**二级结论在三角函数中的应用**

——从数学抽象看三角函数中的二级结论



数学抽象是指通过对数量关系与空间形式的抽象，得到数学研究对象的素养.主要包括：从数量与数量关系、图形与图形关系中抽象出数学概念及概念之间的关系，从事物的具体背景中抽象出一般规律和结构，并用数学语言予以表征.

在数学学习中有目的地根据所学内容抽象出一般规律和结构，特别是一些知识的二级结论，能有效地提高学习兴趣，提高解题速度，本专题以三角函数中的二级结论的应用为例，展示数学抽象的具体应用.



1.【2019全国Ⅱ理10】已知α∈(0，)，2sin 2α=cos 2α+1，则sin α=

A． B． C． D．

【答案】D

【解析】由，得.

因为，所以.

由，得.故选B.

【素养解读】本题考查三角变换，求解关键是利用二倍角公式及其变形进行求值，体现了数学抽象核心素养，二倍角余弦公式的变形是三角函数中一组重要的二级结论，在解题中应用频率非常高.

2. 【2018全国卷Ⅱ】(2018全国卷Ⅱ)已知，，则\_\_\_．

【答案】

【解析】∵，，

∴ ①，

 ②，

①②两式相加可得

，

∴．

【素养解读】本题考查两角和的正弦公式，求解关键是通过平方相加这一特殊方法出现，体现了数学抽象及数学运算核心素养.



一、已知所在象限确定所在象限

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 所在象限 | Ⅰ | Ⅱ | Ⅲ | Ⅳ |
| 所在象限 | Ⅰ或Ⅲ | Ⅰ或Ⅲ | Ⅱ或Ⅳ | Ⅱ或Ⅳ |

【典例1】设*α*是第四象限角，则以下函数值一定为负值的是(　　)

A．tan B．sin C．cos D．cos2*α*

【答案】A

【解析】本题考查三角函数值在各象限内的符号，体现了数学抽象核心素养.因为*α*是第四象限角，所以是第二象限角或第四象限角，因此tan<0.故选**A*.***

二、与同角三角函数有关的二级结论

(1)；

(2)

(3)

【典例2】【河南商丘2019届5月模拟】已知α为第二象限角，且sin2α＝－，则cosα－sinα的值为(　　)

A． B．－ C． D．－

【答案】B

【解析】本题考查三角变换，体现了数学抽象核心素养.因为sin2*α*＝2sin*α*cos*α*＝－，即1－2sin*α*cos*α*＝，所以(sin*α*－cos*α*)2＝，又*α*为第二象限角，所以cos*α*<sin*α*，则cos*α*－sin*α*＝－.故选B.

【典例3】【云南陆良县2019届高三第二次模拟】已知，且，则 （ ）

A． B． C． D．

【答案】A

【解析】本题考查三角函数求值，体现了数学抽象核心素养.因为，所以.

因为，且，所以，

所以.故选A.

三、与两角和的三角函数公式及二倍角公式有关的二级结论

(1)；

(2) ；

(3)；

(4) .

【典例4】【安徽阜阳2020届9月联考】已知，则的取值范围是 .

【答案】

【解析】本题考查两角和的三角函数公式，体现了数学抽象核心素养.设，两式平方相加得，所以，解得.

四、辅助角公式

(1)；

(2)；

(3)

【典例5】【黑龙江省哈尔滨2020届高三上学期一模】的值为（ ）

A． B． C． D．

【答案】A

【解析】本题考查辅助角公式，体现了数学抽象核心素养.由题意，得

，故选A.



1.【天津市部分区2019届高三联考一模】设函数，则下列结论中错误的是（ ）

A．的一个周期为 B．的最大值为2

C．在区间上单调递减 D．的一个零点为

2．【重庆市2019届4月二诊】已知，且，则的值为（ ）

A． B． C． D．

3．【新疆乌鲁木齐2019届高三第二次质量检测】若关于*x*的方程在区间上有两个根，，且，则实数*m*的取值范围是　　

A． B． C． D．

4．【2020年四川省雅安市高三上学期开学摸底】函数的最小值是\_\_\_\_\_\_\_\_.

5.设sin＝，且*α*是第二象限角，则tan的值为\_\_\_\_\_\_\_\_．

6.已知，则 .







1.【答案】D

【解析】 ，周期正确；

的最大值为2，正确，，在上递减，正确；时，，不是的零点，不正确.故选D.

2.【答案】B

【解析】由，且，解得，

所以，，故选*B*.

3.【答案】A

【解析】关于*x*的方程在区间[0，π）上有两个根x1，x2，

方程即，即，

∴在区间[0，π）上有两个根x1，x2，且|x1-x2|．

∵x∈[0，π），

求得，故选A．

4.【答案】

【解析】

当时，

5.【答案】

【解析】因为*α*是第二象限角，所以是第一或第三象限角．①当是第一象限角时，

有cos＝＝＝，所以tan＝＝；②当是第三象限角时，与sin＝矛盾，舍去．

综上，tan＝.故填***.***

6.【答案】

【解析】由题意得，平方相加得，所以.