**长郡中学2022年下学期高一期末考试**

**数学**

**时量：120分钟 满分：150分**

**一、选择题(本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．)**

1. 函数的定义域是( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】根据对数中真数大于零，分式中分母不等于零列不等式，解不等式即可得到定义域.

【详解】由可得，又因为，所以函数的定义域为.

故选：C.

2. 命题“”的否定是( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】根据存在量词命题的否定为全称量词命题即可得解.

【详解】解：因为存在量词命题的否定为全称量词命题，

所以命题“”的否定是.

故选：A.

3. 用二分法求函数在区间上零点的近似值，经验证有，取区间的中点，计算得，则此时零点满足( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】根据零点的存在性定理即可得出答案.

【详解】解：由题意，因为，

所以函数在区间上一定存在零点，

即函数的零点满足.

故选：C.

4. 青少年视力是社会普遍关注的问题，视力情况可借助视力表测量．通常用五分记录法和小数记录法记录视力数据，五分记录法的数据*L*和小数记录表的数据*V*的满足．已知某同学视力的五分记录法的数据为4.9，则其视力的小数记录法的数据为( )()

A. 1.5 B. 1.2 C. 0.8 D. 0.6

【答案】C

【解析】

【分析】根据关系，当时，求出，再用指数表示，即可求解.

【详解】由，当时，，

则.

故选：C.

5. 若，且，则( )

A.  B.  C.  D. 7

【答案】C

【解析】

【分析】先根据诱导公式化简，再运用平方关系求出进而得到最后运用两角和的正切公式可求出的值.

【详解】依题意



故选：C

6. 若正实数*x*，*y*满足，则*x*+2*y*的最小值为( )

A. 7 B. 8 C. 9 D. 10

【答案】C

【解析】

【分析】利用基本不等式进行求解即可.

【详解】因为*x*，*y*是正数，

所以有，

当且仅当时取等号，即当且仅当时取等号，

故选：C

7. 已知函数，其中表示不大于*x*的最大整数(如，)，则函数的零点个数是( )

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【答案】D

【解析】

【分析】构造函数与，作出图象，结合图象得出两函数的交点个数，即可求解.

【详解】设函数，，

则，所以函数为定义域上的为偶函数，

作出函数与的图象，如图所示，

当时，，结合图象，两函数有1个交点，即1个零点；

当时，，结合图象，两函数有1个交点，即1个零点；

当时，，两函数有1个交点，即1个零点；

当时，，，此时两函数有1个交点，即1个零点，综上可得函数共4个零点.

故选：D.



【点睛】本题主要考查了函数的零点个数的判定，以及函数的图象的应用，其中解答中构造新函数，作出函数的图象，结合两个函数的图象的交点个数进行判定是解答的关键，着重考查构造思想，以及数形结合思想的应用，属于中档试题.

8. 若函数的定义域为，且偶函数，关于点成中心对称，则下列说法正确的个数为( )

①的一个周期为2 ②

③的一条对称轴为 ④

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【答案】C

【解析】

【分析】由题意，根据函数的对称性，可得，，且，根据函数周期性的定义，可判①的正误；根据周期性的应用，可判②的正误；根据函数的轴对称性的性质，可判③的正误；根据函数的周期性，进行分组求和，根据函数的对称性，可得，，可判④的正误.

【详解】因为偶函数，所以，则，即函数关于直线成轴对称，

因为函数的图象是由函数的图象向左平移个单位，所以函数关于点成中心对称，则，且，

对于①，，

，则函数的周期，故①错误；

对于②，，故②正确；

对于③，，故③正确；

对于④，，则，

，则，

由，则，故④正确.

故选：C.

**二、选择题(本题共4小题，每小题5分，共20分，在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分．)**

9. 设函数，若，则取值可能是( )

A. 0 B. 3 C.  D. 2

【答案】AB

【解析】

【分析】根据分段函数的定义分类讨论求值即可.

【详解】若，则解得，满足题意；

若，则解得，满足题意；

故选:AB.

10. 下列各式中，值为的是( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】ABD

【解析】

【分析】根据诱导公式可判断A；由二倍角的正弦公式可计算B；由二倍角的余弦公式可判断C；由诱导公式可计算D.

【详解】对于A：，所以A正确

对于B：，所以B正确

对于C：，所以C不正确

对于D：，所以D正确，

故选：ABD.

11. 生活经验告诉我们，*a*克糖水中有*b*克糖(*a*>0，*b*>0，且*a*>*b*)，若再添加*c*克糖(*c*>0)后，糖水会更甜，于是得出一个不等式：.趣称之为“糖水不等式”.根据生活经验和不等式的性质判断下列命题一定正确的是( )

A. 若，则与的大小关系随*m*的变化而变化

B. 若，则

C. 若，则

D. 若，则一定有

【答案】CD

【解析】

【分析】根据“糖水不等式”，即可判断A；

举反例，如，即可判断B；

若，则，再根据“糖水不等式”即可判断C；

利用不等式的性质即可判断D.

【详解】解：对于A，根据“糖水不等式”，若，则，故A错误；

对于B，当时，，与题设矛盾，故B错误；

对于C，若，则，

根据“糖水不等式”， ，即，故C正确；

对于D，若，则，

所以，

所以，故D正确.

12. 已知函数是奇函数，下列选项正确的是( )

A. 

B. 函数在上的值域为

C. ，且，恒有

D. 若，恒有充分不必要条件为

【答案】ACD

【解析】

【分析】对于A，根据可求的值，验证即可；对于B，由，可得为增函数，从而可求值域；对于C，根据函数的单调性即可判断；对于D，根据函数的单调性可转化为对于恒成立，求出其成立的充要条件，根据集合间的包含关系及充分不必要条件的定义即可判断.

【详解】因为函数是奇函数，且定义域为，

所以，解得.

当时，，

则，故函数是奇函数，故A正确；

因为在上单调递增，且，

所以函数在上的值域为，故B错误；

因为单调递增，

所以，且，恒有，故C正确；

因为单调递增，

所以可转化为，即对于恒成立.

当时，不恒成立，不符合题意；

当时，可得，解得.

故，恒有的充要条件为.

因为，

所以，恒有充分不必要条件为，故D正确.

故选:ACD.

**三、填空题(本题共4小题，每小题5分，共20分)**

13. 半径为，圆心角为的弧长为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】##

【解析】

【分析】根据弧长公式(：扇形圆心角，：扇形的半径)

【详解】

故答案为：

14. 已知常数，，假设无论为何值，函数的图象恒经过一个定点，则这个定点的坐标是\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【解析】

【分析】利用对数函数性质可知，令即可求出图象恒过的定点的坐标.

【详解】因为的图象必过，即，当，即时，，

从而图象必过定点.

故答案为：.

15. 已知，若“”是“函数在区间上为增函数”的必要不充分条件，则实数的取值范围为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】先求出函数在区间上为增函数时的范围，再由必要不充分条件求解的范围．

【详解】函数在区间上为增函数，

时，符合题意；

时，，，

时，，，

综上，即，

又“”是“”的必要不充分条件，

所以，解得．

故答案为：．

16. 已知函数，若至少存在两个不相等的实数，使得，则实数的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【解析】

【分析】当时，易知必满足题意；当时，根据可得，由最大值点的个数可构造不等式组，结合确定具体范围.

【详解】至少存在两个不相等的实数，使得，

当，即时，必存在两个不相等的实数满足题意；

当，即时，，

，；

当时，解集为，不合题意；令，则；令，则；

综上所述：实数的取值范围为.

故答案为：.

【点睛】关键点点睛：本题考查根据正弦型函数最值点的个数求解参数范围的问题，解题关键是能够采用整体对应的方式，根据的范围所需满足的条件来构造不等式组，解不等式组求得结果.

**四、解答题(本题共6小题，共70分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)**

17. 已知集合，．

(1)若，求；

(2)若，求实数*m*的取值范围．

【答案】(1)；

(2).

【解析】

【分析】(1)解一元一次不等式求集合*A*，应用集合交运算求结果；

(2)由题意，列不等式组求参数范围.

【小问1详解】

由题设，，，

所以.

【小问2详解】

由题意，则，可得.

18. 已知是函数的一个零点.

(1)求实数的值；

(2)求单调递减区间.

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)利用函数的零点的定义，求得实数的值．

(2)利用三角恒等变化化简函数的解析式，再利用余弦函数的单调性求得 的单调递减区间．

【小问1详解】

解：因为，所以

由题意可知，即 ，

即 ，解得．

【小问2详解】

解：由(1)可得，

函数的递减区间为．

令，得，

所以的单调递减区间为．

19. 设函数，．

(1)解关于*x*的不等式，；

(2)当时，不等式恒成立，求*a*的取值范围．

【答案】(1)答案见解析；

(2).

【解析】

【分析】(1)讨论的大小关系分别求解集即可；

(2)将不等式化为在上恒成立，利用基本不等式求右侧最小值，即可得*a*的取值范围．

【小问1详解】

当时，不等式的解集为，

当时，不等式的解集为，

当时，不等式的解集为．

【小问2详解】

因为，由可得：，即，

因为，当且仅当，即时等号成立，

所以．

20. 已知是定义在上的奇函数，且.

(1)若，求的值；

(2)对任意的，，，恒有，解关于的不等式.

【答案】(1)0； (2).

【解析】

【分析】(1)根据函数的奇偶性计算即可得解；

(2)由可推出函数单调递减，可得单调递减，不等式可转化为，利用单调性求解即可.

【小问1详解】

因为是奇函数，所以，

则，

因为，所以；

【小问2详解】

不妨设，则，

又因为，

所以，

则在上单调递增，

所以在上单调递增；

因为，

所以，

所以，

又因为为奇函数，所以，

又因为在上单调递增，所以

，

则不等式的解集为.

21. 在股票市场上，投资者常根据股价(每股的价格)走势图来操作，股民老张在研究某只股票时，发现其在平面直角坐标系内的走势图有如下特点：每日股价*y*(元)与时间*x*(天)的关系在段可近似地用函数的图像从最高点*A*到最低点*C*的一段来描述(如图)，并且从*C*点到今天的*D*点在底部横盘整理，今天也出现了明显的底部结束信号．老张预测这只股票未来一段时间的走势图会如图中虚线段所示，且段与段关于直线对称，点*B*、*D*的坐标分别是、．



(1)请你帮老张确定的值，写出段的函数表达式，并指出此时*x*的取值范围；

(2)请你帮老张确定虚线段的函数表达式，并指出此时*x*的取值范围；

(3)如果老张预测准确，且在今天买入该只股票，那么最短买入多少天后，股价至少是买入价的两倍？

【答案】(1)，，，，

(2)，(3)天.

【解析】

【分析】(1)由已知图中两点的坐标求得与，进而可得的值，再由五点法作图的第三个点求解，即可得函数的解析式，并求得的范围；

(2)由对称性求解段的函数表达式，以及*x*的取值范围；

(3)由解得：，减去即得答案.

【详解】(1)由图以及两点的纵坐标可知：，，可得：，

则，

由解得：，

所以，，

所以段的函数表达式为，

(2)由题意结合对称性可知：段的函数解析式为：

，

(3)由解得：，

所以买入天后，股票至少是买入价的两倍.

22. 已知且，函数满足，设．

(1)求函数在区间上的值域；

(2)若函数和在区间上的单调性相同，求实数的取值范围．

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)先对和进行分类讨论，再利用题目所给的等式关系可求出的值，将所要求的函数换元后得到二次函数求出值域即可.

(2)先得到两个函数解析式和，分别对上单调递增和单调递减进行分类讨论，得到关于的不等式组，进而求出的取值范围即可.

【小问1详解】

当时，，解得；

当时，，无解，故的值为．

故．

因为，所以令，则，

故．

当时，，当时，．

故函数在区间上的值域为．

【小问2详解】

由题意，函数在上单调递减，函数在上单调递增．

由题可知函数与函数在区间上同增或者同减．

①若两函数区间上均单调递增，

则在区间上恒成立，

故，解得．

②若两函数在区间上均单调递减，

则区间上恒成立，

故，该不等式组无解．

综上，实数取值范围是．