考号______ 姓名______ 班级______ 学校______

密 封 线 内 不 要 答 题

绝密★启用前

高三数学考试(文科)

(考试时间:120 分钟　试卷满分:150 分)

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、考生号、考场号和座位号填写在答题卡上。

2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分. 在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{x|-x-3\leqslant 0\}$,$B=\{x|x-2<0\}$,则 $A\cap B=$

A. $\{x|-3<x\leqslant 2\}$　B. $\{x|-3\leqslant x<2\}$

C. $\{x|x\geqslant 3\}$　D. $\{x|x<2\}$

2. 已知复数 $z=2-\mathrm{i}$,则 $|1-\mathrm{i}\cdot z|=$

A. $2\sqrt{2}$　B. $\sqrt{5}$　C. 2　D. 1

3. 已知函数 $f(x)=\sin(2x+\frac{3\pi}{10})$,则下列说法正确的是

A. $f(x)$的图象关于直线 $x=\frac{3\pi}{10}$对称

B. $f(x)$的图象关于点$(\frac{\pi}{4},0)$对称

C. $f(x)$的最小正周期为$\frac{\pi}{2}$

D. 若将 $f(x)$图象上所有点的横坐标伸长到原来的 2 倍,纵坐标不变,可得函数 $y=\sin(x+\frac{3\pi}{10})$的图象

4. 已知$\triangle ABC$ 的每条边长均为 2,D,E 分别是 BC,AC 的中点,则$\overrightarrow{DA}\cdot\overrightarrow{DE}=$

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　B. $\frac{3}{4}$　C. $\frac{3}{2}$　D. 3

5. 已知函数 $f(x)=4x(x-1)+ax+|x|$是偶函数,则 $a=$

A. 1　B. 2　C. 3　D. 4

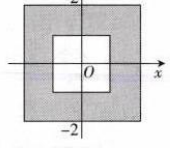
6. 曲线 $y=\frac{x}{x-3}$在点$(2,-2)$处的切线方程为

A. $y=-3x+4$　B. $y=x-4$　C. $y=3x-8$　D. $y=3x-4$

7. 设双曲线 $C_1:x^2-y^2=1$,$C_2:\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{b^2}=1(b>0)$的离心率分别为 e_1,e_2,若 $e_2=\frac{3}{4}e_1$,则 $b=$

A. 1　B. 2　C. $\sqrt{2}$　D. $\sqrt{3}$

8. 已知两个共中心 O 的正方形的边长分别为 2 和 4,在如图所示的阴影中随机取一点 M,则直线 OM 的倾斜角不大于$\frac{\pi}{4}$的概率为



A. $\frac{1}{2}$　B. $\frac{1}{4}$

C. $\frac{1}{6}$　D. $\frac{1}{8}$

9. $\triangle ABC$ 的内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c,已知 $b\cos C-c\cos B=a$,且 $A=2C$,则 $C=$

A. $\frac{\pi}{6}$　B. $\frac{\pi}{4}$　C. $\frac{\pi}{8}$　D. $\frac{\pi}{3}$

10. 已知某圆柱的轴截面是边长为 2 的正方形 $ABCD$,在该圆柱的底面内任取一点 E,则当四棱锥 $E-ABCD$ 的体积最大时,该四棱锥的侧面积为

A. $1+\sqrt{2}+\sqrt{5}$　B. $1+2\sqrt{2}+\sqrt{5}$

C. $1+\sqrt{2}+2\sqrt{5}$　D. $\sqrt{2}+2\sqrt{5}$

11. 第 19 届亚运会将于 2023 年 9 月 23 日至 10 月 8 日在杭州举行,某网络直播平台调研"大学生是否喜欢观看体育比赛直播与性别有关",从某高校男、女生中各随机抽取 100 人进行问卷调查,得到如下数据($5\leqslant m\leqslant 15$,$m\in\mathbf{N}$).

	喜欢观看	不喜欢观看
男生	$80-m$	$20+m$
女生	$50+m$	$50-m$

通过计算,有 95%以上的把握认为大学生喜欢观看直播体育比赛与性别有关,则在被调查的 100 名女生中喜欢观看体育比赛直播的人数的最大值为

附:$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$,其中 $n=a+b+c+d$.

$P(K^2\geqslant k_0)$	0.15	0.10	0.05	0.010	0.001
k_0	2.072	2.706	3.841	6.635	10.828

A. 55　B. 57　C. 58　D. 60

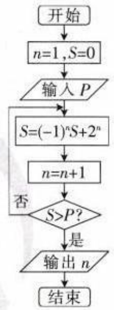
12. 已知椭圆 $E:\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{b^2}=1(b>0)$的两条弦 AB,CD 相交于点 P(点 P 在第一象限),且 $AB\perp x$ 轴,$CD\perp y$ 轴. 若$|PA|:|PB|:|PC|:|PD|=1:3:2:4$,则 $b=$

A. 2　B. $\sqrt{2}$　C. $\sqrt{5}$　D. $\sqrt{3}$

二、填空题:本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分. 把答案填在答题卡中的横线上.

13. 若 x,y 满足约束条件$\begin{cases}x-y\geqslant -1,\\ \frac{x}{3}-y\leqslant 1,\\ x+y\leqslant -1,\end{cases}$则 $z=2x-y$ 的最小值为___▲___.

14. 执行如图所示的程序框图,若输出的 $n=5$,则输入的正整数 P 的最小值为___▲___,最大值为___▲___.(本题第一空 3 分,第二空 2 分)



15. 黄金比又称黄金律,是指事物各部分间一定的数学比例关系,即将整体一分为二,较小部分与较大部分之比等于较大部分与整体之比,其比值为$\frac{\sqrt{5}-1}{2}\approx 0.618$,上述比例又被称为黄金分割. 将底和腰之比等于$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$的等腰三角形称为黄金三角形,若某黄金三角形的一个底角为 C,则 $\cos 2C=$___▲___.

16. 已知正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 内接于半径为 2 的球,若直线 AC_1 与平面 BCC_1B_1 所成的角为 30°,则 $AB=$___▲___.

三、解答题：共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答．第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答．

（一）必考题：共 60 分．

17．（12 分）

设等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，已知 $2a_5-a_4=11$，$S_3=9$．

（1）求$\{a_n\}$的通项公式；

（2）设 $b_n=\dfrac{1+a_n}{(n+1)S_n}$，数列$\{b_n\}$的前 n 项和为 T_n，若$\dfrac{99}{50}<T_m<\dfrac{101}{51}$，求 m 的值．

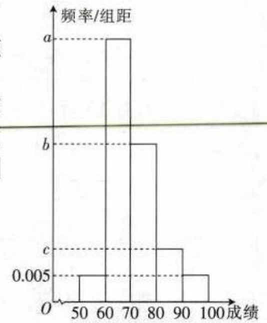
18．（12 分）

某校组织了 600 名高中学生参加中国共青团相关的知识竞赛，将竞赛成绩分成$[50,60)$，$[60,70)$，$[70,80)$，$[80,90)$，$[90,100]$五组，得到如图所示的频率分布直方图．若图中未知的数据 a,b,c 成等差数列，成绩落在区间$[60,70)$内的人数为 300．

（1）求出频率分布直方图中 a,b,c 的值；

（2）估计该校学生分数的中位数和平均数（同一组中的数据用该组区间的中点值代替）；

（3）现采用分层抽样的方法从分数落在$[80,90)$，$[90,100]$内的两组学生中抽取 6 人，再从这 6 人中随机抽取 2 人进行现场知识答辩，求抽取的这 2 人中恰有 1 人的得分在区间$[90,100]$内的概率．

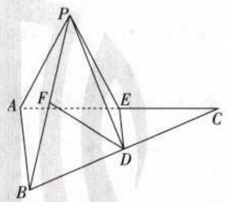


19．（12 分）

将$\triangle ABC$ 沿它的中位线 DE 折起，使顶点 C 到达点 P 的位置，使得 $PA=PE$，得到如图所示的四棱锥 $P-ABDE$，且 $AC=\sqrt{2}AB=2$，$AC\perp AB$，F 为 PB 的中点．

（1）证明：DF∥平面 PAE．

（2）求四棱锥 $P-ABDE$ 的体积．



20．（12 分）

设抛物线 $C:x^2=2py(p>0)$的焦点为 F，过 F 且斜率为 1 的直线 l 与 C 交于 A,B 两点，$|AB|=16$．

（1）求 p 的值；

（2）求过点 A,B 且与 C 的准线相切的圆的方程．

21．（12 分）

设函数 $f(x)=a^x+(1-a)x-1(a>0$ 且 $a\neq1)$．

（1）当 $a=\mathrm{e}$ 时，求 $f(x)$的单调区间；

（2）设 $a>1$，证明：当 $x\in(0,1)$时，$f(x)<0$．

（二）选考题：共 10 分．请考生在第 22、23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分．

22．［选修 4－4：坐标系与参数方程］（10 分）

在平面直角坐标系 xOy 中，曲线 C_1 的参数方程为$\begin{cases}x=1+3\cos\alpha,\\y=-2+3\sin\alpha\end{cases}$（$\alpha$ 为参数），直线 C_2 的方程为 $y=\sqrt{3}x$，以 O 为极点，以 x 轴非负半轴为极轴建立极坐标系．

（1）求曲线 C_1 和直线 C_2 的极坐标方程；

（2）若直线 C_2 与曲线 C_1 交于 M,N 两点，求$|OM|\cdot|ON|$的值．

23．［选修 4－5：不等式选讲］（10 分）

已知函数 $f(x)=|x+2|-|x-1|$．

（1）求不等式 $f(x)>|x-1|-3$ 的解集；

（2）若存在 $x\in\mathbf{R}$，使得 $f(x)\geqslant|1-m|$成立，求 m 的取值范围．