**2022-2023学年度上学期武汉市重点中学联合体期末考试**

**高二数学试卷**

**一、单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1. 已知数列{*an*}中的首项*a*1＝2，且满足，则此数列的第三项是( )

A. 1 B.  C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】根据递推公式直接求解即可.

【详解】因为，且，

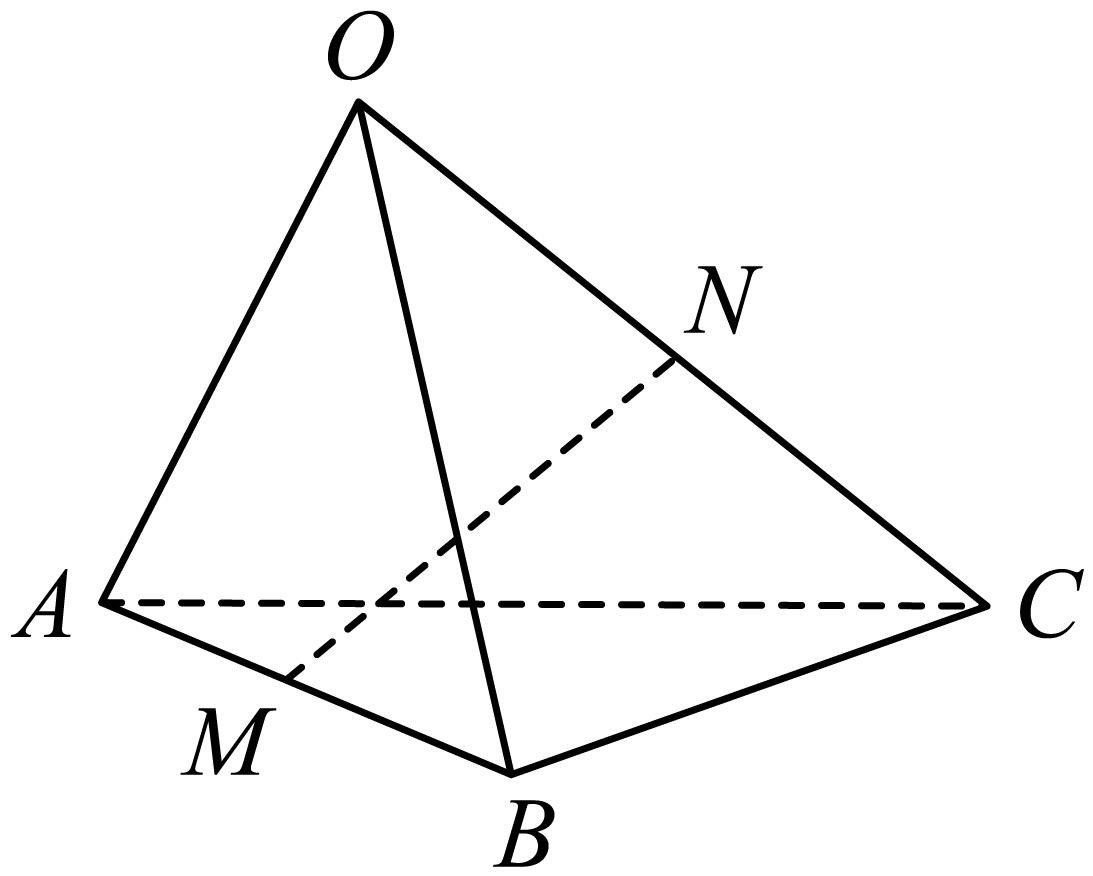
令，得，

令可得,

故此数列第三项为.

故选：A

2. 已知三棱锥中，点、分别为、的中点，且，，，则( )



A.  B.  C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】利用空间向量的线性运算可得出关于的表达式.

【详解】，

所以，.

故选：D.

3. 已知是椭圆的两个焦点，为椭圆上一点，满足，若的面积为9，则( )

A. 1 B. 2 C.  D. 3

【答案】D

【解析】

【分析】利用化简得到之间的关系，即可求得.

【详解】解：；①

又，②

①-②得：，

的面积为，

.

故选：D

4. 意大利数学家斐波那契在 1202 年著的《计算之书》中记载了斐波那契数列，此数列满足：，且从第三项开始，每一项都是它的前两项的和，即，则在该数列的前 2022 项中，奇数的个数为( )

A. 672 B. 674 C. 1348 D. 2022

【答案】C

【解析】

【分析】先考虑前6项的奇偶性，从而可得各项奇偶性的周期性，故可得正确的选项.

【详解】，故，，故各项奇偶性呈现周期性(奇奇偶)，

且周期为3，

因为，故奇数的个数为，

故选：C.

5. 已知空间直角坐标系中的点，，，则点*Р*到直线*AB*的距离为( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】由向量在向量上的投影及勾股定理即可求.

详解】，，，

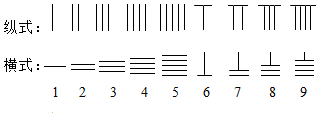
，，，

在上的投影为，

则点到直线的距离为.

故选：D．

6. 据史料推测，算筹最晚出现在春秋晚期战国初年，是充分体现我国劳动人民智慧的一种计数方法.在算筹计数法中，用一根根同样长短和粗细的小棍子(用竹子，木头，兽骨，象牙，金属等材料制成)以不同的排列方式来表示数字，如果用五根小木棍随机摆成图中的两个数(小木棍全部用完)，那么这两个数的和不小于9的概率为( )



A.  B.  C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】分用(1根+4根)和(2根+3根)两种情况组成不同的两个数，求出总的组合数，并求出各个组合中两数的和，根据古典概型概率计算方法计算即可．

【详解】用五根小木棍摆成两个数，共有两种摆放方法：

第一种是用1根和4根小木棍可以组成：1与4、1与8，其和分别为5、9，共2种；

第二种是用2根和3根小木棍可以组成：2与3、2与7、6与3、6与7，其和分别为5、9、9、13，共4种；

故用五根小木棍随机摆成图中的两个数，有2+4=6种不同组合，其中两个数的和不小于9的有4种，故所求概率为．

故选：A．

7. 在等差数列中，是的前项和，满足，，则有限项数列，，…，，中，最大项和最小项分别为( )

A. ； B. ； C. ； D. ；

【答案】C

【解析】

【分析】先判断出，从而得到最小，结合前者得到给定新数列中的最大项和最小项.

【详解】因为为等差数列，故，，

故，，故，公差，

，，

而，

故，，



由不等式性质可得即

同理，故，

而，

故，，…，，中最大项和最小项分别为；.

故选：C.

【点睛】，

本题考查等差数列的性质、数列的最大项、最小项等，注意把数列的前和的符号转化为中间项的符号，另外注意不等式性质的正确使用，本题属于难题.

8. 已知双曲线：的右焦点为，关于原点对称的两点*A*、*B*分别在双曲线的左、右两支上，，，且点*C*在双曲线上，则双曲线的离心率为( )

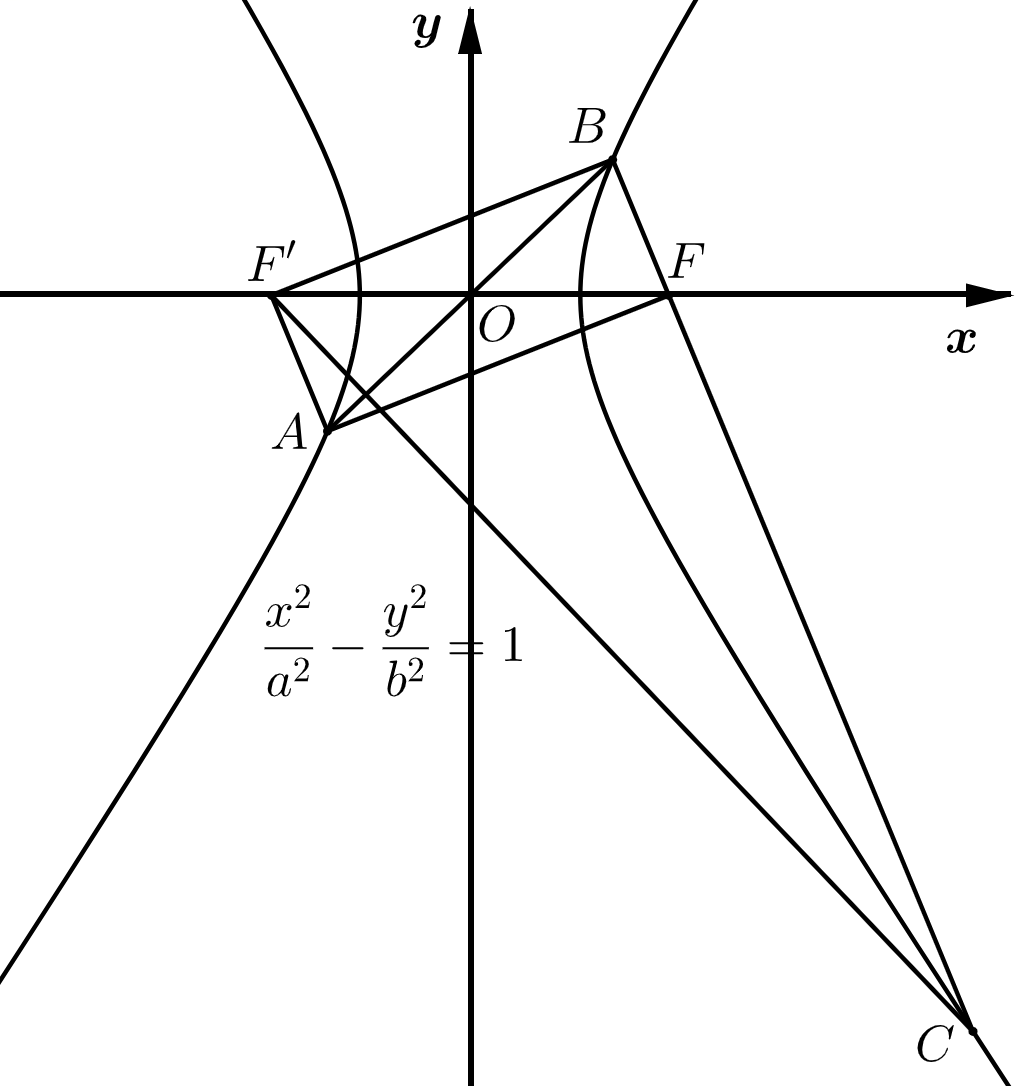
A.  B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】若左焦点，连接，由题意知为矩形，设，则，，，在直角△、直角△中应用勾股定理列方程可得，且得到关于双曲线参数的齐次方程，即可得离心率.

【详解】如下图，若左焦点，连接，



因为*A*、*B*关于原点对称且，所以为矩形，

设，则，，，

在直角△中，即，

所以，

在直角△中，即，

所以

故选：B

**二、多项选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分.**

9. 分别抛掷两枚质地均匀的硬币，设事件“第一枚正面朝上”，事件“第二枚正面朝上”，下列结论中正确的是( )

A. 该试验样本空间共有个样本点 B. 

C. 与为互斥事件 D. 与为相互独立事件

【答案】ABD

【解析】

【分析】由题可得样本空间及事件样本点，结合互斥事件，独立事件的概念及古典概型概率公式逐项分析即得.

【详解】对于A：试验的样本空间为：正，正，正，反，反，正，反，反，共个样本点，故A正确

对于B：由题可知正，正，正，反，正，反，反，反，

显然事件，事件都含有“正，反这一结果，故，故B正确；

对于C：事件，事件能同时发生，因此事件不互斥，故C不正确；

对于D：，，，所以，故D正确．

故选：ABD.

10. 等差数列的前*n*项和分别为，则下列说法正确的有( )

A. 数列是递增数列 B. 

C.  D. 

【答案】AB

【解析】

【分析】结合数列的单调性，等差数列前项和公式对选项进行分析，从而确定正确选项.

【详解】，所以是递增数列，A选项正确.

，

所以，B选项正确.

，C选项错误

当时，，D选项错误.

故选：AB

11. 古希腊著名数学家阿波罗尼斯发现了平面内到两个定点的距离之比为定值的点的轨迹是圆，此圆被称为“阿波罗尼斯圆”.在平面直角坐标系中，已知，，点满足，设点的轨迹为圆，则下列说法正确的是( )

A. 圆的方程是

B. 以为直径的圆与圆的公共弦所在的直线方程为

C. 过点作直线，若圆上恰有三个点到直线的距离为，则该直线的斜率为

D. 过直线上的一点向圆引切线、，则四边形的面积的最小值为

【答案】AD

【解析】

【分析】对于A，利用求动点的轨迹方程的步骤即可求解；

对于B，利用圆的直径式方程及两圆的方程直接相减即可求解两圆相交公共弦所在的直线；

对于C，根据已知条件及直线的点斜式方程，结合点到直线的距离公式即可求解；

对于D，将求四边形的面积转化为求三角形的面积，利用勾股定理及点到直线间的距离公式即可求解.

【详解】对于A，因为，点满足，设，则，化简得，即，故A正确；

对于B，以为直径的圆的方程为，即，所以为直径的圆与圆的公共弦所在的直线方程为,即，故B错误；

对于C，易知直线的斜率存在，设直线*l*的方程为，即，

因为圆上恰有三个点到直线的距离为2，所以圆心到直线的距离，解得，故C错误；

对于D，由题意可得四边形，故只需求的最小值即可，的最小值为点到直线的距离，即，所以四边形的面积的最小值为，故D正确.

故选：AD.

12. 抛物线的光学性质为：从焦点发出的光线经过抛物线上的点反射后，反射光线平行于抛物线的对称轴，且法线垂直于抛物线在点处的切线．已知抛物线上任意一点处的切线为，直线交抛物线于，，抛物线在，两点处的切线相交于点．下列说法正确的是( )

A. 直线方程为

B. 记弦中点为，则平行轴或与轴重合

C. 切线与轴的交点恰在以为直径的圆上

D. 

【答案】BCD

【解析】

【分析】设为，与抛物线联立，根据韦达定理用表示出，即可判断A项；根据已知可推出，是一元二次方程的两组解，又直线方程为，两式比较可得，，即可判断B项；通过求出、点坐标，推导以及，即可判断C项；根据抛物线的光学性质，结合已知条件，可推出∽，进而推得.

【详解】设为，，与抛物线联立得，必有，，，∴，，代回方程整理得：，A项错误；

由已知，抛物线在点处的切线切线：，在两点处的切线

，设点，则满足方程组，

则可知，是一元二次方程的两组解，由经过两点，的直线有且仅有一条，故方程为，变形为，

又直线方程为，

两式对应系数得

，，所以平行轴或与轴重合，B项正确；

如图，记切线与轴的交点，

，，

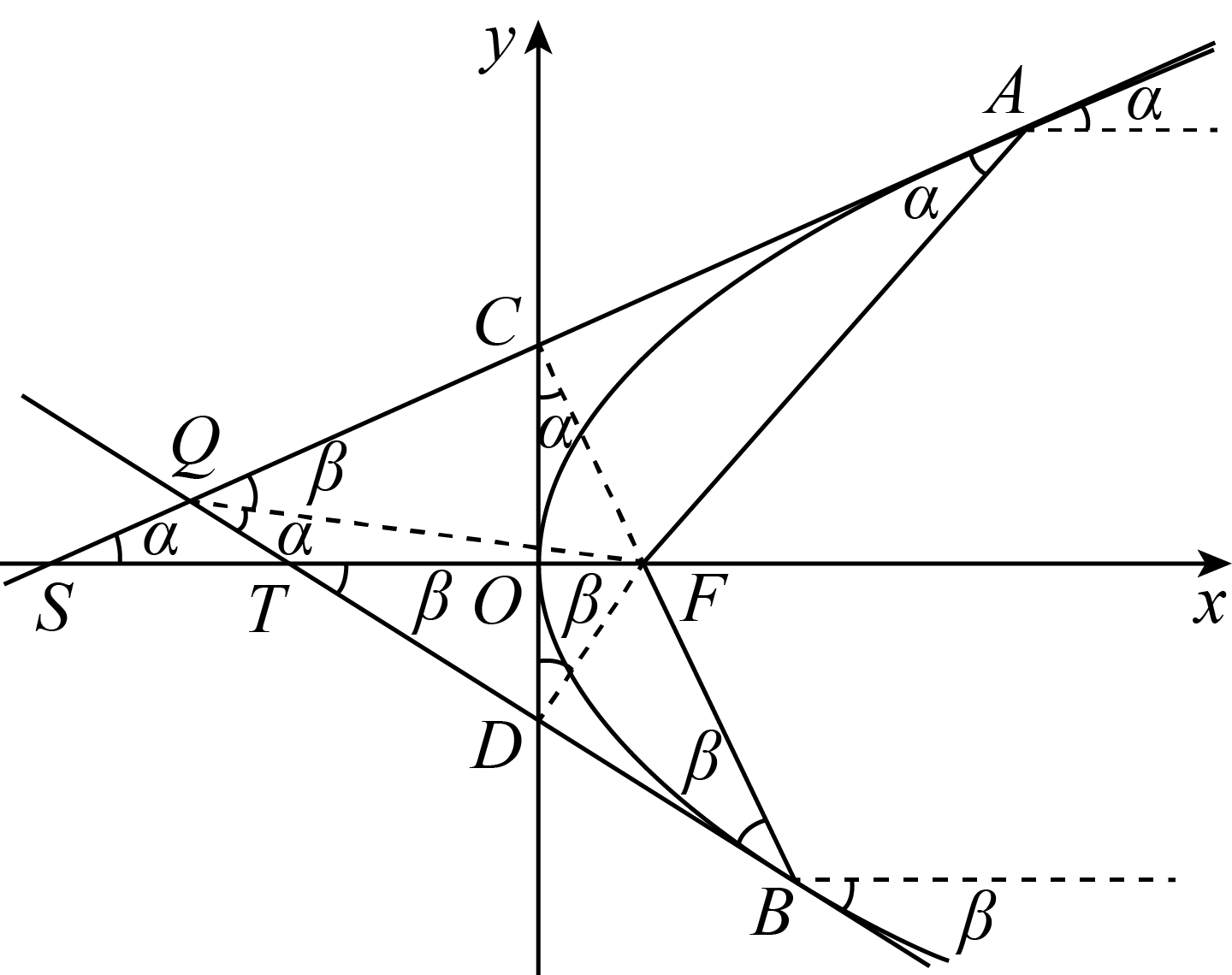
∴，∴，

同理切线与轴交点，亦有，故，

所以，，，四点共圆，且为直径，C项正确；

如图，记切线与轴的交点为，过作轴平行线，由抛物线光学性质，，由等腰、直角、，，，四点共圆(对同弦圆周角相等)，可得如图五个角相等；同理，五个角相等．

则∽，∴，D项正确．



故选：BCD.

**三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.**

13. 若双曲线的一个焦点为，两条渐近线互相垂直，则\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】根据双曲线的渐近线相互垂直求得的关系式，结合求得.

【详解】依题意，

由于双曲线两条渐近线互相垂直，所以，

由于，所以.

故答案为：

14. 甲乙两人进行乒乓球比赛，约定先连胜两局者赢得比赛，假设每局甲获胜的概率为，乙获胜的概率为，各局比赛相互独立，则恰好进行了4局结束比赛的概率为\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【解析】

【分析】分两种情况讨论，(1)甲第一局赢，第二局输，第三、四局赢；(2)乙第一局赢，第二局输，第三、四局赢，即得解.

【详解】由题得恰好进行了4局结束比赛，有两种情况：

(1)甲第一局赢，第二局输，第三、四局赢，此时；

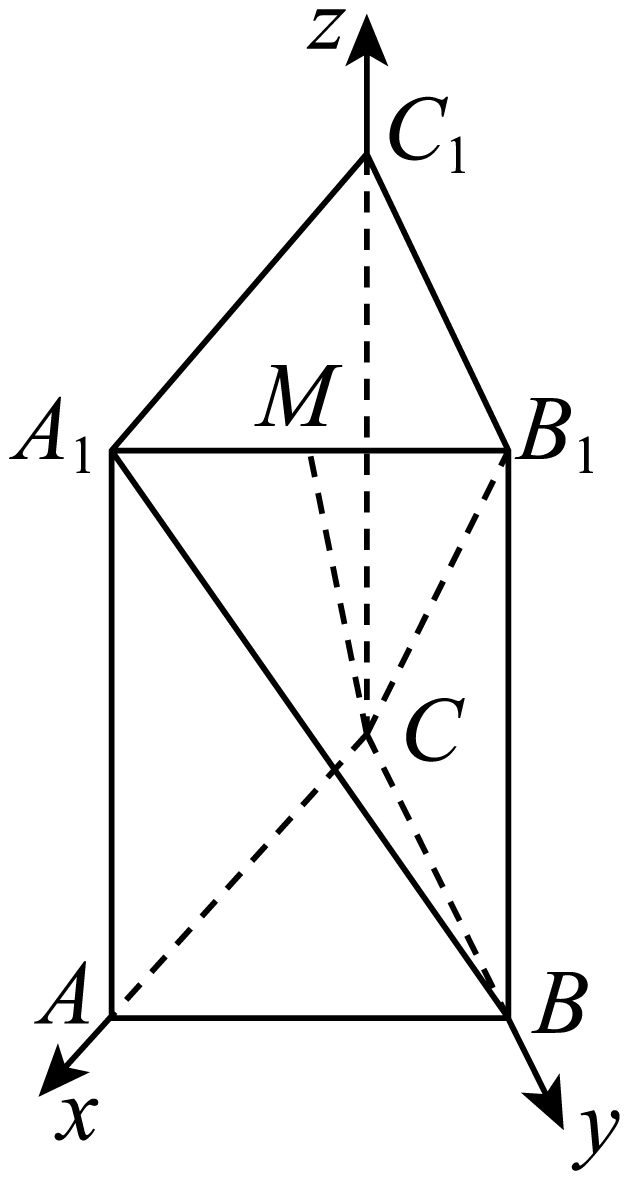
(2)乙第一局赢，第二局输，第三、四局赢，此时；

所以恰好进行了4局结束比赛的概率为.

故答案为：

【点睛】本题主要考查独立事件的概率和互斥事件的概率的求法，意在考查学生对这些知识的理解掌握水平.

15. 在直三棱柱中，，，，*M*是的中点，以为坐标原点建立如图所示的空间直角坐标系，若，则异面直线与夹角的余弦值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.



【答案】##

【解析】

【分析】根据题意结合，求，再利用空间向量求异面直线夹角.

【详解】设，则，，，，，

可得：，，

∵，则，得，

故，，

∴，

故异面直线与夹角的余弦值为.

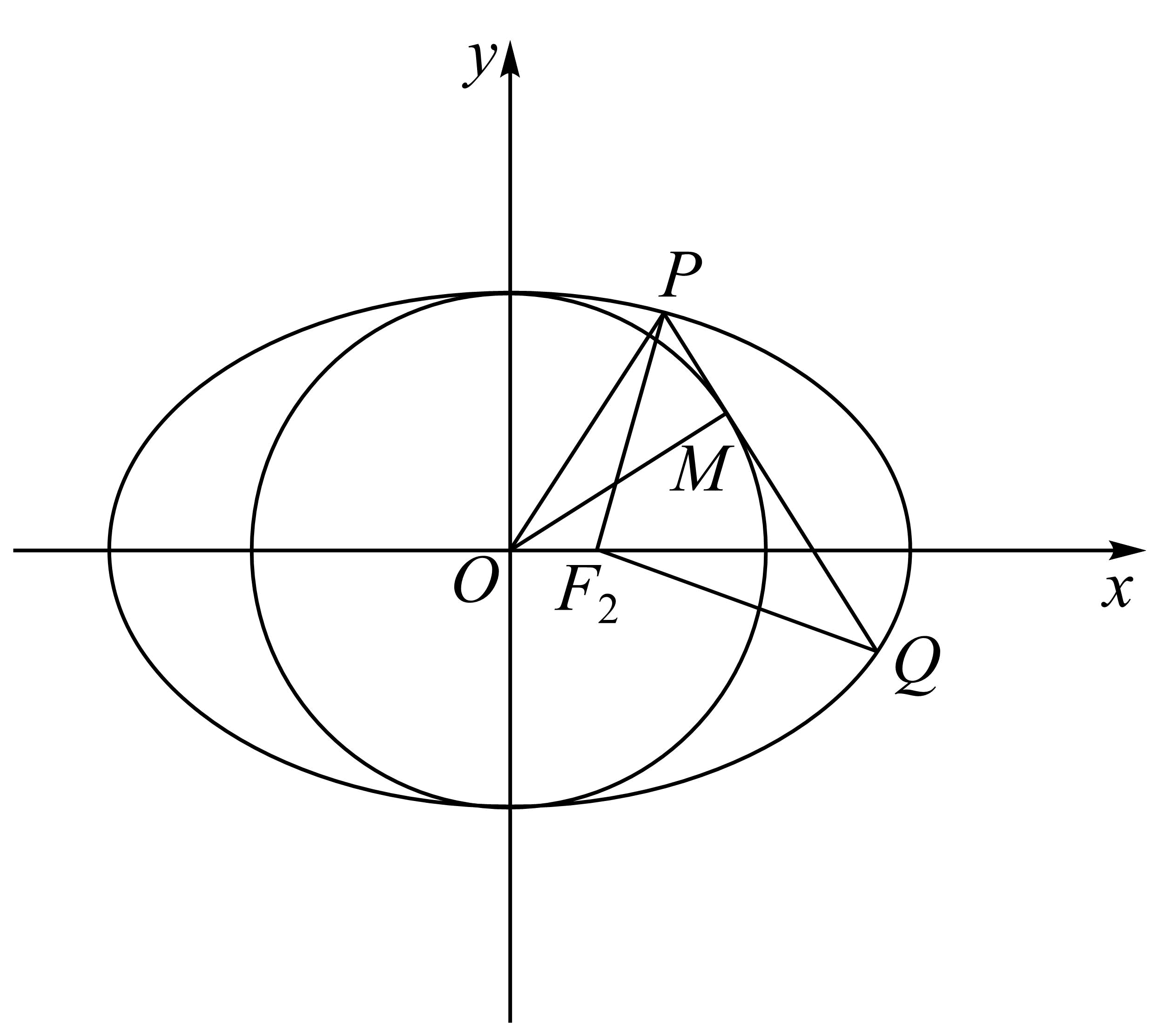
故答案为：.

16. 已知椭圆的离心率为，右焦点为，点在圆上，且在第一象限，过作圆的切线交椭圆于，两点．若的周长为，则椭圆的方程为\_\_\_\_．

【答案】

【解析】

【分析】根据离心率化简椭圆方程，由两点间距离公式与勾股定理计算的周长后求解

【详解】

椭圆的离心率为 ,则，椭圆方程为

设，



连接*OM*，*OP*，由相切条件知：

，，

，同理得，

由题意得*PF*2*Q*的周长为

∴椭圆*C*的方程为 .

故答案为：

**四、解答题：本题共6小题，共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.**

17. 已知公差大于零的等差数列的前*n*项和为,且满足，．

(1)求和；

(2)若数列是等差数列，且，求非零常数*c．*

【答案】(1)，；(2).

【解析】

【分析】(1)利用等差数列的性质结合已知条件得到是方程的两实根，从而求出； 再利用等差数列的通项公式求，，从而求和；

(2)根据求出，，，根据数列是等差数列得到，从而求出的值.

【详解】(1)因为数列为等差数列，所以，又，

所以是方程的两实根，

又公差，所以，所以，

所以，，所以，

所以，.

(2)由(1)知，所以，

所以，，，

因为数列是等差数列，所以，即，

所以，解得或(舍)，所以.

18. 已知两直线，

(1)求过两直线的交点，且在两坐标轴上截距相等的直线方程；

(2)若直线与，不能构成三角形，求实数的值.

【答案】(1)，；(2).

【解析】

【分析】

(1)求出交点坐标，分直线过原点和不过原点两类情况求直线方程；

(2)三条直线不能构成三角形分类：某两条直线斜率相等或者三条直线交于一点.

【详解】(1)联立直线方程解得，交点坐标，

当直线过原点时，在两坐标轴上截距相等均为0，直线方程，

当直线不过原点时，设其方程，过得，

所以直线方程

综上：满足题意的直线方程为，

(2)直线与，不能构成三角形

当与平行时：

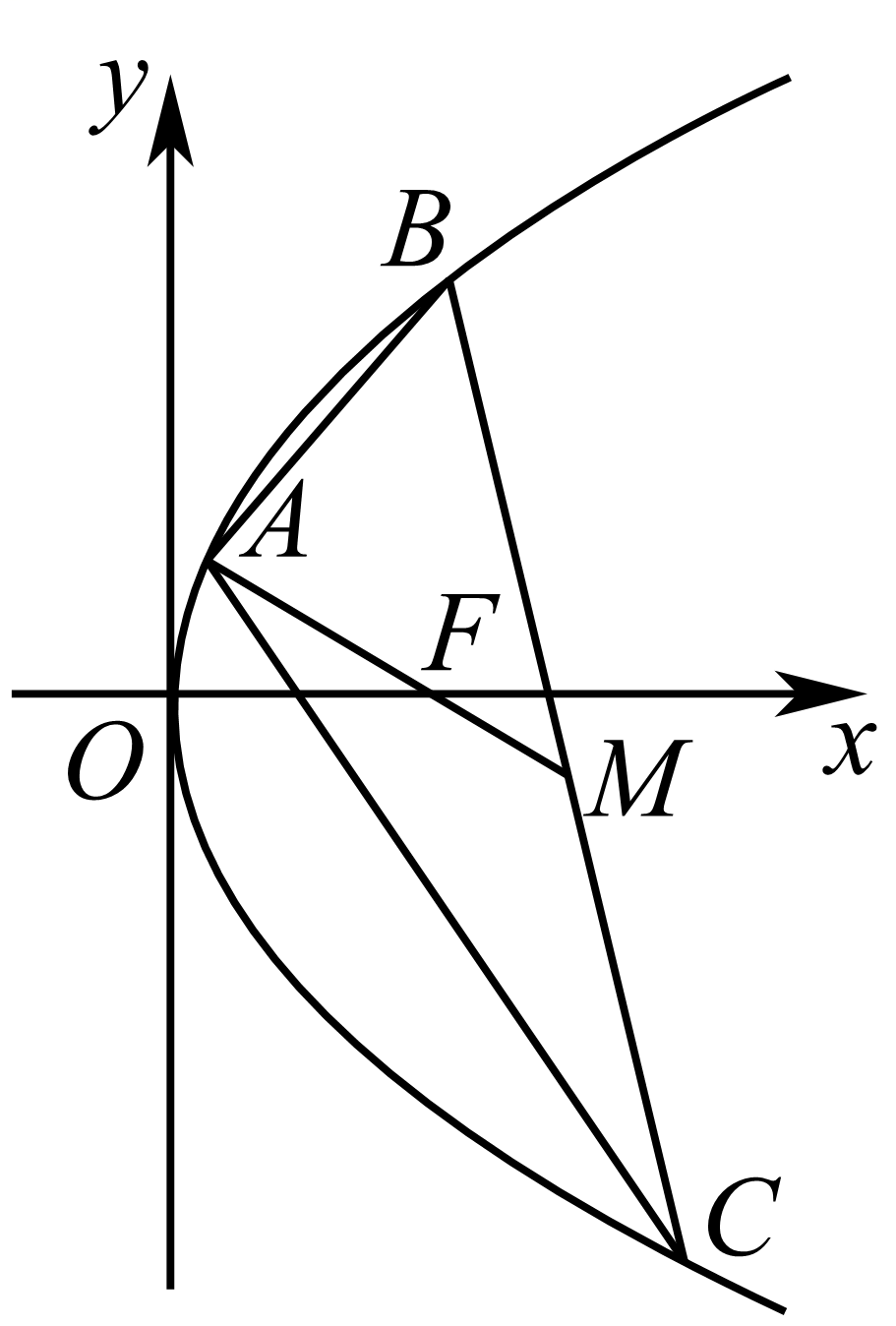
当与平行时：

当三条直线交于一点，即过点，则

综上所述实数的值为

【点睛】此题考查求直线交点坐标，截距问题，两条直线位置关系的应用，易错点在于截距相等时忽略掉截距为0，三条直线不能构成三角形情况讨论不全面导致漏解.

19. 如图，点，，在抛物线上，且抛物线的焦点是的重心，为的中点.



(1)求抛物线的方程和点的坐标；

(2)求点的坐标及所在的直线方程.

【答案】(1)； 

(2)；

【解析】

【分析】(1)将代入求得值，得到点的坐标；

(2) 设点的坐标为，根据即可求出线段中点的坐标；

由得,再求出直线所在直线的方程.

【小问1详解】

由点在抛物线上，有，解得.

所以抛物线方程为，焦点的坐标为.

【小问2详解】

由于是的重心，是线段的中点，

所以，设点的坐标为，

则，

，解得，所以点的坐标为，

由得，

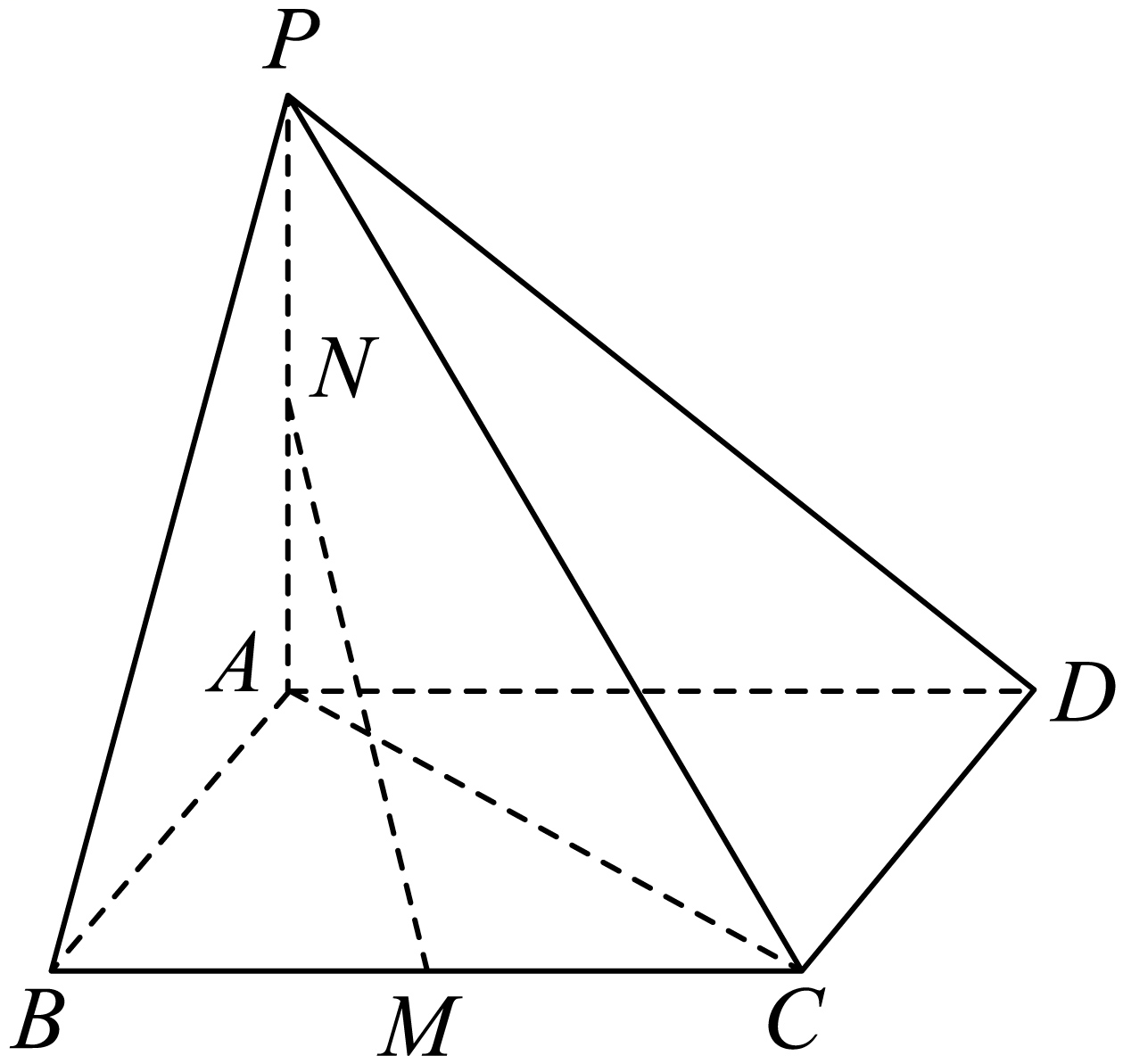
因为为为的中点，故，

所以，

因此所在直线的方程为，

即.

20. 如图，在四棱锥中，底面为平行四边形，平面，点，分别为，的中点．



(1)取的中点，连接，若平面平面，求证：；

(2)已知，，若直线与平面所成角的正弦值为，求平面与平面的夹角的余弦值．

【答案】(1)证明见解析

(2)

【解析】

【分析】(1)通过证明平面来证得.

(2)建立空间直角坐标系，利用向量法求得平面与平面的夹角的余弦值.

【小问1详解】

平面平面，且交线为，

过点作的垂线，垂足记为，

由于平面，所以平面，

由于平面，所以，

又平面，平面，所以，

由于是平面内的相交直线，

所以平面，

由于平面，所以.

【小问2详解】

由于，，所以，

所以，由于平面，平面，

所以，即两两垂直.

以为坐标原点，向量，，方向分别为，，轴建立空间直角坐标系．

设，则，，，

故，，

设平面的一个法向量为，则，

即，

令，则，，故，

易得平面的一个法向量为，又，

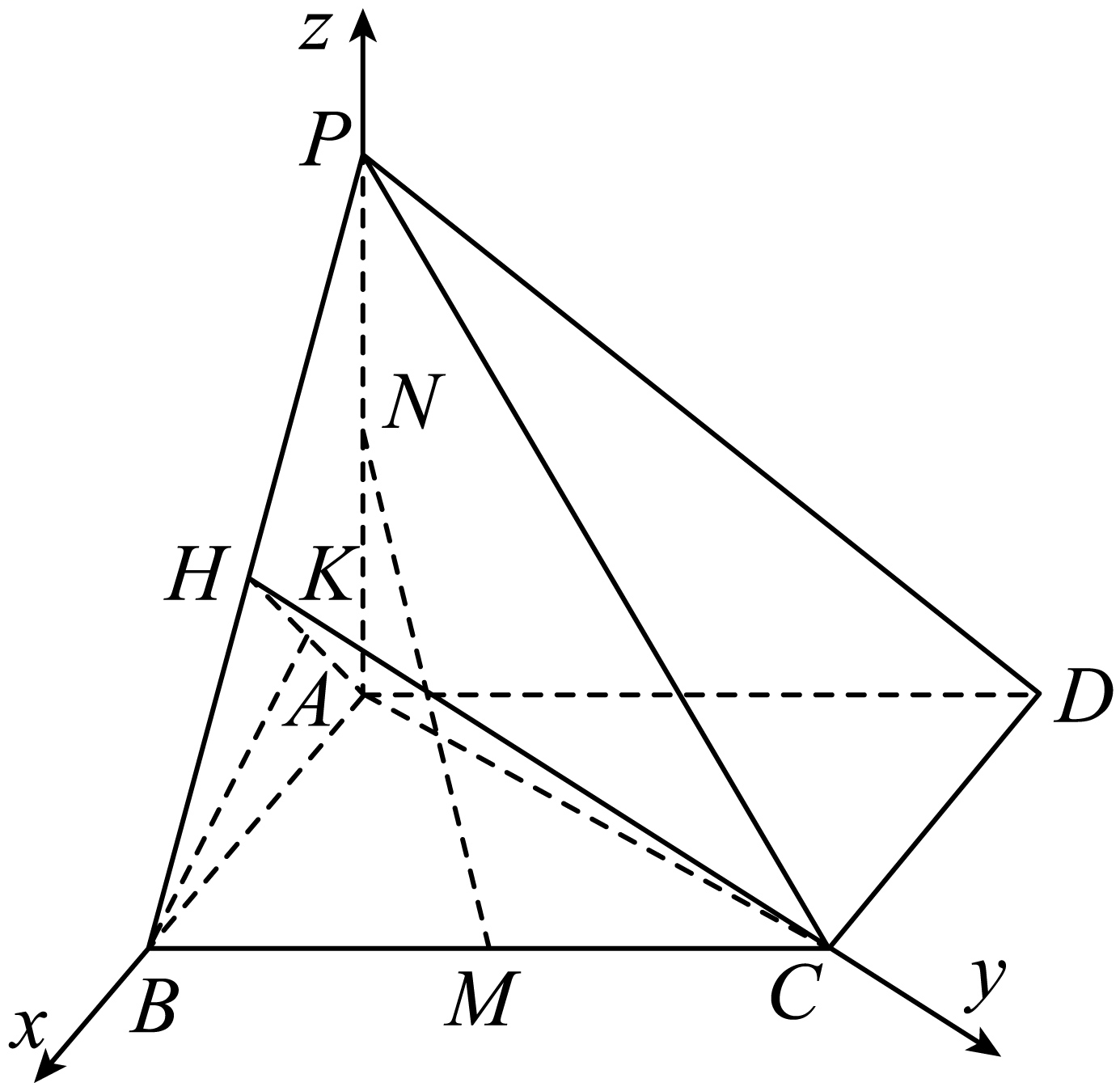
设直线与平面所成角为，

则，解得，

设平面与平面的夹角为，

则，

所以平面与平面的夹角的余弦值为．



21. 已知点*M*(1，0)，*N*(1，3)，圆*C*：，直线*l*过点*N*．

(1)若直线*l*与圆*C*相切，求*l*的方程；

(2)若直线*l*与圆*C*交于不同的两点*A*，*B*，设直线*MA*，*MB*的斜率分别为*k*1，*k*2，证明：为定值．

【答案】(1)或

(2)证明见解析

【解析】

【分析】(1)先判断直线*l*不存在斜率时符合题意；再设直线*l*的方程，利用圆心到直线的距离等于半径，列式求解即可．

(2)设出直线*l*的方程，与圆的方程联立，得到关于的一元二次方程，再利用根与系数的关系及直线的斜率公式进行证明．

【小问1详解】

解：若直线*l*的斜率不存在，

则*l*的方程为，

此时直线*l*与圆*C*相切，

故符合条件；

若直线*l*的斜率存在，

设斜率为*k*，其方程为，

即，

由直线*l*与圆*C*相切，圆心(0，0)到*l*的距离为1，

得，解得，

所以直线*l*的方程为，

即，

综上所述，直线*l*的方程为或；

【小问2详解】

证明：由(1)可知，*l*与圆*C*有两个交点时，斜率存在，

此时设*l*的方程为，

联立，

得，

则 ，

解得，

设*A*(*x*1，*y*1)，*B*(*x*2，*y*2)，

则，，(1)

所以，

将(1)代入上式整理得，

故为定值．

22. 已知点为坐标原点，，，为线段*AB*上一点，点满足平分，.

(1)求点的轨迹的方程；

(2)设直线与曲线的一个交点为(异于点)，求面积的最大值.

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)根据角平分线定理得，又，所以，结合椭圆的定义即可求得轨迹的方程；

(2)设直线直线，，，由可得，结合椭圆方程可得，根据直线与椭圆相交得，由面积得，结合基本不等式求最值即可.

【小问1详解】

解：因为平分，所以由角平分线定理得，

又，所以，

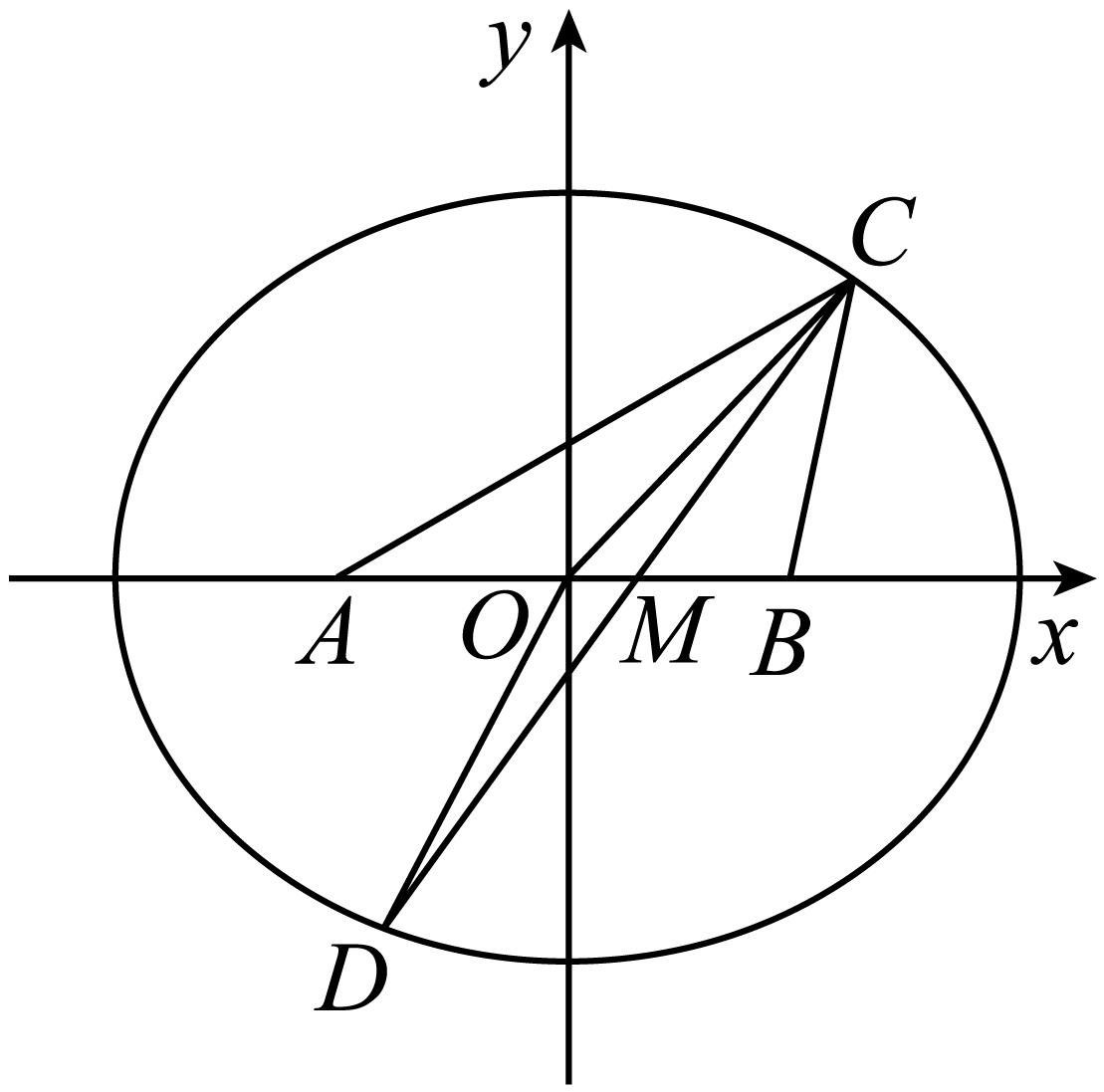
于是，

所以点的轨迹是以*A*，*B*为焦点，4为长轴长的椭圆，且点不在轴上，

故点*C*的轨迹的方程为.

【小问2详解】

解：设，，直线，则，



点在椭圆上，则，

所以

因为，，所以，故.

又，所以，可得，故；

则，整理可得：，

所以

于是，

所以

又，当且仅当时等号成立.

设，，又，当且仅当时等号成立，故

故当时，的面积最大，且最大值为.

【点睛】方法点睛：与椭圆有关的最值或取值范围问题的求解方法

(1)利用数形结合，椭圆的定义､性质求最值或取值范围；

(2)利用函数，尤其是二次函数求最值或取值范围；

(3)利用不等式，尤其是基本不等式求最值或取值范围；

(4)利用一元二次方程的根的判别式求最值或取值范围.