sin^2\alpha=2\cos^2\alpha-1$

③ $\tan2\alpha=\dfrac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}$

41. 降幂公式：① .$\sin\alpha\cos\alpha=\dfrac{\sin2\alpha}{2}$　② .$\sin^2\alpha=\dfrac{1-\cos2\alpha}{2}$ ③ .$\cos^2\alpha=\dfrac{1+\cos2\alpha}{2}$

42. 辅助角公式：$a\sin wx+b\cos wx=\sqrt{a^2+b^2}\sin(wx+\phi).\left(\tan\phi=\dfrac{b}{a},a>0\right)$

43. 正弦定理：$\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}=2R$

44. 余弦定理：① $\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}\Leftrightarrow a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$

② $\cos B=\dfrac{a^2+c^2-b^2}{2ac}\Leftrightarrow b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$

③ $\cos C=\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2ab}\Leftrightarrow c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$

45. 三角形最值原理：三角形中一个角及其对边已知时.另外两边或两角相等时周长取得最小值，面积取得最大值；

第5章 向量

46. 向量加法的作图：上终下起，中间消去；$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$

47. 向量减法的作图：起点相同，倒回来读；$\overrightarrow{\mathrm{AC}}-\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\overrightarrow{\mathrm{BC}}$

48. 向量平行的判定：(1) 向量法：$\vec{a}\parallel\vec{b}\Leftrightarrow\vec{b}=\lambda\vec{a}$; (2) 向量法：$\vec{a}\parallel\vec{b}\Leftrightarrow x_1y_2-x_2y_1=0$

49. 向量垂直的判定：(1) 向量法：$\vec{a}\perp\vec{b}\Leftrightarrow\vec{a}\cdot\vec{b}=0$; (2) 向量法：$\vec{a}\perp\vec{b}\Leftrightarrow x_1x_2+y_1y_2=0$

50. 向量的数量积公式：(1) 向量法：$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$; (2) 向量法：$\vec{a}\cdot\vec{b}=x_1x_2+y_1y_2$

51. 向量的夹角公式：(1) 向量法：$\cos\theta=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}$; (2) 向量法：$\cos\theta=\dfrac{x_1x_2+y_1y_2}{\sqrt{x_1^2+y_1^2}\sqrt{x_2^2+y_2^2}}$

52. $\vec{a}$ 方向上的单位向量：(1) 向量法：$\vec{e}=\dfrac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$; (2) 向量法：$\vec{e}=\dfrac{\vec{a}}{|\vec{a}|}=\left(\dfrac{x_1}{\sqrt{x_1^2+y_1^2}},\dfrac{y_1}{\sqrt{x_1^2+y_1^2}}\right)$

53. 证明 $A.B.C$ 三点共线两种方法：

(1) 两个向量 $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}$ 共线且有一个公共点 A；

(2)$\overrightarrow{PA}=x\overrightarrow{PB}+y\overrightarrow{PC}(x+y=1)$

第6章 立体几何

54. 线线角向量法公式：$\cos\theta=\dfrac{|\vec{a}\cdot\vec{b}|}{|\vec{a}||\vec{b}|}$

55. 线面角：(1) 向量法公式：$\sin\theta=\dfrac{|\vec{a}\cdot\vec{m}|}{|\vec{a}||\vec{m}|}$；(2) 几何法公式：$\sin\theta=\dfrac{h_x}{a}$

56. 二面角：(1) 向量法公式：$\cos\theta=\pm\dfrac{|\vec{m}\cdot\vec{n}|}{|\vec{m}||\vec{n}|}$；(2) 几何法公式：$\cos\theta=\dfrac{S_{射影}}{S_{原图}}$

57. 点面距：(1) 向量法公式：$h_x=\dfrac{|\vec{m}\cdot\overrightarrow{AB}|}{|\vec{m}|}$；(2) 几何法公式：$h_x=\dfrac{S_1h_1}{S_2}$

58. 多面体的内切球半径：$r=\dfrac{3V}{S_1+S_2+\cdots+S_n}$

59. 长方体的外接球半径：$2R=\sqrt{a^2+b^2+c^2}$

60. 直棱锥的外接球半径：$\begin{cases}R^2=r^2+\left(\dfrac{h}{2}\right)^2\\2r=\dfrac{a}{\sin A}\end{cases}$

61. 正棱锥的外接球半径：$\begin{cases}R^2=r^2+(h-R)^2\\2r=\dfrac{a}{\sin A}\end{cases}$

62. 正三角形的性质：高：$h=\dfrac{\sqrt{3}}{2}a$，面积：$S=\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2$

63. 正三角形与圆：内切圆半径：$r=\dfrac{\sqrt{3}}{6}a$，外接圆半径：$R=\dfrac{\sqrt{3}}{3}a$，且 $\dfrac{R}{r}=\dfrac{2}{1}$

64. 正四面体的高：斜高：$h_{斜}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}a$，正高：$h_{正}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}a$

65. 正四面体与球：内切球半径 r，外接球半径 R，且 $\dfrac{R}{r}=\dfrac{3}{1}$ 且 $r+R=h_{正}$

第7章 解析几何

66. 圆的定义：若 $PA\perp PB$，则 P 的轨迹为以 AB 为直径的圆

67. 椭圆的定义：若 $PF_1+PF_2=2a(2a>|F_1F_2|)$，则 P 的轨迹为以 F_1F_2 为焦点，$2a$ 为长轴的椭圆

68. 双曲线的定义：若 $|PF_1|-|PF_2|=2a(2a<|F_1F_2|)$，则 P 的轨迹为以 F_1F_2 为焦点，$2a$ 为实轴的双曲线

69. 抛物线的定义：到定点 $F\left(\frac{p}{2},0\right)$ 和到定直线：$x=-\frac{p}{2}$ 的距离相等的点 P 的轨迹为为双曲线

70. 直线的纵斜截式方程：$y=kx+b$；直线过 y 轴上点为 $B(0,b)$ 且不竖直于 x 轴

71. 直线的横斜截式方程：$x=my+a$；直线过 x 轴上点为 $A(a,0)$ 且不平行于 x 轴

72. 直线平行：$l_1\parallel l_2\Leftrightarrow k_1=k_2(b_1\neq b_2)$；或 $A_1B_2-A_2B_1=0$

73. 直线垂直：$l_1\perp l_2\Leftrightarrow k_1k_2=-1$；或 $A_1A_2+B_1B_2=0$

74. 点点距公式：$|AB|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

75. 点线距公式：$d=\frac{|Ax_0+By_0+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$

76. 线线距公式：$d=\frac{|C_1-C_2|}{\sqrt{A^2+B^2}}$

77. 点差法的斜率公式：$k_{椭}=-\frac{b^2x_0}{a^2y_0}$，　　$k_{双}=\frac{b^2x_0}{a^2y_0}$，　　$k_{抛}=\frac{p}{y_0}$

78. 通用弦长公式：$l=\sqrt{1+k^2}\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}$，$l=\sqrt{\left(1+\frac{1}{k^2}\right)[(y_1+y_2)^2-4y_1y_2]}$

79. 圆的弦长公式：$l=2\sqrt{r^2-d^2}$

80. 焦半径公式（带坐标）：

(1) 椭圆中：$|MF|=a\pm ex_0$，；(2) 双曲线：$|MF|=ex_0\pm a$，(3) 抛物线：$|MF|=x_0+\frac{p}{2}$

81. 焦半径公式（倾斜角）：

(1) 椭圆中：$\frac{b^2}{a(1\pm e\cos\alpha)}$；(2) 双曲线：$\frac{b^2}{a(1\pm e\cos\alpha)}$；(3) 抛物线：$\frac{p}{1\pm\cos\alpha}$

82. 焦点弦公式（倾斜角）：

(1) 椭圆中：$\frac{2b^2}{a(1-e^2\cos^2\alpha)}$；(2) 双曲线：$\frac{2b^2}{a(1-e^2\cos^2\alpha)}$；(3) 抛物线：$\frac{2p}{\sin^2\alpha}$

83. 抛物线的焦点弦长：$l=x_1+x_2+p=\frac{2k^2+2}{k^2}p=\frac{2p}{\sin\alpha}$

84. 椭圆的焦点三角形面积：$S_{\triangle F_1PF_2}=b^2\tan\frac{\theta}{2}$

85. 双曲线焦点三角形面积：$S_{\triangle F_1PF_2}=b^2\cot\frac{\theta}{2}$

86. 双曲线的焦渐距为：b（虚半轴）

87. 椭圆的离心率公式：$e=\frac{c}{a}=\sqrt{1-\frac{b^2}{a^2}}$

88. 双曲线的离心率公式：$e=\frac{c}{a}=\sqrt{1+\frac{b^2}{a^2}}=\sqrt{1+k_{渐}^2}$

89. 圆锥曲线的离心率公式：$|e\cos\alpha|=\frac{|\lambda-1|}{|\lambda+1|}$

90. 椭圆.双曲线通径公式：$|PQ|=\frac{2b^2}{a}$

91. 抛物线的通径公式：$|PQ|=2p$

92. 抛物线焦点弦圆：以抛物线焦点弦为直径的圆必与准线相切；

93. 抛物线焦点弦性质：$\frac{1}{|AF|}+\frac{1}{|BF|}=\frac{2}{p}$,

94. 抛物线焦点直线的韦达定理：$x_1x_2=\frac{p^2}{4}$，$x_1+x_2=\frac{k^2+2}{k^2}p$，$y_1y_2=-p^2$，$y_1+y_2=\frac{2p}{k}$

95. 解析几何中的向量问题：$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=x_1x_2+y_1y_2,\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=(x_1+x_2,y_1+y_2)$

96. 向量与夹角问题：(1)$\angle AOB$ 钝角 $\Leftrightarrow \overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}<0$;
(2)$\angle AOB$ 锐角 $\Leftrightarrow \overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}>0$;
(3)$\angle AOB$ 直角 $(OA\perp OB)\Leftrightarrow \overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=0$

97. 向量与圆的问题：P 与以 AB 为直径的圆的位置关系：
(1)P 在圆内：$\angle APB$ 钝角 $\Leftrightarrow \overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}<0$;
(2)P 在圆上：$\angle APB$ 直角 $\Leftrightarrow \overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=0$;
(3)P 在圆外：$\angle APB$ 锐角 $\Leftrightarrow \overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}>0$;

98. 坐标轴平分角问题：$k_1=-k_2\Leftrightarrow k_1+k_2=0$

第 8 章　概率统计

99. 频方图的频率 ＝小矩形面积：$f_i=S_i=y_i\times d=\frac{n_i}{N}$；频率＝频数/总数

100. 频方图的频率之和：$f_1+f_2+\cdots+f_n=1$；同时 $S_1+S_2+\cdots+S_n=1$；

101. 频方图的众数：最高小矩形底边的中点。

102. 频方图的平均数：$\bar{x}=x_{中1}f_1+x_{中2}f_2+x_{中3}f_3+\cdots+x_{中n}f_n$　　$\bar{x}=x_{中1}S_1+x_{中2}S_2+x_{中3}S_3+\cdots+x_{中n}S_n$

103. 频方图的中位数：从左到右或者从右到左累加，面积等于 0.5 时 x 的值。

104. 频方图的方差：$s^2=(x_{中1}-\bar{x})^2f_1+(x_{中2}-\bar{x})^2f_2+\cdots+(x_{中n}-\bar{x})^2f_n$

105. 古典概型公式：$P(A)=\frac{n_A}{n_\Omega}$

106. 几何概型公式：$P(A)=\frac{l_A}{l_\Omega}=\frac{S_A}{S_\Omega}=\frac{V_A}{V_\Omega}$

107. 常见的排列问题：任职问题.数字问题.排队照相问题.逐个抽取问题

108. 排列公式：$A_n^m=n(n-1)\cdots(n-m+1)$

109. 常见的组合问题：产品抽查问题.一次性抽取问题

110. 组合公式：$C_n^m=\frac{n(n-1)\cdots(n-m+1)}{m(m-1)\cdots 3\times 2\times 1}$

111. 均值公式：$E(X)=x_1p_1+x_2p_2+\cdots+x_np_n$

112. 方差公式：$D(X)=[x_1-E(x)]^2p_1+[x_2-E(x)]^2p_2+\cdots+[x_n-E(x)]^2p_n$

113. 互斥事件概率公式：$P(A+B)=P(A)+P(B)$

114. 对立事件概率公式：$P(\bar{A})=1-P(A)$

115. 独立事件概率公式：$P(AB)=P(A)P(B)$

116. 独立事件至少有一个发生概率公式：$P(A+B)=1-P(\bar{A}\bar{B})$

117. 超几何分布的概率公式：$P(x=k)=\dfrac{C_M^k C_{N-M}^{n-k}}{C_N^n}$

118. 二项分布的概率公式：$P(x=k)=C_n^k p^k(1-p)^{n-k}$

119. 二项分布的均值：$E(X)=np$；方差：$D(X)=np(1-p)$。

第 9 章　极参方程

120. 极坐标方程与直角方程互换：$\begin{cases}\rho=\sqrt{x^2+y^2},\tan\theta=\dfrac{y}{x}\\ \rho\cos\theta=x,\rho\sin\theta=y\end{cases}$

121. 过原点且倾斜角 α 的直线极坐标方程：$\theta=\alpha(\rho\in R)$

122. 过原点且倾斜角 α 的射线极坐标方程：$\theta=\alpha$ 或 $\theta=\alpha(\rho\geqslant 0)$

123. 极坐标方程为 $\theta=\alpha(\rho\in R)$ 的直线上两点的距离公式：$|AB|=|\rho_1-\rho_2|=\sqrt{(\rho_1+\rho_2)^2-4\rho_1\rho_2}$

124. 圆的参数方程：$\begin{cases}x=a+r\cos\theta\\ y=b+r\sin\theta\end{cases}$($\theta$ 为参数)；

125. 直线的参数方程：$\begin{cases}x=a+t\cos\alpha\\ y=b+t\sin\alpha\end{cases}$($t$ 为参数)

126. 椭圆的参数方程：$\begin{cases}x=a\cos\theta\\ y=b\sin\theta\end{cases}$($\theta$ 为参数)

127. 直线参数 t 的意义 1：$|PA|=|t_1|,|PB|=|t_2|$

128. 直线参数 t 的意义 2：$|PA||PB|=|t_1t_2|$

129. 直线参数 t 的意义 3：$|AB|=|t_1-t_2|=\sqrt{(t_1+t_2)^2-4t_1t_2}$

130. 直线参数 t 的意义 4：$|PA|+|PB|=|t_1|+|t_2|=\begin{cases}|t_1+t_2| & t_1.\ t_2\text{同号}\\ |t_1-t_2| & t_1.\ t_2\text{异号}\end{cases}$