**2022—2023学年度(上)六校高二月考**

**数学试题**

**考试时间：120分钟 满分150分**

**一、单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．**

1. 已知集合，，则( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】先解一元二次不等式得到集合，再求.

【详解】因为，

又，

所以.

故选：C.

2. 若直线*l*的倾斜角满足，且，则其斜率*k*满足( )．

A.  B. 

C. ，或 D. ，或

【答案】C

【解析】

【分析】由直线的倾斜角的范围，得到斜率的范围，求解即可.

【详解】由，得，由，，

故，或.

所以本题答案为C.

【点睛】本题考查直线的倾斜角和斜率的关系，注意倾斜角的范围，正切函数在和上都是单调增函数．

3. 若向量(*x*，4，5)，(1，﹣2，2)，且与的夹角的余弦值为，则*x*＝(　　)

A. 3 B. ﹣3 C. ﹣11 D. 3或﹣11

【答案】A

【解析】

【分析】利用数量积运算性质、向量夹角公式即可得出．

【详解】∵*x*﹣8+10＝*x*+2，，3．

∴，

则*x*+2＞0，即*x*＞﹣2，

则方程整理得*x*2+8*x*﹣33＝0，

解得*x*＝﹣11或3．

*x*＝﹣11舍去，

∴*x*＝3

故选*A*．

【点睛】本题考查了数量积运算性质、向量夹角公式，考查了计算能力，属于基础题．

4. 若直线被圆所截得的弦长为,则实数的值为( )

A. 或 B. 或 C. 或 D. 或

【答案】A

【解析】

【分析】利用垂径定理，结合点到线的距离公式求解.

【详解】由圆可知，圆心，半径为：，

若直线被圆所截得的弦长为，

则由垂径定理可知圆心到直线的距离：，

故，解得或.

故选：A.

【点睛】本题考查直线与圆相交时弦长的求解，考查点到线距离公式的应用，属于基础题.

5. 的展开式中常数项为

A.  B.  C.  D. 105

【答案】B

【解析】

【详解】： 令解得展开式中常数项为

【考点定位】本题考查利用二项展开式的通项公式求展开式的常数项

6. 已知直线与双曲线交于*A*，*B*两点，点是弦*AB*的中点，则双曲线*C*的渐近线方程是( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】

设出两点的坐标，利用点差法进行求解.

【详解】设，，

则，，.

因为*A*，*B*两点在双曲线*C*上，

所以，

所以，

则，

即，

故双曲线*C*的渐近线方程是.

故选：D.

【点睛】本题考查双曲线中的中点弦问题，其方法是点差法，需要熟练掌握.

7. 某校高一开设4门选修课，有4名同学选修，每人只选1门，恰有2门课程没有同学选修，则不同的选课方案有( )

A 96种 B. 84种 C. 78种 D. 16种

【答案】B

【解析】

【详解】先确定选的两门: ,再确定学生选: ,所以不同的选课方案有选B.

8. 已知椭圆*C*：的左右焦点分别为，，过点作倾斜角为的直线与椭圆相交于*A*，*B*两点，若，则椭圆*C*的离心率*e*为( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】根据题意写出直线方程，与椭圆方程联立，运用韦达定理与构建出关于*a、b、c*的齐次方程，根据离心率公式即可解得.

【详解】设，，，过点做倾斜角为的直线，

直线方程为：，联立方程，可得

根据韦达定理：，

因为，即，所以

所以

即，所以，联立，可得



故选：D.

**二、多项选择题：本题共4小题，每小题5分，计20分．在每小题给出的选项中，有多个选项是符合题目要求的，全部选对得5分，有选错的得零分，部分选对得2分.**

9. 已知直线*l*在*x*轴，*y*轴上的截距分别为1，，*O*是坐标原点，则下列结论中正确的是( )

A. 直线*l*的方程为

B. 过点*O*且与直线*l*平行的直线方程为

C. 若点到直线*l*的距离为，则

D. 点*O*关于直线*l*对称的点为

【答案】ABD

【解析】

【分析】对A，由截距式可求；

对B，由点斜式可求；

对C，由点线距离公式可求；

对D，两对称点连线与直线*l*垂直，且两对称点中点过直线*l*

【详解】对A，直线*l*在*x*轴，*y*轴上的截距分别为1，，直线*l*的方程为，即，A对；

对B，直线*l*斜率为1，故过点*O*且与直线*l*平行的直线方程为，即，B对；

对C，点到直线*l*的距离为，故或0，C错；

对D，点*O*关于直线*l*对称的点满足，解得，故该点为，D对.

故选：ABD10. 已知正方体的棱长为，点，分别是，的中点，在正方体内部且满足，则下列说法正确的是( )

A. 直线平面 B. 直线与平面所成的角为

C. 直线与平面的距离为 D. 点到直线的距离为

【答案】ABD

【解析】

【分析】证明直线平面，A正确，为直线与平面所成的角， B正确，计算，C错误，建立空间直角坐标系计算得到D正确，得到答案.

【详解】平面，平面，，，，故平面，平面，故，同理可得，，故直线平面，A正确；

如图所示：连接与交于点，则，，，

故平面，即为直线与平面所成的角，，B正确；

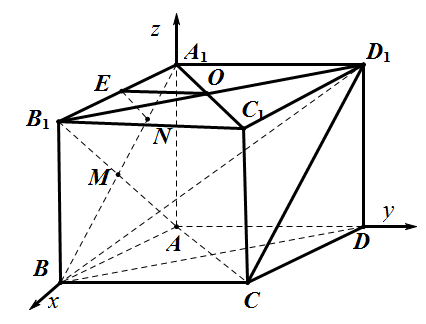
，平面，故平面，为中点，连接，则，故平面，，C错误；

以轴建立空间直角坐标系，

则，，

，点到直线的距离为，D正确.

故选：ABD.



11. 过双曲线的右焦点作直线与双曲线交于*A*，*B*两点，使得，若这样的直线有且只有两条，则实数的取值范围可以是( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】AD

【解析】

【分析】根据直线与双曲线相交的情形，分两种情况讨论：①直线只与双曲线右支相交，②直线与双曲线的两支都相交，分析其弦长的最小值，利用符合条件的直线的数目，综合可得答案．

【详解】解：过双曲线的右焦点作直线与双曲线交于，两点，

如果在同一支上，则有；如果在两支上，则，

又与不可能同时等于6，

要使得，这样的直线有且只有两条，

则或，解得或．

则实数的取值范围是.

故选：AD．

12. 直线*l*与抛物线相交于，，若，则( )

A. 直线*l*斜率为定值 B. 直线*l*经过定点

C. 面积最小值为4 D. 

【答案】BCD

【解析】

【分析】由数量积的坐标表示结合抛物线方程得出，联立直线和抛物线方程，由韦达定理得出直线*l*经过定点，再由判别式判断A，由面积公式结合不等式的性质判断C.

【详解】，因为，所以，即，，又，所以，故D正确；

设直线，由得，即，，即直线*l*过定点，故B正确；又，则，故A错误；

，当时，面积取最小值，故C正确.

故选：BCD

**三、填空题：本题共4小题，每小题5分，计20分.**

13. 若， 则的值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

【答案】1

【解析】

【分析】令，则，令，则，从而可求出答案.

【详解】解：由，

令，则，

令，则，

则







.

故答案为：1.

14. 设函数若函数在区间上单调递增，则实数*a*的取值范围是\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【解析】

【分析】分类讨论，当时与当时，分别根据函数单调性，结合区间端点的不等关系列式求解即可.

【详解】当时，，

∵开口向下，对称轴为，在对称轴的左边单调递增，

∴，解得：；

当时，是以2为底的对数函数，是增函数，故；

综上所述，实数的取值范围是：

故答案：

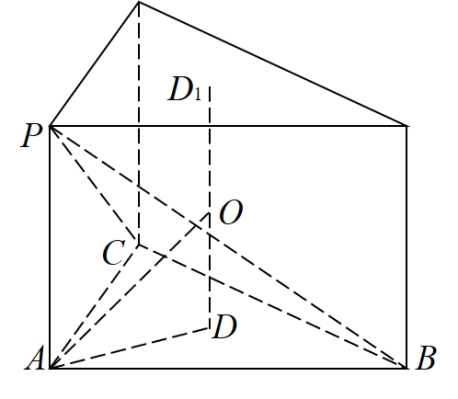
15. 已知三棱锥*P*－*ABC*，*PA*⊥面*ABC*，，，．则三棱锥*P*－*ABC*外接球表面积为\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【解析】

【分析】根据正弦定理先求出三棱锥底面的外切圆半径，因为球心与外切圆圆心联系垂直于外切圆所在平面，因此根据题中条件和勾股定理即可求出球的半径，从而求出球的表面积.

【详解】如图，将三棱锥还原成直三棱柱。则三棱柱的外接球*O*， ，，为上下底面的外心，*O*为的中点，为底面外接圆的半径



根据正弦定理可得，

根据题意可知，，根据勾股定理可知球的半径

所以球*O*的表面积为

故答案为：.

16. 过*x*轴上点的直线与抛物线交于*A*，*B*两点，若为定值，则实数*a*的值为\_\_\_\_\_\_．

【答案】4

【解析】

【分析】设直线的方程为，联立直线方程和抛物线方程可得，，然后得到，再根据为定值列方程，解方程即可.

【详解】设直线的方程为，联立得，

设，，则，，

，同理可得，

所以，

因为为定值，所以，解得.

故答案为：4.

【点睛】型式子为定值求参数的方法：

①让分子分母对应项系数比值相等，例如：为定值，则，解方程即可；

②设，然后根据定值与变量无关列方程，例如：为定值，设，整理得，定值与变量无关，所以.

**四、解答题：本题共6小题，计70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.**

17. 在中，，，且边的中点*M*在轴上，*BC*边的中点*N*在轴上.

(1)求*AB*边上的高*CH*所在直线方程；

(2)设过点*C*的直线为，且点*A*与点*B*到直线距离相等，求的方程.

【答案】(1)

(2)或

【解析】

【分析】(1) *AB*边上的高线与直线*AB*垂直，得到斜率，高线过*C*点，点斜式求直线方程.

(2)设直线方程，由点*A*与点*B*到直线距离相等求出未知系数，得到方程.

【小问1详解】

设，则 ， 解得，∴，

由 得，

，即

【小问2详解】

当斜率不存在时，，不满足题意；

当斜率存在时，设，即，

依题意得：  ，

有或，

解得或  ，

直线*l*的方程为：或  ，

即：或.

18. 设内角所对边分别为，已知，．

(1)若，求的周长；

(2)若边的中点为，且，求的面积．

【答案】(1)；

(2).

【解析】

【分析】(1)利用正弦定理将角化边，结合的边长，即可求得，以及三角形周长；

(2)根据已知条件，结合余弦定理求得，再根据三角形的中线的向量表示，求得，结合三角形面积公式即可求得结果.

【小问1详解】

∵，∴，∴，

因为，故，即，

解得(舍)或；则，故△的周长为.

【小问2详解】

由(1)知，，又，故，

又，则；

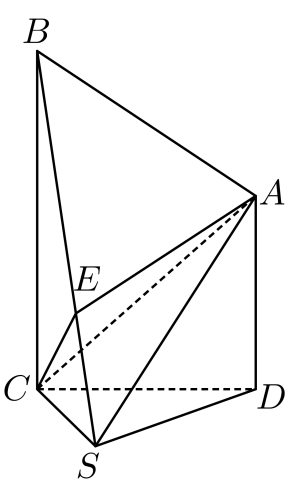
因为边的中点为，故，故，

即，即；

联立与可得，

故△面积.

19. 如图，在四棱锥*S*﹣*ABCD*中，*ABCD*为直角梯形，，*BC*⊥*CD*，平面*SCD*⊥平面*ABCD*．△*SCD*是以*CD*为斜边的等腰直角三角形，*BC*＝2*AD*＝2*CD*＝4，*E*为*BS*上一点，且*BE*＝2*ES*．



(1)证明：直线平面*ACE*；

(2)求直线*AS*与平面*ACE*所成角的余弦值．

【答案】(1)证明见解析

(2)

【解析】

【分析】(1)利用线面平行判定定理去证明直线平面*ACE*；

(2)建立空间直角坐标系，利用向量法求得直线*AS*与平面*ACE*所成角的正弦值，进而求得其余弦值

【小问1详解】

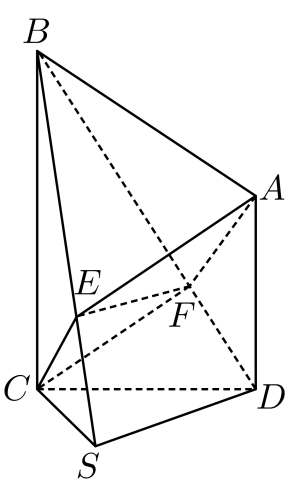
连接交于点，连接．

因为，所以与相似．

所以．又

则，所以．

又因为平面，平面，所以直线平面．

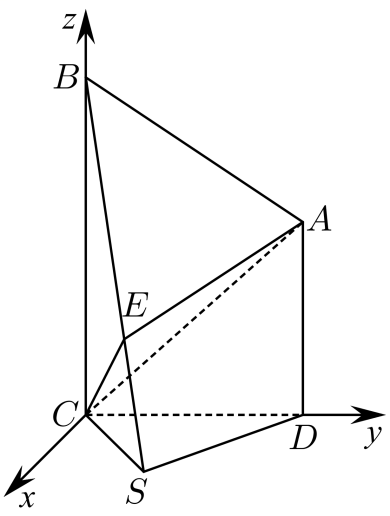
【小问2详解】

平面平面，平面平面，

平面，，所以平面．

以为坐标原点，所在的方向分别为轴、轴的正方向，

与均垂直的方向作为轴的正方向，建立如图所示的空间直角坐标系．



则，0，，，1，，，2，，，

，2，，．

设平面的一个法向量为，，，

则，令，得

设直线*AS*与平面*ACE*所成的角为，则

则．

又，则

故直线*AS*与平面*ACE*所成角的余弦值为

20. 在平面直角坐标系中,动点与两点连线斜率分别为,且满足,记动点的轨迹为曲线.

(1)求曲线的标准方程;

(2)已知点为曲线在第一象限内的点,且,若交轴于点交轴于点,试问:四边形的面积是否为定值?若是,求出该定值;若不是,请说明理由.

【答案】(1)

(2)是定值,定值为

【解析】

【分析】(1)设出点坐标,根据题意将关于点坐标的方程列出,化简即可,注意坐标需要满足的条件;

(2)设出点坐标,有得出,的直线方程,得到,点的坐标,由于四边形对角线垂直,其面积为对角线乘积的一半,计算出结果,判断是否为定值即可.

【小问1详解】

解:由题知不妨设,

则有:

所以,

即,

化简得;

【小问2详解】

四边形的面积为定值6,证明如下:

不妨设,

则有,



方程为:,

令,则,

所以

方程为:,

令,则,

所以,

所以











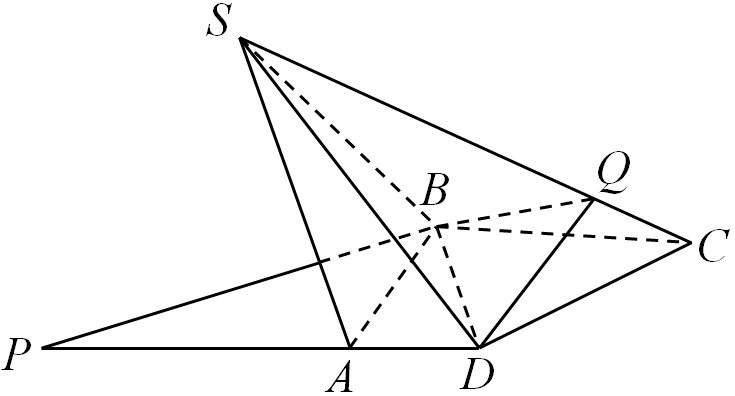
,

故四边形的面积为定值6.

【点睛】求轨迹问题分两类:(1)已知轨迹类型的,设出轨迹方程,用待定系数法求出重点数值即可;

(2)未知轨迹类型,求哪点轨迹设哪点坐标,根据题意得出关于坐标的方程等式,进行化简即可.

21. 如图，在四边形中，于交点，.沿将翻折到的位置，使得二面角的大小为.



(1)证明：平面平面；

(2)在线段上(不含端点)是否存在点，使得二面角的余弦值为，若存在，确定点的位置，若不存在，请说明理由.

【答案】(1)证明见解析

(2)存在，为上靠近点的三等分点，理由见解析

【解析】

【分析】(1)先由题设条件证线面垂直，进而可证面面垂直.

(2)由已知条件建立空间直角坐标系，通过三点共线设出点的坐标，然后求出二面角对应的两个平面的法向量，再通过二面角的余弦值的绝对值等于其法向量所成角的余弦值的绝对值求解.

【小问1详解】

因为，所以，平面,平面,

又因为，所以平面，

因为平面，所以平面平面.

【小问2详解】

过作，因为平面，所以，

因为，平面,平面

所以平面，

如图所示，以点为坐标原点，所在直线分别为轴､轴，

与过点作平行于的直线为轴，建立空间直角坐标系.



因为，所以二面角的平面角为，即

则，，.

设，

则.

设是平面的一个法向量，

则，取

因为是平面的一个法向量.

所以，解得或(舍).

所以为上靠近点的三等分点，即.

故：存在点为上靠近点的三等分点满足条件.

22. 已知双曲线的右焦点为，渐近线方程为．

(1)求双曲线的方程；

(2)已知点是双曲线的右支上异于顶点的任意点，点在直线上，且，为的中点，求证：直线与直线的交点在某定曲线上．

【答案】(1)

(2)证明见解析.

【解析】

【分析】(1)根据右焦点和渐近线方程，可列出关于的方程，进而求解即可；

(2)先设出和直线与直线的交点，先表示出坐标，再由，列出方程组，最后消参可得定曲线方程.

【小问1详解】

解：由于双曲线右焦点为，渐近线为，

所以，，

解得，

所以双曲线的方程为：

【小问2详解】

证明：设，直线与直线的交点为，

设直线为，

由题可知：，

联立 ，化简得，

所以，由可得 ，

那么，

所以，

由于是中点，所以，

因为，所以 且，解得，

因为直线与直线的交点为，

根据斜率相等可得，

代入的坐标得

化简得 ，

将两式相乘得，即为，

所以直线与直线的交点在定曲线上.