高考数学必背的二级结论

1．函数的奇偶性

(1)若函数的定义域关于原点对称，则有：

$f(x)$是偶函数$\Leftrightarrow f(-x)=f(x)=f(|x|)$；图象关于 y 轴对称。

$f(x)$是奇函数$\Leftrightarrow f(-x)=-f(x)$．图象关于原点对称，若$x\in R$,则$f(0)=0$. 奇函数在对称区间上的最大值与最小值的和为 0。

(2)奇函数×奇函数是偶函数，偶函数×偶函数是偶函数，奇函数×偶函数是奇函数。

2．函数图象的对称中心或对称轴

(1)若函数$f(x)$满足关系式$f(a+x)=2b-f(a-x)$，则函数$y=f(x)$的图象关于点$(a，b)$对称．

(2)若函数$f(x)$满足关系式$f(a+x)=f(b-x)$，则函数$y=f(x)$的图象关于直线$x=\dfrac{a+b}{2}$对称．

3. 函数的周期性结论

(1)若函数$f(x)$为偶函数，且$f(a+x)=f(a-x)$，则$2a$是函数$f(x)$的一个周期．

(2)若函数$f(x)$为奇函数，且$f(a+x)=f(a-x)$，则$4a$是函数$f(x)$的一个周期．

(3)若函数$f(x)$满足$f(a+x)=f(a-x)$，且$f(b+x)=f(b-x)$，则$2(b-a)$是函数$f(x)$的一个周期．

(4)若$f(a+x)=-f(x)$，则$2a$是函数$f(x)$的一个周期。

(5)若$f(a+x)=\frac{1}{f(x)}$，则$2a$是函数$f(x)$的一个周期。

(6)若$f(a+x)=-\frac{1}{f(x)}$，则$2a$是函数$f(x)$的一个周期。

4. 反函数结论

(1)指数函数$y=a^x(a>0，a\neq1)$与对数函数$y=\log_a x(a>0，a\neq1)$互为反函数，其图象关于$y=x$对称，它们的图象和性质分$0<a<1$，$a>1$两种情况。

(2)只有单调函数才存在反函数。

5. 基本不等式求最值的解题技巧

(1)凑项：通过调整项的符号，配凑项的系数，使其积或和为定值.

(2)凑系数：若无法直接运用基本不等式求解，通过凑系数后可得到和或积为定值，从而利用基本不等式求最值.

(3)换元：分式函数求最值，通常直接将分子配凑后将式子分开或将分母换元后将式子分开，即化为 $y=m+\frac{A}{g(x)}+Bg(x)(AB>0)$，$g(x)$恒正或恒负的形式，然后运用基本不等式来求最值.

(4)注意“1”的灵活代换。

(5)运用基本不等式时，一定要注意应用的前提：“一正”“二定”“三相等”.所谓“一正”是指“正数”；“二定”是指应用基本不等式求最值时，和或积为定值；“三相等”是指满足等号成立的条件.若连续两次使用基本不等式求最值，必须使两次等号成立的条件一致，否则最值取不到.

（6）重要不等式：$\left(\frac{a+b}{2}\right)^2\le\frac{a^2+b^2}{2}$

$$\frac{2}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}\le\sqrt{ab}\le\frac{a+b}{2}\le\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}(a>0.b>0)$$

$$\frac{b}{a}<\frac{b+m}{a+m}\quad(a>b)\qquad\frac{b}{a}>\frac{b+m}{a+m}\quad(a<b)$$

6. 切线不等式

(1)$\ln x\leqslant x-1$，　　　$\ln x\leqslant\frac{x}{e}$.

(2)$e^x\geqslant x+1$，　　　$e^x\geqslant ex$

(3)$x\ge sinx,(x\ge 0)$　　　$e^x\ge x^2(x\ge 0)$

7. 导数中函数的构造问题

(1)当条件中含“＋”时优先考虑 $xf(x)$；

(2)当条件中含“－”时优先考虑$\frac{f(x)}{x}$.

(3)当条件中含“$xf'(x)-nf(x)$”的形式构造函数$\frac{f(x)}{x^n}$。

(4)当条件中含“$nxf'(nx)+f(nx)$”的形式构造函数 $xf(nx)$。

(5)当条件中含“$f'(x)-f(x)$”的形式构造函数$\frac{f(x)}{e^x}$.

(6)当条件中含“$f'(x)\sin x-f(x)\cos x$”的形式构造函数$\frac{f(x)}{\sin x}$.

8. 洛必达法则

设函数 $f(x)$，$g(x)$满足：(1)$\lim\limits_{x\to a}f(x)=\lim\limits_{x\to a}g(x)=0$(或$\infty$)；(2)在 $U(a)$内，$f'(x)$和 $g'(x)$都存在，且 $g'(x)\neq0$；(3) $\lim\limits_{x\to a}\frac{f'(x)}{g'(x)}=A$($A$ 可为实数，A 也可以是$\pm\infty$).

则$\lim\limits_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}=\lim\limits_{x\to a}\frac{f'(x)}{g'(x)}=A$(可连续使用).

9. 隐零点问题

在求解导数问题时，我们一般对函数的零点设而不求，通过一种整体代换和过渡，再结合题目条件最终解决问题，我们称这类问题为“隐零点问题”.

求解三步曲：

(1)用零点存在性定理判定导函数零点的存在性，列出零点方程 $f'(x_0)=0$，并结合 $f(x)$的单调性得到零点的取值范围.

(2)以零点为分界点，说明导函数$f'(x)$的正负，进而得到$f(x)$的最值表达式.

(3)将零点方程适当变形，整体代入最值式子进行化简证明，有时(1)中的零点范围还可以适当缩小.

10. 极值点偏移问题

对于函数 $y=f(x)$在区间(a,b)内只有一个极值点 x_0，方程 $f(x)=0$ 的解为 x_1，x_2 且 $a<x_1<x_2<b$，若$\frac{x_1+x_2}{2}\neq x_0$.则称函数 $y=f(x)$在区间(a,b)上极值点偏移.

极值点偏移问题的解法：

(1)(对称化构造法)构造辅助函数：对结论 $x_1+x_2>2x_0$ 型，构造函数 $F(x)=f(x)-f(2x_0-x)$；对结论 $x_1x_2>x_0^2$型，构造函数 $F(x)=f(x)-f\left(\frac{x_0^2}{x}\right)$，通过研究 $F(x)$的单调性获得不等式.

(2)(比值代换法)通过代数变形将所证的双变量不等式通过代换 $t=\frac{x_1}{x_2}$化为单变量的函数不等式，利用函数单调性证明.

11．函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)(A>0，\omega>0)$的性质

(1)奇偶性：$\varphi=k\pi(k\in\mathbf{Z})$时，函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$为奇函数；$\varphi=k\pi+\frac{\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$时，函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$为偶函数．

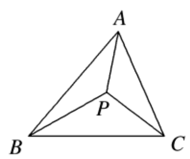
(2)三角函数的周期性：$f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)$和 $f(x)=A\cos(\omega x+\varphi)$的最小正周期为$\frac{2\pi}{\omega}$；$y=A\tan(\omega x+\varphi)$的最小正周期为$\frac{\pi}{\omega}$.

(3)根据 $y=\sin t$ 的性质研究 $y=\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0)$的性质：

由 $-\frac{\pi}{2}+2k\pi\leqslant\omega x+\varphi\leqslant\frac{\pi}{2}+2k\pi(k\in\mathbf{Z})$可得增区间，由$\frac{\pi}{2}+2k\pi\leqslant\omega x+\varphi\leqslant\frac{3\pi}{2}+2k\pi(k\in\mathbf{Z})$可得减区间；由 $\omega x+\varphi=k\pi(k\in\mathbf{Z})$可得对称中心；由 $\omega x+\varphi=k\pi+\frac{\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$可得对称轴．

12．奔驰定理

定理：如图，已知 P 为$\triangle ABC$ 内一点，则有 $S_{\triangle PBC}\cdot\overrightarrow{PA}+S_{\triangle PAC}\cdot\overrightarrow{PB}+S_{\triangle PAB}\cdot\overrightarrow{PC}=\mathbf{0}$.



由于这个定理对应的图象和奔驰车的标志很相似，我们把它称为“奔驰定理”．

“奔驰定理”与三角形“四心”：

已知点 O 在$\triangle ABC$ 内部，有以下四个推论：

(1)若 O 为$\triangle ABC$ 的重心，则$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=0$.

(2)若 O 为$\triangle ABC$ 的外心，则 $\sin 2A\cdot\overrightarrow{OA}+\sin 2B\cdot\overrightarrow{OB}+\sin 2C\cdot\overrightarrow{OC}=0$.

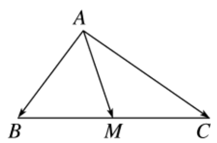
(3)若 O 为$\triangle ABC$ 的内心，则 $a\cdot\overrightarrow{OA}+b\cdot\overrightarrow{OB}+c\cdot\overrightarrow{OC}=0$.

备注：若 O 为$\triangle ABC$ 的内心，则 $\sin A\cdot\overrightarrow{OA}+\sin B\cdot\overrightarrow{OB}+\sin C\cdot\overrightarrow{OC}=0$ 也对．

(4)若 O 为$\triangle ABC$ 的垂心，则 $\tan A\cdot\overrightarrow{OA}+\tan B\cdot\overrightarrow{OB}+\tan C\cdot\overrightarrow{OC}=0$.

13．向量极化恒等式 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\left(\frac{\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}}{2}\right)^2-\left(\frac{\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}}{2}\right)^2$.

如图，在$\triangle ABC$ 中，设 M 为 BC 的中点，则$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AM}^2-\overrightarrow{MB}^2$.



14. 用“不动点法”求数列的通项公式

对于一个函数 $f(x)$，我们把满足 $f(m)=m$ 的值 $x=m$ 称为函数 $f(x)$ 的“不动点”．利用“不动点法”可以构造新数列，求数列的通项公式．

(1)若 $f(x)=ax+b(a\neq 0,1)$，p 是 $f(x)$ 的不动点．数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1}=f(a_n)$，则 $a_{n+1}-p=a(a_n-p)$，即 $\{a_n-p\}$ 是公比为 a 的等比数列．

(2)设 $f(x)=\dfrac{ax+b}{cx+d}(c\neq 0，ad-bc\neq 0)$，数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1}=f(a_n)$，$a_1\neq f(a_1)$．若 $f(x)$ 有两个相异的不动点 p，q，则 $\dfrac{a_{n+1}-p}{a_{n+1}-q}=k\cdot\dfrac{a_n-p}{a_n-q}$.

15. 数列中的奇、偶项问题

数列中的奇、偶项问题是对一个数列分成两个新数列进行单独研究，利用新数列的特征(等差、等比数列或其他特征)求解原数列．

(1)数列中的奇、偶项问题的常见题型

①数列中连续两项和或积的问题($a_n+a_{n+1}=f(n)$ 或 $a_n\cdot a_{n+1}=f(n)$)；

②含有 $(-1)^n$ 的类型；

③含有 $\{a_{2n}\}$，$\{a_{2n-1}\}$ 的类型；

④已知条件明确的奇偶项问题．

(2)对于通项公式分奇、偶不同的数列 $\{a_n\}$ 求 S_n 时，我们可以分别求出奇数项的和与偶数项的和，也可以把 $a_{2k-1}+a_{2k}$ 看作一项，求出 S_{2k}，再求 $S_{2k-1}=S_{2k}-a_{2k}$.

16. 空间角

设直线 l，m 的方向向量分别为 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$．平面 α，β 的法向量分别为 $\boldsymbol{u}$，$\boldsymbol{v}$。

(1)线线夹角

设 l，m 的夹角为 $\theta\left(0\leqslant\theta\leqslant\dfrac{\pi}{2}\right)$，则 $\cos\theta=\dfrac{|\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}|}{|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|}$

(2)线面夹角

设直线 l 与平面 α 的夹角为 $\theta\left(0\leqslant\theta\leqslant\dfrac{\pi}{2}\right)$，则 $\sin\theta=\dfrac{|\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{u}|}{|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{u}|}$

(3)二面角

设 $\alpha - a - \beta$ 的平面角为 $\theta(0\leqslant\theta\leqslant\pi)$，则$|\cos\theta| = \frac{|\boldsymbol{u}\cdot v|}{|\boldsymbol{u}||v|}$，观察图象得出结论。

17.外接球与内切球

①设正四面体的棱长为a ,则高为$\frac{\sqrt{6}}{3}a$，则外接球的半径 $R = \frac{\sqrt{6}}{4}a$，内切球的半径 $r=\frac{\sqrt{6}}{12}a$。

②正棱锥外接球的半径公式：$R = \frac{b^2}{2h}$，其中b为锥体的侧棱长，h为高。

③两个面垂直的几何体,其外接球半径的平方等于这两个面外接圆半径的平方减去交线平方的$\frac{1}{4}$。

④锥体的内切球半径：$r = \frac{3V}{S}$，其中V为锥体体积，S为表面积。

18. 圆上的点到直线距离为定值的点的个数

到直线距离为定值的点的轨迹是与已知直线平行的两条直线,这两条直线与圆的交点的个数即所求点的个数，即最多四个交点，可能是 0、1、2、3、4，首先计算圆心到直线的距离，再考虑这个距离与半径的关系，从直观上得到答案。

19. 圆的切线

(1)过圆上一点 P $\left(x_0, y_0\right)$ 的切线方程：①圆心在坐标原点: $x.x_0 + y.y_0 = r^2$；

②圆心不在坐标原点：$(x-a)(x_0-a)+(y-b)(y_0-b)=r^2$；

(2)若点 $P(x_0, y_0)$ 在圆外,则 $x.x_0 + y.y_0 = r^2$ 表示过 P 作圆两条切线,两切点确定直线方程。

20. 隐圆问题

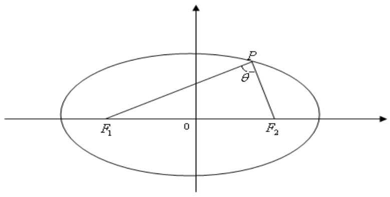
(1)在平面上给定相异两点 A, B, 设点 P 在同一平面上且满足$|PA| = \lambda|PB|$, 当 $\lambda>0$ 且 $\lambda\neq 1$ 时，点 P 的轨迹是个圆，这个圆我们称作阿波罗尼斯圆.

(2)两定点 A，B，动点 P 满足$\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB} = \lambda$，确定隐圆.

(3)两定点 A，B，动点 P 满足$|PA|^2 + |PB|^2$ 是定值，确定隐圆.

21. 焦点三角形

(1)椭圆上任意一点 P 与两焦点 F_1、F_2 构成的三角形：ΔPF_1F_2



①焦点三角形周长为定值：$2(a+c)$。

②$\angle F_1PF_2=\theta$, 当点P靠近短轴端点时θ增大，当点P靠近长轴端点时θ减小；与短轴端点重合时θ最大。

注：椭圆中端点三角形(长轴两端点与椭圆上一点构成)当 P 在短轴端点时顶角最大。

③焦点三角形面积：$S=\frac{1}{2}\times 2c\times|y|=c\times|y|=b^2\tan\frac{\theta}{2}$。$S_{\max}=bc$, 即$P$与短轴端点重合时面积最大。

(2) 双曲线中的焦点三角形面积：$S=\dfrac{b^2}{\tan\frac{\theta}{2}}$

22. 圆锥曲线直角弦

直角弦定义：直线与圆锥曲线相交于 A、B 两点，若存在点 P，使得 PA⊥PB，则弦 AB 叫做相对于点 P 的直角弦。

(1)相对于椭圆中心的直角弦

直线l与曲线$mx^2+ny^2=1$交于A,B两点，若$OA\perp OB$(O为曲线中心)，则称AB为相对于中心O的直角弦，由$x_1x_2+y_1y_2=0$，得中心O到直线l的距离为定值：$d=\frac{1}{\sqrt{m+n}}$

(2)相对于其它点的直角弦

$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$上一点$P(x_0,y_0)$, 过$P$作互相垂直的两条直线$PA,PB$, 与椭圆交于$A,B$两点，则$AB$恒过定点$\left(\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}x_0,\frac{b^2-a^2}{a^2+b^2}y_0\right)$。

秒杀方法：一般情况，直线AB（设直线AB方程为：$y=kx+m$。)与椭圆方程联立，利用根与系数的关系，使$\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=0$，会出现一个固定型关系式：

$(kx_0-y_0+m)\left(k\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}x_0-\frac{b^2-a^2}{a^2+b^2}y_0+m\right)=0$（记住，因运算较繁琐.),

即 $kx_0-y_0+m=0$，AB 恒过定点 $\left(x_0,y_0\right)$（舍去），

注意：若条件中以 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=0$ 或以 AB 为直径的圆过点 P 的形式给出，则不能舍去，答案有两个值。或 $k\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}x_0-\frac{b^2-a^2}{a^2+b^2}y_0+m=0$，AB 恒过定点 $\left(\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}x_0,\frac{b^2-a^2}{a^2+b^2}y_0\right)$。

23. 抛物线中的直角弦

(1)相对于原点的直角弦

抛物线中相对于曲线中心的直角弦：直线 l 交 $y^2=2px(p>0)$ 于 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$ 两点(注意设点技巧)，O 为原点，若 $OA\perp OB$，把 AB 叫做相对于 O 的直角弦，

①直线 l 恒过定点（2p，0）.

②△AOB 面积的最小值为 $S_{\min}=4p^2$。

③ $\boldsymbol{OM\perp AB}$，$\boldsymbol{M}$ 点的轨迹为：$\boldsymbol{x^2+y^2=2px,(x\neq 0)}$

④弦 $\boldsymbol{AB}$ 的中点 $\boldsymbol{N}$ 的轨迹方程为：$\boldsymbol{y^2=p(x-2p)}$

(2)相对于其它点的直角弦

$y^2=2px$ 上一点 $P\left(x_0,y_0\right)$，过 P 作互相垂直的两条直线 PA,PB，与抛物线交于 A,B 两点，则 AB 恒过定点 $\left(2p+x_0,-y_0\right)$

24. 抛物线的焦点弦中常考的二级结论

(1) $x_Ax_B=\frac{p^2}{4}$，$y_Ay_B=-p^2$。

引伸：M $(a,0)$ $(a>0)$ 在抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 的对称轴上，过 M 的直线交抛物线于两点。$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，$y_1.y_2=-2pa$ (定值)。

(2)焦点弦长 $|AB|=\frac{2p}{sin^2\theta}$ (θ 是直线 AB 与焦点所在轴的夹角) $=x_1+x_2+p$.焦点弦中通径(垂直于对称轴的焦点弦，长为 $2p$)最短。

(3)焦半径公式 $|AF|=\frac{p}{1-\cos\theta}$，$|BF|=\frac{p}{1+\cos\theta}$ (θ 为直线与焦点所在轴的夹角。)

$\frac{1}{|AF|}+\frac{1}{|BF|}=\frac{2}{p}$(定值)。(椭圆与双曲线中则有$\frac{1}{|AF|}+\frac{1}{|BF|}=\frac{2a}{b^2}$)

(4) $S_{\Delta AOB}=\frac{p^2}{2\sin\theta}$.

(5)过 A、B 分别向准线作垂线，垂足分别为 M、N。以 AB 为直径的圆与准线相切，切点为 MN 中点 Q， AQ,BQ 分别是抛物线的切线，并且分别是 $\angle MAB,\angle NBA$的角平分线。

以 MN 为直径的圆与 AB 相切，切点为焦点 F 。以焦半径为直径的圆与 y 轴相切。

25. 圆锥曲线中的弦的二级结论：

①在椭圆中，过焦点作互相垂直的两条弦，构成四边形的面积与两条弦长度之和的最值为：

当斜率不存在与斜率为 0 时面积与长度和最大；当斜率为±1时面积与长度和最小。

②在抛物线中，过焦点作互相垂直的两条弦，构成四边形的面积与两条弦长度之和最值为：

当斜率为±1时面积与长度和最小，无最大值。

③过椭圆或抛物线上一点 $\boldsymbol{P}(x_0,y_0)$ 作两条弦，与曲线交于 A，B，若 PA，PB 的斜率互为相反数，则 AB 的斜率为定值，抛物线：$\boldsymbol{k=-\frac{p}{y_0}}$，椭圆：$\boldsymbol{\frac{b^2x_0}{a^2y_0}}$，亦可理解为过 $\boldsymbol{P}(x_0,y_0)$ 作曲线切线斜率的相反数。

④直线 $x=my+n$ 与抛物线 $y^2=2px$ 交于 A、B，在 x 轴上存在定点 P（-n,0），使 PA、PB 的斜率互为相反数。逆过来亦成立，即 AB 恒过定点（n,0）。

⑤过椭圆焦点的直线与椭圆交于 A、B，存在定点 P(对应准线与焦点所在轴的交点$\left(\pm\frac{a^2}{c},0\right)$.)，使 PA、PB 的斜率互为相反数。逆过来亦成立，即 AB 恒过定点焦点。

⑥ A,B 是椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ 上关于原点对称的两点，椭圆上任意一点 P 满足：$\boldsymbol{k_{PA}k_{PB}=-\frac{b^2}{a^2}}$.

A,B 是双曲线上关于原点对称的两点，双曲线上任意一点 P 满足：$\boldsymbol{k_{PA}k_{PB}=\frac{b^2}{a^2}}$.

⑦已知直线l与椭圆交于A,B两点，点M是AB的中点，O为原点，则$\boldsymbol{k_{OM}k_{AB}=-\frac{b^2}{a^2}}$.

已知直线l与双曲线交于A,B两点，点M是AB的中点，O为原点，则$\boldsymbol{k_{OM}k_{AB}}=\frac{b^2}{a^2}$.

⑧已知直线AB与椭圆相切于点M，则$\boldsymbol{k_{OM}k_{AB}}=-\frac{b^2}{a^2}$.

已知直线AB与双曲线相切于点M，则$\boldsymbol{k_{OM}k_{AB}}=\frac{b^2}{a^2}$.

26. 过曲线上一点作曲线的切线

①过椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$上一点$P(x_0,y_0)$作切线，则切线方程为：$\frac{x_0x}{a^2}+\frac{y_0y}{b^2}=1$。

②过抛物线$y^2=2px$上一点$P(x_0,y_0)$作切线，则切线方程为：$y_0y=p(x+x_0)$。

③过椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$外一点$P(x_0,y_0)$作椭圆的两条切线，则两切点连线方程为：

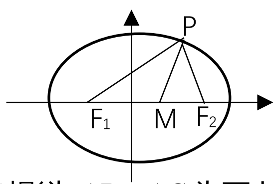
$\frac{x_0x}{a^2}+\frac{y_0y}{b^2}=1$。

④过$y^2=2px$外一点$P(x_0,y_0)$作抛物线的两条切线，则两切点连线方程为：

$y_0y=p(x+x_0)$。

27. 任意$\Delta ABC, tanA+tanB+tanC=tanA\cdot tanB\cdot tanC$

28. 角平分线定理：三角形一个角的平分线分其对边所成的两条线段与这个角的两边对应成比例，反之也成立。



若在椭圆中，PM为$\angle F_1PF_2$的角平分线，则有$\frac{MF_1}{PF_1}=\frac{MF_2}{PF_2}=e$

29. 三余弦定理：设A为面上一点，过A的斜线AO在面上的射影为AB，AC为面上的一条直线，那么$cos\angle OAC=cos\angle BAC\cdot cos\angle OAB$（$\angle BAC$和$\angle OAB$只能是锐角）

30. 立方和公式：$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$

立方差公式：$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$

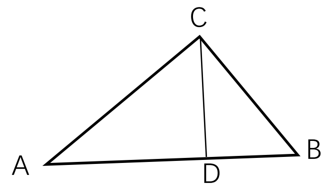
31. 超几何分布的期望：若$X\sim H(n,N,M)$,则$E(X)=\frac{nM}{N}$.(其中$\frac{M}{N}$为符合要求元素的频率),

32. $1^2+2^2+\cdots+n^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

$$1^3+2^3+\cdots+n^3=\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$$

33．射影定理

若CD为$Rt\Delta ABC$斜边上的高，则有：



$CD^2=AD\cdot BD \quad AC^2=AD\cdot AB \quad BC^2=BD\cdot BA$

34．四面体的体积公式

一个四面体的两条相对棱的长分别是a,b,它们的距离为d,所成的角为θ，那么它的体积是

$$V=\frac{1}{6}abdsin\theta.$$