高三期初学情调研测试参考答案

1.C　2.B　3.A　4.B　5.D　6.A　7.C　8.D

9.AC　10.BCD　11.ABD　12.ACD

13. -2　14. $\frac{5}{2}$　15. x^2（答案不唯一）　16. $-\frac{19}{9} < a \le -\frac{7}{5}$

17.解：（1）$\because \frac{x-3}{x-5} \le 0$

$\therefore \begin{cases}(x-3)(x-5) \le 0 \\ x-5 \ne 0\end{cases}, \therefore 3 \le x < 5, \therefore A = \{x|3 \le x < 5\}$ --------------2 分

$\because B = \{x|1 < x < 6\}$ --------------3 分

$\therefore A \cup B = \{x|1 < x < 6\}$ --------------5 分

$(C_R A) \cap B = [5,6) \cup (1,3)$ --------------7 分

（2）$\because A \cap C = \varnothing, \therefore a \ge 5$ --------------10 分

18. 解：（1）法一：若命题 p 为真命题时，

则 $\Delta < 0$，即 $16 - 4t^2 < 0, \therefore t > 2$ 或 $t < -2$

因命题 p 为假命题，所以 t 范围为 $-2 \le t \le 2$

$\therefore A = [-2,2]$ --------------4 分

法二：由题意得，$\exists x \in R, x^2 - 4x + t^2 = 0$ 为真命题，

$\therefore \Delta \ge 0, \therefore 16 - 4t^2 \ge 0, \therefore -2 \le t \le 2$

$\therefore A = [-2,2]$ --------------4 分

（2）$\because x \in B$ 是 $x \in A$ 的充分不必要条件

$\therefore B$ 是 A 的真子集 --------------6 分

当 $2m - 3 \ge m + 1$ 时，即 $m \ge 4$,此时 $B = \varnothing$，

满足 B 是 A 的真子集. --------------8 分

当 $2m - 3 < m + 1$ 时，即 $m < 4$

$\because B$ 是 A 的真子集

$\therefore \begin{cases} m < 4 \\ 2m - 3 \ge -2 \\ m + 1 \le 2 \end{cases}$，$\therefore \frac{1}{2} \le m \le 1$ --------------11 分

综上，m 的范围是 $\left[\frac{1}{2}, 1\right] \cup [4, +\infty)$ --------------12 分

19．解：（1）$\because x > 1, \therefore x - 1 > 0$

$\therefore x + \frac{4}{x-1} = x - 1 + \frac{4}{x-1} + 1 \ge 2\sqrt{4} + 1 = 5$（当且仅当 $x = 3$ 时取等号）

所以 $x+\dfrac{4}{x-1}$ 的最小值为 5. ……………………………………………………5 分

（2）根据题意 $a>0$，$b>0$ 且 $\dfrac{1}{a+1}+\dfrac{1}{b+1}=1$，则

$$2a+b=2(a+1)+b+1-3$$

$$=[2(a+1)+b+1]\left(\frac{1}{a+1}+\frac{1}{b+1}\right)-3$$

$$=\frac{2(a+1)}{b+1}+\frac{b+1}{a+1}\geq 2\sqrt{\frac{2(a+1)}{b+1}\times\frac{b+1}{a+1}}=2\sqrt{2}$$

（当且仅当 $a=\dfrac{\sqrt{2}}{2},b=\sqrt{2}$ 时取等号）

所以 $2a+b$ 的最小值为 $2\sqrt{2}$. ……………………………………………………12 分

20.（1）证明：取 CD 中点 F，连接 EF

$\because \Delta CDE$ 是等边三角形，$\therefore EF\perp CD$

$\because$ 平面$ECD\perp$平面BCD, 平面$ECD\cap$平面$BCD=CD$, $EF\subset$平面ECD

$\therefore EF\perp$平面BCD ……………………………………………………2 分

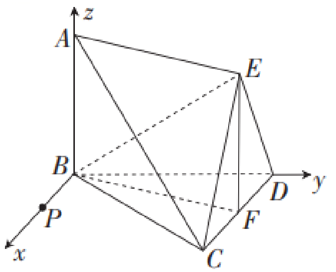
又$\because AB\perp$平面BCD

$\therefore EF//AB$ ……………………………………………………4 分

又$\because EF\subset$平面CDE, $AB\not\subset$平面CDE

$\therefore AB//$平面CDE ……………………………………………………5 分

（2）解：过点 B 作 $BP // CD$，以 B 为坐标原点，分别以 $\overrightarrow{BP}$，$\overrightarrow{BD}$，$\overrightarrow{BA}$ 的方向为 x，y，z 轴的正方向，建立如图所示的空间直角坐标系，



设$AB=a$

则 $A(0,0,a)$，$B(0,0,0)$，$C(2,2,0)$，$D(0,2,0)$，$E(1,2,\sqrt{3})$，

故 $\overrightarrow{AC}=(2,2,-a)$，$\overrightarrow{CE}=(-1,0,\sqrt{3})$，$\overrightarrow{BD}=(0,2,0)$，$\overrightarrow{BE}=(1,2,\sqrt{3})$.

设平面 ACE 的法向量为 $\vec{m}=(x_1,y_1,z_1)$，

则$\begin{cases}\vec{m}\cdot\overrightarrow{AC}=2x_1+2y_1-az_1=0\\ \vec{m}\cdot\overrightarrow{CE}=-x_1+\sqrt{3}z_1=0\end{cases}$，

令$x_1=2\sqrt{3}$，得$\vec{m}=\left(2\sqrt{3},a-2\sqrt{3},2\right)$. ……………………………………………7 分

设平面BDE的法向量为$\vec{n}=\left(x_2,y_2,z_2\right)$，

则$\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{BD}=2y_2=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{BE}=x_2+2y_2+\sqrt{3}z_2=0\end{cases}$，令$x_2=\sqrt{3}$，得$\vec{n}=\left(\sqrt{3},0,-1\right)$. ………………9 分

设平面ACE与平面BDE的夹角为θ，

则$\cos\theta=\left|\cos<\vec{m},\vec{n}>\right|=\dfrac{\left|\vec{n}\cdot\vec{m}\right|}{\left|\vec{n}\right|\left|\vec{m}\right|}=\left|\dfrac{6-2}{2\sqrt{12+\left(a-2\sqrt{3}\right)^2+4}}\right|=\dfrac{2\sqrt{19}}{19}$，

$\therefore a=3\sqrt{3}$或$\sqrt{3}$

$\therefore AB=3\sqrt{3}$或$\sqrt{3}$. ………………………………………………………12 分

21．解：（1）根据题意可得X＝0，1，2，

又P（X＝0）$=\dfrac{C_{10}^{0}C_{10}^{2}}{C_{20}^{2}}=\dfrac{9}{38}$,

P（X＝1）$=\dfrac{C_{10}^{1}C_{10}^{1}}{C_{20}^{2}}=\dfrac{10}{19}$,

P（X＝2）$=\dfrac{C_{10}^{2}C_{10}^{0}}{C_{20}^{2}}=\dfrac{9}{38}$,

∴X的分布列为：

X	0	1	2
P	$\dfrac{9}{38}$	$\dfrac{10}{19}$	$\dfrac{9}{38}$

………………………………………………………3 分

∴E（X）$=0\times\dfrac{9}{38}+1\times\dfrac{10}{19}+2\times\dfrac{9}{38}$=1； ……………………………………………5 分

（2）（i）20 个数据从小到大排列后，中位数m即为第 10 位和第 11 位数的平均数，

第 10 位数为 23.2，第 11 位数为 23.6，

∴m=$\dfrac{23.2+23.6}{2}=23.4$， ………………………………………………………7 分

∴补全列联表为：

	$<m$	$\geq m$	合计
对照组	2	8	10
实验组	8	2	10
合计	10	10	20

…………………………………………………………8 分

（ii）由（i）可知$K^2=\frac{20\times(2\times2-8\times8)^2}{10\times10\times10\times10}$=7.200＞3.841，……………………………10 分

∴能有 95%的把握认为药物对小白鼠生长有抑制作用． ……………………………12 分

22.解：（1）设$f(x)$的对称中心为(m,n)，

$\therefore y=f(x+m)-n$为奇函数

$\therefore f(-x+m)-n=-f(x+m)+n$恒成立

$\therefore \log_a\frac{-x+m}{-x+m+2}+\log_a\frac{x+m}{x+m+2}=2n$恒成立 ……………………………………2 分

$\therefore \frac{m^2-x^2}{(m+2)^2-x^2}=a^{2n}$恒成立

$\therefore \left(a^{2n}-1\right)x^2+m^2-(m+2)^2a^{2n}=0$恒成立

$\therefore \begin{cases}a^{2n}-1=0\\ m^2-(m+2)^2a^{2n}=0\end{cases}$

$\therefore n=0,m=-1$

$\therefore f(x)$的对称中心为$(-1,0)$． ……………………………………………………………5 分

（2）$\because f(x)$的对称中心为$(-1,0)$，

$\therefore f(x)+f(-2-x)=0$

$\because x\in[2,3],f\left[a\left(4^x+2^x\right)\right]\le -f\left(1-2^x\right)$恒成立

$\therefore \forall x\in[2,3],f\left[a\left(4^x+2^x\right)\right]\le f\left(-3+2^x\right)$恒成立 ………………………………

7 分

当$a>1$时,$f(x)=\log_a\frac{x}{x+2}$在$(0,+\infty)$单调递增，

$\therefore \forall x\in[2,3]$,有$a\left(4^x+2^x\right)\le -3+2^x$恒成立

$\therefore \forall x\in[2,3],a\le\frac{2^x-3}{4^x+2^x}$恒成立

令$t=2^x-3\in[1,5]$ $y=\frac{t}{t^2+7t+12}=\frac{1}{t+\frac{12}{t}+7}\ge\frac{1}{20}$ ……………………………9 分

$\therefore a\le\frac{1}{20}\because a>1\therefore a$无解

当$0<a<1$时, $f(x)=\log_a \frac{x}{x+2}$ $(0,+\infty)$单调递减，

$\therefore \forall x\in[2,3]$, 有$a\left(4^x+2^x\right)\geq -3+2^x$恒成立

$\therefore \forall x\in[2,3]$, $a\geq \frac{2^x-3}{4^x+2^x}$恒成立

令$t=2^x-3\in[1,5]$ $y=\frac{t}{t^2+7t+12}=\frac{1}{t+\frac{12}{t}+7}\leq 7-4\sqrt{3}$

$\therefore a\geq 7-4\sqrt{3}$ $\because 0<a<1$ $\therefore 7-4\sqrt{3}\leq a<1$

综上:$7-4\sqrt{3}\leq a<1$ ……………………………………………12 分