**专题08三点共线充要条件**

**一、结论**

**1、设平面上三点,,不共线,则平面上任意一点与,共线的充要条件是存在实数与**

**,使得,且.特别地,当为线段的中点时,.**

**二、典型例题**

1．（2021·安徽·铜陵一中高三阶段练习（理））如图，中，为上靠近的三等分点，点在线段上，设，，，则的最小值为（ ）



A．6 B．7 C． D．

**【答案】D**

**【解析】**

**由于为上靠近的三等分点，**

**故 ,**

**所以,**

**又因为点在线段上，所以 ，**

**故，**

**由题意可知 ，故，**

**当且仅当时，即 时，等号取得，**

**故选：D.**

**【反思】本题重点,,三点共线，可以得到且，所以本题中中的如何化简成才是本题的关键，又为上靠近的三等分点，故 ,所以得到这样，由,,三点共线，得到，进而才利用均值不等式求解最值.如何利用三点共线时解本题的快速捷径.**

**三、针对训练 举一反三**

**一、单选题**

1．（2020·安徽·安庆市第二中学高一阶段练习）如图，在三角形*OAB*中，*P*为线段*AB*上的一点，，且，则（ ）



A．， B．，

C．， D．，

2．（2022·全国·高三专题练习）如图，在中，*C*是的中点，*P*在线段上，且.过点*P*的直线交线段分别于点*N*，*M*，且，其中，则的最小值为（ ）



A． B． C．1 D．

3．（2022·全国·高三专题练习）在中，，，设，则（ ）

A． B． C． D．



4．（2021·福建·厦门市湖滨中学高三期中）.如图，在中，，是线段上一点，若，则实数的值为（ ）



A． B．

C．2 D．

5．（2022·全国·高三专题练习），，是圆上不同的三点，线段与线段交于点(点与点不重合)，若，则的取值范围是（ ）



A． B．

C． D．

6．（2021·四川成都·高三期中（文））如图所示，已知点*G*是的重心，过点*G*作直线分别与*AB*，*AC*两边交于*M*，*N*两点点*N*与点*C*不重合，设，，则的最小值为（ ）



A．2 B．

C． D．

7．（2021·山西大附中高三阶段练习（文））如图所示，已知点*G*是的重心，过点*G*作直线分别与*AB*，*AC*两边交于*M*，*N*两点（点*N*与点*C*不重合），设，，则的值为（ ）



A．3 B．4 C．5 D．6

8．（2021·福建省长汀县第一中学高三阶段练习）如图，在中，，*P*是上一点，若，则实数的值为（ ）



A． B． C． D．

**二、填空题**

9．（2021·湖南·周南中学高二开学考试）在中，为上一点，，为上任一点，，，（，），若，则当取最小值时，四边形的面积与的面积之比等于\_\_\_\_\_\_\_\_．

10．（2021·黑龙江·大庆中学高一阶段练习）如图，经过的重心*G*的直线与分别交于点，，设，，则的值为\_\_\_\_\_\_\_\_．



**三、解答题**

11．（2021·全国·高一课时练习）如图，在中，，，与相交于点*M*，设，，



（1）试用，表示向量：

（2）在线段上取一点*E*，在上取一点*F*，使得过点*M*，设，，求证：．