唐山市2023—2024学年度高三年级摸底演练

数　学

本试卷共4页，22小题，满分150分．考试时间120分钟．

注意事项：

1．答卷前，考生务必用黑色钢笔或签字笔将自己的姓名、考生号、考场号和座位号填写在答题卡上．将条形码横贴在答题卡上“条形码粘贴处”．

2．作答选择题时，选出每小题答案后，用2B铅笔在答题卡上将对应题目选项的答案信息点涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再涂其他答案．答案不能答在试卷上．

3．非选择题必须用0.5毫米黑色字迹签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新答案；不准使用铅笔和涂改液．不按以上要求作答无效．

4．考生必须保持答题卡的整洁．考试结束后，将试卷和答题卡一并交回．

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．已知集合$M=\{-2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2\}$，$N=\{x|x^2-x-2\leqslant 0\}$，则$M\cap N=$

A．$\{-2,\ -1,\ 0,\ 1\}$　　B．$\{-2,\ 1\}$

C．$\{-1,\ 0,\ 1,\ 2\}$　　D．$\{-1,\ 2\}$

2．已知$z=\dfrac{1+\mathrm{i}}{2-2\mathrm{i}}$，则$z-\bar{z}=$

A．$-\mathrm{i}$　　B．i

C．0　　D．1

3．已知$\overrightarrow{AB}=(1,\ 1)$，$\overrightarrow{AC}=(2,\ 1)$，则$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BC}=$

A．-1　　B．-2

C．1　　D．2

4．已知曲线$f(x)=2^x\cos x$在$x=0$处的切线为l，则l的斜率为

A．$\ln 2$　　B．$-\ln 2$

C．1　　D．-1

5．已知直线l：$x-y+2=0$，圆C：$x^2+y^2=r^2$（$r>0$），若圆C上恰有三个点到直线l的距离都等于$\sqrt{2}$，则$r=$

A．2　　B．4

C．$2\sqrt{2}$　　D．8

6．设甲：$\{a_n\}$为等比数列；乙：$\{a_n\cdot a_{n+1}\}$为等比数列，则

A．甲是乙的充分条件但不是必要条件

B．甲是乙的必要条件但不是充分条件

C．甲是乙的充要条件

D．甲既不是乙的充分条件也不是乙的必要条件

7．已知O为坐标原点，点$E(-1,\ 5)$是抛物线C：$y^2=2px$的准线上一点，过点E的直线l与抛物线C交于A，B两点，若$OA\perp OB$，则$\triangle AOB$的面积为

A．$4\sqrt{5}$　　B．$8\sqrt{5}$

C．$4\sqrt{3}$　　D．$8\sqrt{3}$

8．设α，$\beta\in\left(0,\ \dfrac{\pi}{2}\right)$，$P=\sqrt{2}\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin 2\beta$．当$P$取得最大值时，$\alpha$，$\beta$满足

A．$\tan\alpha=\sqrt{2}$，$\tan\beta=\sqrt{3}$　　B．$\tan\alpha=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，$\tan\beta=\sqrt{3}$

C．$\tan\alpha=\sqrt{2}$，$\tan\beta=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　　D．$\tan\alpha=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，$\tan\beta=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

二、选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分．

9．有两组样本数据，分别为x_1，x_2，…，x_6和y_1，y_2，y_3，y_4，且平均数$\bar{x}=90$，$\bar{y}=80$，标准差分别为6和4，将两组数据合并为z_1，z_2，…，z_{10}，重新计算平均数和标准差，则

A．平均数为85　　B．平均数为86

C．标准差为10　　D．标准差为$2\sqrt{13}$

10．已知函数$f(x)$的定义域为$\mathbf{R}$，$f(2x-1)$是周期为2的奇函数，则

A．$f(1)=0$　　B．$f(2)=0$

C．$f(3)=0$　　D．$f(4)=0$

11．把物体放在冷空气中冷却，如果物体原来的温度是θ_1℃，空气的温度是θ_0℃，那么t min后物体的温度θ（单位：℃）可由公式$\theta=f(t)=\theta_0+(\theta_1-\theta_0)\mathrm{e}^{-kt}$求得，其中$k$是一个随着物体与空气的接触状况而定的正常数．已知$\theta_1>\theta_0>0$．

A．若$k=\ln 2$，$\theta_1=5\theta_0$，则经过4 min后，该物体的温度降为原来的$\dfrac{1}{4}$

B．若$\theta_1=5\theta_0$，则存在t，使得经过t min后物体的温度是经过$2t$ min后物体温度的的2倍

C．若$0<t_1<t_2<t_3$，且$t_1+t_3=2t_2$，则$f(t_1)+f(t_3)>2f(t_2)$

D．若$0<t_1<t_2<t_3$，且$t_1+t_3=2t_2$，$f'(t)$是$f(t)$的导数，则$f'(t_1)+f'(t_3)>2f'(t_2)$

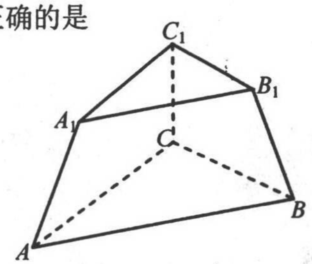
12．如右图，在三棱台$ABC-A_1B_1C_1$中，V表示体积，下列说法正确的是

A．$V_{B-AA_1C_1}=V_{A-BB_1C_1}$

B．$V_{A-A_1B_1C_1}$，$V_{A-BB_1C_1}$，V_{C_1-ABC}成等比数列

C．若该三棱台存在内切球，则$AA_1=BB_1=CC_1$

D．若该三棱台存在外接球，则$AA_1=BB_1=CC_1$



三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 为了解一个鱼塘中养殖鱼的生长情况，从这个鱼塘多个不同位置捕捞出 100 条鱼，分别做上记号，再放回鱼塘，几天后，再从鱼塘的多处不同位置捕捞出 120 条鱼，发现其中带有记号的鱼有6条，请根据这一情况来估计鱼塘中的鱼大概有______条.

14. 在圆锥 PO 中，O 为底面圆心，PA，PB 为圆锥的母线，且 $AB=\sqrt{2}$，若棱锥 $O\text{-}PAB$ 为正三棱锥，则该圆锥的侧面积为______.

15. 已知 A，B，C 为 $f(x)=\sin\omega x$ 与 $g(x)=\cos\omega x$ 的交点，若$\triangle ABC$ 为等边三角形，则正数 ω 的最小值为______.

16. 已知 F_1，F_2 是椭圆 E: $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$）的左，右焦点，$E$ 上两点 A，B 满足 $3\overrightarrow{AF_2}=2\overrightarrow{F_2B}$，$|AF_1|=2|AF_2|$，则 E 的离心率为______.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.（10 分）

已知$\{a_n\}$和$\{b_n\}$是公差相等的等差数列，且公差 $d>0$，$\{a_n\}$的首项 $a_1=1$，记 S_n 为数列$\{a_n\}$的前 n 项和，$a_nb_n=2S_n$.

（1）求 a_n 和 b_n；

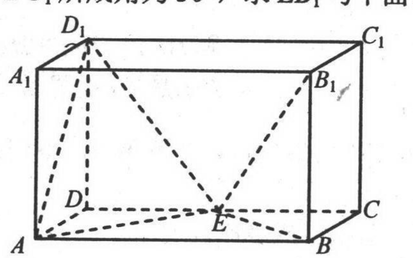
（2）若 $c_n=\dfrac{1}{a_n^2+b_n^2}$，$\{c_n\}$的前 n 项和为 T_n，求证：$T_n<\dfrac{a_n}{2b_n}$.

18.（12 分）

在长方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=2AD=2$，E 是棱 CD 的中点.

（1）求证：平面 $AED_1\perp$平面 BEB_1；

（2）若异面直线 EB_1 与 DC_1 所成角为 30°，求 EB_1 与平面 AED_1 所成角的正弦值.



19.（12 分）

在$\triangle ABC$ 中，$AB=3$，$AC=2$，D 为 BC 边上一点，且 AD 平分$\angle BAC$.

（1）若 $BC=3$，求 CD 与 AD；

（2）若$\angle ADC=60°$，设$\angle BAD=\theta$，求 $\tan\theta$.

20.（12 分）

已知函数 $f(x)=x^3-2x^2$，$g(x)=32e^x$.

（1）讨论 $f(x)$的单调性；

（2）若 $f(t)=g(s)$，求 $t-s$ 的最小值.

21.（12 分）

甲、乙两个袋子里各有 1 个白球和 1 个黑球，每次独立地从两个袋子中随机取出 1 个球相互交换后放回袋中，若第 n 次交换后，甲袋中两个球颜色相同，记 $X_n=1$，否则，$X_n=0$.

（1）求 $X_1=0$ 的概率；

（2）求 $X_n=1$ 的概率；

（3）记 $Y=\sum\limits_{i=1}^{n}X_i$，求 $E(Y)$.

22.（12 分）

已知 $A(3，1)$，B 是双曲线 Γ：$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$（$a>0$，$b>0$）上的两个点，且关于原点对称．$\Gamma$ 的两条渐近线互相垂直.

（1）求 Γ 的方程；

（2）设 P 是双曲线 Γ 上一点，直线 PA，PB 分别与直线 $x=\dfrac{7}{3}$交于 M，N 两点，求$|AM|+|BN|$的最小值.