20230628 高三期初检测试卷答案及评分细则

一、单项选择题（每题 5 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	D	C	B	B	A	D	D	C

二、多项选择题（每题 5 分）

题号	9	10	11	12
答案	BCD	AD	ABD	ACD

三、填空题（每题 5 分）

题号	13	14	15	16
答案	13	$a<0$	0	$(-\infty,0)\cup\left[\mathrm{e}^{2},+\infty\right)$

四、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分，请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出必要的文字说明，证明过程或演算步骤.

17.【解析】（1）若选①，由$\begin{cases}1+x>0\\9-x^{2}>0\end{cases}\Rightarrow -1<x<3$，则$A=\{x|-1<x<3\}$

若选②，由$\log_{\frac{1}{2}}(x+1)>-2$，即$\log_{2}(x+1)<\log_{2}4$，解得：$0<x+1<4$，即$-1<x<3$，

$\therefore A=\{x|-1<x<3\}$.

若选③，由$\dfrac{4}{x+1}>1\Rightarrow\dfrac{3-x}{x+1}>0$，即$(x-3)(x+1)<0$，故$-1<x<3$，

$\therefore A=\{x|-1<x<3\}$.

当$m=-1$时，$B=\{x|x^{2}-x-2\le 0\}$，即$B=\{x|-1\le x\le 2\}$，

又$\complement_{R}A=\{x|x\le -1或x\ge 3\}$，

所以$B\cap\complement_{R}A=\{-1\}$.

（2）由$x^{2}-x+m(1-m)\le 0$，则$(x-m)[x-(1-m)]\le 0$，

由$m\ge\dfrac{1}{2}$，则$1-m\le x\le m$，$\therefore B=\{x|1-m\le x\le m\}$，

由命题p是命题q的必要不充分条件，所以$B\subseteq A$，

又$A=\{x|-1<x<3\}$，则$\begin{cases}m<3\\1-m>-1\\m\ge\dfrac{1}{2}\end{cases}\Rightarrow\dfrac{1}{2}\le m<2$，

所以实数m的取值范围为$\dfrac{1}{2}\le m<2$.

18.【解析】（1）因为$0.005+0.01+0.03+0.025+m=1$，所以$m=0.03$，

则$\overline{X}=45\times 0.1+55\times 0.15+65\times 0.15+75\times 0.3+85\times 0.25+95\times 0.05$.

（2）由于采取分层抽样的方法，且成绩在$\left[40,70\right)$内抽取一个容量为 8 的样本

则成绩在区间$\left[40,50\right)$上有 2 人；成绩在$\left[50,60\right)$有 3 人；成绩在$\left[60,70\right)$上有 3 人，

记 2 位同学成绩都在区间$\left[40,60\right)$上为事件 A，

则$P\left(A\right)=\dfrac{C_5^2}{C_R^2}=\dfrac{10}{28}=\dfrac{5}{14}$，

答：这 2 位同学成绩都在区间$\left[40,60\right)$内的概率$\dfrac{5}{14}$.

19.【解析】（1）由 $f\left(x\right)=x^3-2mx^2+m^2x$，

则 $f'\left(x\right)=3x^2-4mx+m^2=\left[\left(3x-m\right)\left(x-m\right)\right]$，又 $f\left(x\right)$在$x=6$处有极小值，

则 $f'\left(6\right)=3\times6^2-4m\times6+m^2=0$，解得$m=6$或$m=18$，

（i）当$m=6$时，$f'\left(x\right)=3\left(x-2\right)\left(x-6\right)$，

当$x\in\left(-\infty,2\right)$时，$f'\left(x\right)>0$，$f\left(x\right)$单调递增，

当$x\in\left(2,6\right)$时，$f'\left(x\right)<0$，$f\left(x\right)$单调递减，

当$x\in\left(6,+\infty\right)$时，$f'\left(x\right)>0$，$f\left(x\right)$单调递增，

所以当$x=6$时，$f\left(x\right)$取得极小值.

（ii）当$m=18$时，$f'\left(x\right)=3\left(x-6\right)\left(x-18\right)$，

当$x\in\left(-\infty,6\right)$时，$f'\left(x\right)>0$，$f\left(x\right)$单调递增，

当$x\in\left(6,18\right)$时，$f'\left(x\right)<0$，$f\left(x\right)$单调递减，

所以当$x=6$时，$f\left(x\right)$取得极大值，不合题意，舍去

综上所述，$m=6$.

（2）由（1）知$f\left(x\right)=x^3-12x^2+36x$，即$f'\left(x\right)=3\left(x-2\right)\left(x-6\right)$，又$x\in\left[0,t\right]$，

（i）当$0<t\le2$时，$f'\left(x\right)>0$，$f\left(x\right)$单调递增，

所以$f\left(x\right)_{\max}=f\left(t\right)=t^3-12t^2+36t$；

（ii）当$2<t\le8$时，

当$x\in\left(0,2\right)$，$f'\left(x\right)>0$，$f\left(x\right)$单调递增，

当$x\in\left(2,6\right)$，$f'\left(x\right)<0$，$f\left(x\right)$单调递减，

当$x\in\left(6,8\right)$，$f'\left(x\right)>0$，$f\left(x\right)$单调递增，

又因为 $f(8)=f(2)$，

所以当 $x=2$ 时，$f(x)$ 取得最大值，所以 $f(x)_{\max}=f(2)=2^3-12\times2^2+36\times2=32$；

（iii）当 $t>8$ 时，由（ii）知：

当 $x\in(6,+\infty)$，$f'(x)>0$，$f(x)$ 单调递增，

又 $f(8)=f(2)$，

故 $f(x)_{\max}=f(t)=t^3-12t^2+36t$.

综上，$f(x)_{\max}=\begin{cases}t^3-12t^2+36t,0<t\le2\text{或}t>8\\32,2<t\le8\end{cases}$.

20.【解析】（1）方法一$\because f(x)$ 是偶函数，

$\therefore f(-x)=f(x)$，即 $3^{-x}+\frac{2}{m}\cdot3^x=3^x+\frac{2}{m}\cdot3^{-x}$，

化简得：$(3^{-x}-3^x)\cdot\left(1-\frac{2}{m}\right)=0$，

又 $3^{-x}-3^x$ 不恒为零，$\therefore 1-\frac{2}{m}=0$，即 $m=2$

方法二$\because f(x)$ 是偶函数

则 $f(-1)=f(1)$，即 $3^{-1}+\frac{2}{m}\cdot3=3+\frac{2}{m}\cdot3^{-1}$，$\therefore m=2$

检验：当 $m=2$ 时，$f(x)=3^x+3^{-x}$，$\therefore f(-x)=3^{-x}+3^x=f(x)$

此时 $f(x)$ 是偶函数符合题意，综上 $m=2$.

（2）$\because f(x)=3^x+3^{-x}$，$\therefore f'(x)=(3^x-3^{-x})\cdot\ln3\ge0$ 在区间 $[0,1]$ 上恒成立，

$\because f(x)$ 在区间 $[0,1]$ 上递增，又 $f(x)$ 是偶函数，$\therefore f(x)$ 在区间 $[0,1]$ 上递减，

又 $f(0)=2$，$f(1)=f(-1)=\frac{10}{3}$，$\therefore f(x)$ 在区间 $[-1,1]$ 上的值域为 $\left[2,\frac{10}{3}\right]$，

设 $f(x)=t$，$t\in\left[2,\frac{10}{3}\right]$

又 $f(2x)=3^{2x}+3^{-2x}=(3^x+3^{-x})^2-2=t^2-2$

$\because$ 对任意 $x\in[-1,1]$，不等式 $f(2x)+6\le\lambda f(x)$ 成立，即 $t^2-2+6\le\lambda t$，

$\therefore \lambda\ge\frac{t^2+4}{t}=t+\frac{4}{t}$ 恒成立对于 $t\in\left[2,\frac{10}{3}\right]$，

设 $y=t+\frac{4}{t}$，$\therefore y'=1-\frac{4}{t^2}=\frac{t^2-4}{t^2}\geq 0$，

$\therefore y=t+\frac{4}{t}$ 在 $\left[2,\frac{10}{3}\right]$ 上递增，

$\therefore$ 当 $t=\frac{10}{3}$ 时，$y_{\max}=\frac{68}{15}$，$\therefore \lambda\geq\frac{68}{15}$.

21.【解析】（1）由 $f(x)=\ln x-xe^{-x}+\frac{1}{x}$，定义域为 $(0,+\infty)$，

则 $f'(x)=\frac{x-1}{e^x}+\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}=(x-1)\left(\frac{1}{e^x}+\frac{1}{x^2}\right)$.

所以 $f(x)$ 在 $x=1$ 处的切线 l 的斜率为 $k=f'(1)=0$，

又 $f(1)=1-\frac{1}{e}$，则 l 的方程为 $y=1-\frac{1}{e}$.

（2）$f(x)-\ln x+\frac{x^2-x-1}{x}>\frac{a}{e^x}\Leftrightarrow -\frac{x}{e^x}+x-1>\frac{a}{e^x}\Leftrightarrow a<(x-1)e^x-x$ 恒成立，

令 $h(x)=(x-1)e^x-x$，则 $h'(x)=xe^x-1$

令 $u(x)=xe^x-1$，$x>0$，则 $u'(x)=(x+1)e^x>0$

所以 $u(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，又 $u(0)=-1<0$，且 $u(1)=e-1>0$，

则 $u(x)$ 在 $(0,1)$ 上存在零点 x_0 且 $u(x_0)=x_0e^{x_0}-1=0$，即 $e^{x_0}=\frac{1}{x_0}$.

所以 $h(x)$ 在 $(0,x_0)$ 上单调递减，在 $(x_0,+\infty)$ 上单调递增，

所以 $h(x)_{\min}=h(x_0)=(x_0-1)e^{x_0}-x_0=1-\left(x_0+\frac{1}{x_0}\right)$，即 $a<h(x_0)$.

令 $h(x_0)=1-\left(x_0-\frac{1}{x_0}\right)$，则 $h'(x_0)=\frac{1}{x_0^2}-1=\frac{(1+x_0)(1-x_0)}{x_0^2}$

又 $x_0\in(0,1)$，所以 $h'(x_0)>0$，

则 $h(x_0)=1-\left(x_0+\frac{1}{x_0}\right)$ 在 $(0,1)$ 上单调递增，因此 $h(x_0)<h(1)=-1$

所以 $a<-1$.

22.【解析】（1）$\because X$ 可以取的值有 1，2，3，4，5.

$\therefore P(X=1)=\frac{1}{6}$，$P(X=2)=\frac{1}{6}$，$P(X=3)=\frac{1}{6}$，$P(X=4)=\frac{1}{6}$，$P(X=5)=\frac{1}{3}$，

$\therefore E(X)=1\times\frac{1}{6}+2\times\frac{1}{6}+3\times\frac{1}{6}+4\times\frac{1}{6}+5\times\frac{1}{3}=\frac{10}{3}$，

答：变量 X 的期望是 $\frac{10}{3}$.

（2）设乙方案所需化验的次数为 Y，则 Y 可以的值有 2，3，4.

$\therefore P\left(Y=2\right)=\frac{C_1^1\cdot C_5^3}{C_6^4}\times\frac{1}{4}+\frac{C_5^4}{C_6^4}\times 1=\frac{1}{2}$,

$\therefore P\left(Y=3\right)=\frac{C_1^1\cdot C_5^3}{C_6^4}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{6}$,

$\therefore P\left(Y=4\right)=\frac{C_1^1\cdot C_5^3}{C_6^4}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{3}$,

$\therefore P\left(X<Y\right)=P\left(X=1\right)+P\left(X=2,Y=3\right)+P\left(X=3,Y=4\right)=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}\times\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{3}\right)+\frac{1}{6}\times\frac{1}{3}=\frac{11}{36}$

答：依方案甲所需化验次数少于依方案乙所需化验次数的概率为 $\frac{11}{36}$.