南京市2024届高三年级学情调研

数　学

2023.09

注意事项：

1. 本试卷共6页，包括单项选择题(第1题～第8题)、多项选择题(第9题～第12题)、填空题(第13题～第16题)、解答题(第17题～第22题)四部分。本试卷满分为150分，考试时间为120分钟。

2. 答卷前，考生务必将自己的学校、姓名、考生号填涂在答题卡上指定的位置。

3. 回答选择题时，选出每小题答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上指定位置，在其他位置作答一律无效。

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，请把答案填涂在答题卡相应位置上。

1. 已知集合 $A=\{x\mid x^2-4x+3\leqslant 0\}$，$B=\{x\mid 2<x<4\}$，则 $A\cap B=$

A. $\{x\mid 3\leqslant x<4\}$　　B. $\{x\mid 1\leqslant x\leqslant 3\}$　　C. $\{x\mid 2<x\leqslant 3\}$　　D. $\{x\mid 1\leqslant x<4\}$

2. 若 $z=\dfrac{3-i}{1+i}$，则 z 的虚部为

A. 2　　B. -2　　C. $2i$　　D. $-2i$

3. $\left(x-\dfrac{2}{x}\right)^4$ 的展开式中常数项为

A. -24　　B. -4　　C. 4　　D. 24

4. 在△ABC 中，点 D 为边 AB 的中点．记 $\overrightarrow{CA}=\boldsymbol{m}$，$\overrightarrow{CD}=\boldsymbol{n}$，则 $\overrightarrow{CB}=$

A. $2\boldsymbol{m}+\boldsymbol{n}$　　B. $\boldsymbol{m}+2\boldsymbol{n}$　　C. $2\boldsymbol{m}-\boldsymbol{n}$　　D. $-\boldsymbol{m}+2\boldsymbol{n}$

5. 设 O 为坐标原点，A 为圆 C：$x^2+y^2-4x+2=0$ 上一个动点，则 $\angle AOC$ 的最大值为

A. $\dfrac{\pi}{12}$　　B. $\dfrac{\pi}{6}$　　C. $\dfrac{\pi}{4}$　　D. $\dfrac{\pi}{3}$

6. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，过点 B 的平面 α 与直线 A_1C 垂直，则 α 截该正方体所得截面的形状为

A. 三角形　　B. 四边形　　C. 五边形　　D. 六边形

7. 新风机的工作原理是，从室外吸入空气，净化后输入室内，同时将等体积的室内空气排向室外. 假设某房间的体积为v_0，初始时刻室内空气中含有颗粒物的质量为m. 已知某款新风机工作时，单位时间内从室外吸入的空气体积为$v(v>1)$，室内空气中颗粒物的浓度与时刻t的函数关系为$\rho(t)=(1-\lambda)\frac{m}{v_0}+\lambda\frac{m}{v_0}e^{-vt}$，其中常数$\lambda$为过滤效率. 若该款新风机的过滤效率为$\frac{4}{5}$，且$t=1$时室内空气中颗粒物的浓度是$t=2$时的$\frac{3}{2}$倍，则$v$的值约为

（参考数据：$\ln2\approx0.6931$，$\ln3\approx1.0986$）

A. 1.3862　　B. 1.7917　　C. 2.1972　　D. 3.5834

8. 若函数$f(x)=\sin(\omega\cos x)-1(\omega>0)$在区间$(0,2\pi)$恰有2个零点，则$\omega$的取值范围是

A. $(0,\frac{\pi}{2})$　　B. $(\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2})$　　C. $(\frac{\pi}{2},\frac{5\pi}{2})$　　D. $(\frac{\pi}{2},+\infty)$

二、选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分。

9. 若$a<0<b$，且$a+b>0$，则

A. $\frac{a}{b}>-1$　　B. $|a|<|b|$　　C. $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}>0$　　D. $(a-1)(b-1)<1$

10. 有一组样本数据x_1,x_2,x_3,x_4,x_5，已知$\sum_{i=1}^{5}x_i=10$，$\sum_{i=1}^{5}x_i^2=30$，则该组数据的

A. 平均数为2　　B. 中位数为2　　C. 方差为2　　D. 标准差为2

11. 在$\triangle ABC$中，$\angle ACB=90°$，$AC=BC=2\sqrt{2}$，D是AB的中点. 将$\triangle ACD$沿CD翻折，得到三棱锥$A'-BCD$，则

A. $CD\perp A'B$

B. 当$A'D\perp BD$时，三棱锥$A'-BCD$的体积为$\frac{8}{3}$

C. 当$A'B=2\sqrt{3}$时，二面角$A'-CD-B$的大小为$\frac{2\pi}{3}$

D. 当$\angle A'DB=\frac{2\pi}{3}$时，三棱锥$A'-BCD$的外接球的表面积为$20\pi$

12. 函数$f(x)$及其导函数$f'(x)$的定义域均为R，若$f(x)-f(-x)=2x$，$f'(1+x)+f'(1-x)=0$，则

A. $y=f(x)+x$为偶函数　　B. $f(x)$的图象关于直线$x=1$对称

C. $f'(0)=1$　　D. $f'(x+2)=f'(x)+2$

三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13. 已知角α的顶点为坐标原点，始边与x轴的非负半轴重合，终边经过点$P(3,4)$，则$\sin(\pi+\alpha)$ $=$____▲____.

14. 某批麦种中，一等麦种占90%，二等麦种占10%，一、二等麦种种植后所结麦穗含有50粒以上麦粒的概率分别为0.6，0.2，则这批麦种种植后所结麦穗含有50粒以上麦粒的概率为____▲____.

15. 记S_n为数列$\{a_n\}$的前n项和，已知$a_n=\begin{cases}\dfrac{2}{n(n+2)}, & n\text{ 为奇数},\\ a_{n-1}, & n\text{ 为偶数},\end{cases}$则$S_8=$____▲____.

16. 已知双曲线$C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左、右焦点分别为$F_1,F_2$，$P$是$C$右支上一点，线段$PF_1$与$C$的左支交于点$M$. 若$\angle F_1PF_2=\dfrac{\pi}{3}$，且$|PM|=|PF_2|$，则$C$的离心率为____▲____.

四、解答题：本题共6小题，共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.（10分）

已知公比大于1的等比数列$\{a_n\}$满足：$a_1+a_4=18$，$a_2a_3=32$.

(1)求$\{a_n\}$的通项公式；

(2)记数列$\{b_n\}$的前n项和为S_n，若$S_n=2b_n-a_n$，$n\in\mathbf{N}^*$，证明：$\{\dfrac{b_n}{a_n}\}$是等差数列.

18.（12分）

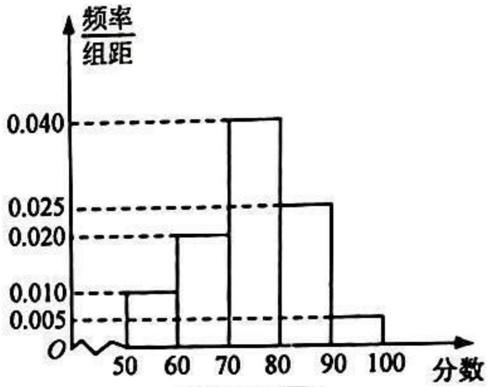
记$\triangle ABC$的内角A,B,C的对边分别为a,b,c. 已知$a\sin B+\sqrt{3}b\cos A=0$.

(1)求A；

(2)若$a=3$，$\sin B\sin C=\dfrac{1}{4}$，求$\triangle ABC$的面积.

19.(12分)

某地区对某次考试成绩进行分析，随机抽取100名学生的A,B两门学科成绩作为样本.将他们的A学科成绩整理得到如下频率分布直方图，且规定成绩达到70分为良好.已知他们中B学科良好的有50人，两门学科均良好的有40人.



(第19题图)

(1)根据所给数据，完成下面的2×2列联表，并根据列联表，判断是否有95%的把握认为这次考试学生的A学科良好与B学科良好有关；

	B学科良好	B学科不够良好	合计
A学科良好			
A学科不够良好			
合计			

(2)用样本频率估计总体概率，从该地区参加考试的全体学生中随机抽取3人，记这3人中A,B学科均良好的人数为随机变量X，求X的分布列与数学期望.

附：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中$n=a+b+c+d$.

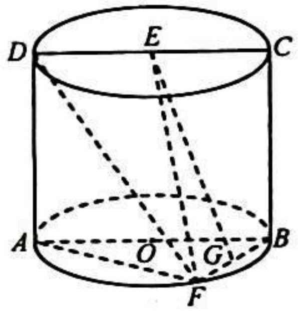
$P(K^2\geqslant k_0)$	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

20.(12分)

如图,四边形$ABCD$是圆柱OE的轴截面,点F在底面圆O上,$OA=BF=\sqrt{3}$,$AD=3$,点G是线段BF的中点.

(1)证明:$EG\parallel$平面DAF;

(2)求直线EF与平面DAF所成角的正弦值.



(第20题图)

21.(12分)

已知O为坐标原点,$F(1,0)$是椭圆C:$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的右焦点,过$F$且不与坐标轴垂直的直线$l$交椭圆$C$于$A,B$两点.当$A$为短轴顶点时,$\triangle OAF$的周长为$3+\sqrt{3}$.

(1)求C的方程;

(2)若线段AB的垂直平分线分别交x轴、y轴于点P,Q,M为线段AB的中点,求$|PM|\cdot|PQ|$的取值范围.

22.(12分)

已知函数$f(x)=ae^x-x-a$,其中$a>0$.

(1)若$a=1$,证明:$f(x)\geqslant 0$;

(2)设函数$g(x)=xf(x)$,若$x=0$为$g(x)$的极大值点,求a的取值范围.