**2022-2023学年度上学期武汉市重点中学4G+联合体期末考试**

**高一数学试卷**

**命题学校：育才高中 命题教师：胡四清 审题教师：刘勇**

**考试时间：2023年1月3日 试卷满分：150分**

**★祝考试顺利★**

**注意事项：**

**1．答题前，先将自己的姓名、准考证号填写在试卷和答题卡上，并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置．**

**2．选择题的作答：每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑．写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效．**

**3．非选择题的作答：用黑色签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内．写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效．**

**4．考试结束后，请将本试卷和答题卡一并上交．**

**一、单选题**

1. 已知集合，集合，则( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】先化简集合*A*、*B*，进而利用交集定义求得.

【详解】，，

则.

故选：C

2. 命题：，，则命题的否定是( )

A. ， B. ，

C. ， D. ，

【答案】C

【解析】

【分析】根据特称命题的否定可直接得到结果.

【详解】由特称命题的否定知：命题的否定为，.

故选：C.

3. 已知函数的定义域为，则函数的定义域为( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】求抽象函数的定义域，只需要牢记对应法则括号中的式子取值范围相同即可.

【详解】设，则，

因为函数的定义域为，所以当时，有意义，

所以，故当且仅当时，函数有意义，

所以函数的定义域为，

由函数有意义可得，所以，

所以函数的定义域为，

故选：D.

4. 设函数的最大值为，最小值为，则( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】将整理为，令，由奇偶性定义可证得为奇函数，则，由此可求得的值.

【详解】，

可令，则，

为定义在上的奇函数，，

则，.

故选：D.

5. 已知函数，满足对任意，都有成立，则的取值范围是( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】根据不等式可以确定函数的单调性，根据分段函数的单调性的性质进行求解即可.

【详解】不妨设，由，

因此该函数是实数集上的增函数，

于是有，

故选：B

6. 已知，，，则的大小关系为( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】

分别将与进行比较，然后可判断.

【详解】，，，所以得.

故选：A.

7. 已知，，且，则的最小值为( )

A.  B.  C. 9 D. 7

【答案】A

【解析】

【分析】根据，化简后利用基本不等式求解即可.

【详解】因为，，且，

所以



当，时等号成立，

所以最小值为，

故选：A.

8. 已知单调函数*f*(*x*)满足，则函数的零点所在区间为( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】先利用题给条件求得函数的解析式，再利用零点存在定理即可求得函数的零点所在区间.

【详解】设，则，

则，

又是定义在上的单调函数，

则，解之得，则

则，





则函数的零点所在区间为.

故选：D

**二、多选题**

9. 设，，则下列不等式一定成立的是( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】AB

【解析】

【分析】

由不等式的性质，的单调性及特殊值法，即可判断选项的正误.

【详解】A：由不等式性质：不等式两边同时加上或减去同一个数，不等式符号不变，即，正确；

B：因为在定义域内为增函数，由题意知，故有，正确；

C：当时，，故错误；

D：当时，，故错误；

故选：AB.

10. 下列说法正确的是( )

A. 是第三象限角

B. 若圆心角为的扇形的弧长为，则该扇形的面积为

C. 若角的终边过点，则

D. 若角为锐角，则为钝角．

【答案】ABC

【解析】

【分析】根据象限角定义、扇形弧长和面积公式、任意角三角函数的定义和锐角、钝角的定义依次判断各个选项即可.

【详解】对于A，终边位于第三象限，为第三象限角，A正确；

对于B，设扇形的半径为，则，解得：，扇形面积，B正确；

对于C，终边过点，，C正确；

对于D，当时，，此时是锐角，D错误.

故选：ABC.

11. 已知函数，下列说法正确的有( )

A. 当时，函数的定义域为R

B. 当时，函数的值域为R

C. 函数有最小值的充要条件为：

D. 若在区间上单调递增，则实数的取值范围是

【答案】ACD

【解析】

【分析】求得当时函数的定义域判断选项A；求得当时函数的值域判断选项B；求得函数有最小值的充要条件判断选项C；求得实数的取值范围判断选项D.

【详解】选项A：当时，函数，的定义域为R.判断正确；

选项B：当时，函数，

,故函数的值域为.判断错误；

选项C：若函数有最小值，

则有最小正值，则，即.

又当时，有最小正值，

则函数有最小值.

则函数有最小值的充要条件为：.判断正确；

选项D：若在区间上单调递增，

则，解之得.

则实数的取值范围是.判断正确.

故选：ACD

12. 若函数在其定义域内是奇函数或偶函数，则称具有奇偶性.以下函数中，具有奇偶性的函数是( )

A. 

B. 

C. 

D. 

【答案】BCD

【解析】

【分析】选项A，因为定义域不关于原点对称，所以很容易识别；选项B、C，先看看函数定义域是否关于原点对称，然后再求解与的关系，选项D，可以根据图像来识别.

【详解】选项A，令，则，解得.

所以函数的定义域是，定义域不关于原点对称，故不具有奇偶性；

选项B，为使函数的分子有意义，，于是恒成立，

故，

因为，

故是奇函数；

选项C，函数的定义域是，，

，

故为奇函数；

选项D，画出的图象，如图，图象关于*y*轴对称，



故为偶函数.

故选：BCD．

**三、填空题**

13. 已知函数，则\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】11

【解析】

【分析】

根据分段函数的解析式，先计算，然后计算即可.

详解】由题可知：

所以，

则

故答案为：11

14. 已知，则\_\_\_\_\_\_．

【答案】##.

【解析】

【分析】由题意求出，将要求的式子化简为，求解即可.

【详解】分子分母同除得，，

解得：，

所以.

故答案为：

15. 已知函数与的图像上存在关于轴对称的点，则的取值范围是\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【解析】

【分析】根据题意，点关于轴对称点为，即对于任意的点在上，则点在上，列出方程即可得到结果.

【详解】设点在函数上，则

则点在函数上，即

所以，化简可得

即，解得

故答案为: 

16. 已知函数，若，使得不等式成立，则实数的最大值是\_\_\_\_\_\_．

【答案】8

【解析】

【分析】根据不等式的形式构造新函数，利用新函数的单调性、奇偶性，结合对勾函数的单调性、存在性的性质进行求解即可.

【详解】构造函数，

因为，

所以函数是奇函数，

当时，

，

因为，所以，

因此有，

所以有，因此此时函数单调递减，而，函数是奇函数，所以函数是实数集上的减函数，



，

因为，所以由，，

令

当时， 单调递减，当时，单调递增，

因为，,∴在上的最大值为，

要想，使得不等式成立，只需 ，则实数的最大值是

故答案为：

【点睛】关键点睛：构造新函数，利用新函数的奇偶性和单调性，结合对勾函数的单调性是解题的关键.

**四、解答题**

17. (1)已知，且为第二象限角，求，的值；

(2)化简求值：

【答案】(1)，；(2)2．

【解析】

【分析】(1)利用同角三角函数的关系即可求得，的值；

(2)利用指对数运算规则即可求得该代数式值.

【详解】(1)由，且为第二象限角，

可得，

；

(2)





18. 已知，．

(1)若是的充分条件，求实数的取值范围；

(2)若是的必要条件，求实数的取值范围．

【答案】(1)；

(2)

【解析】

【分析】(1)先化简条件，再利用是的充分条件列出关于实数的不等式，解之即可求得实数的取值范围；

(2)按实数分类讨论，利用是的必要条件列出关于实数的不等式，解之即可求得实数的取值范围.

【小问1详解】

由，可得，则

又，且是的充分条件，

可得，解之得，则实数的取值范围为；

【小问2详解】

由(1)得，

当时， ，，此时，是的必要条件，符合要求；

当时，由是的必要条件，

可得，解之得，

综上，实数的取值范围为.

19. 2022年某企业整合资金投入研发高科技产品，并面向全球发布了首批17项科技创新重大技术需求榜单，吸引清华大学、北京大学等60余家高校院所参与，实现企业创新需求与国内知名科技创新团队的精准对接，最终该公司产品研发部决定将某项高新技术应用到某高科技产品的生产中，计划该技术全年需投入固定成本6200万元，每生产千件该产品，需另投入成本万元，且，假设该产品对外销售单价定为每件0.9万元，且全年内生产的该产品当年能全部售完．

(1)求出全年利润万元关于年产量千件的函数关系式；

(2)试求该企业全年产量为多少千件时，所获利润最大，并求出最大利润．

【答案】(1)；

(2)该企业全年产量为90千件时，所获利润最大为15600万元

【解析】

【分析】(1)利用分段函数即可求得全年的利润万元关于年产量千件的函数关系式；

(2)利用二次函数求值域和均值定理求值域即可求得该企业全年产量为90千件时，所获利润最大为15600万元.

【小问1详解】

当时，，

当时，，

所以．

【小问2详解】

若，则，当时，；

若，，

当且仅当，即时，等号成立，此时．

因为，所以该企业全年产量为90千件时，所获利润最大为15600万元．

20. 已知函数(，为常数，且)，满足，方程有唯一解．

(1)求函数的解析式

(2)如果不是奇偶函数，证明：函数在区间上是增函数．

【答案】(1)或或；

(2)证明见解析.

【解析】

【分析】(1)根据，的正负性，结合代入法进行求解即可；

(2)根据函数奇偶性的定义，结合函数单调性的定义进行证明即可.

【小问1详解】

由，得到，

①，，则，由得，即；

②若，，则，由得，即；

③，，由得，由得，

又由得，即．

∴函数的解析式为或或；

【小问2详解】

因为，所以函数是奇函数，

因为，所以函数是偶函数，

若不是奇、偶函数，由(1)知

任取，，且

，即，

∴在区间是增函数．

21. 我们知道，函数的图像关于坐标原点成中心对称图形的充要条件是函数为奇函数，有同学发现可以将其推广为：函数的图像关于点成中心对称图形的充要条件是函数为奇函数，

(1)求函数的对称中心；

(2)已知，，若对任意的，总存在，使成立，求实数的取值范围．

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)求出，判断为奇函数，即可证明；

(2)若对任意的，总存在，使成立，只需函数的值域为函数的值域的子集．分别求出和的值域，即可得出答案.

【小问1详解】

因为，而为奇函数，

所以的图象是关于点成中心对称.

【小问2详解】

若对任意的，总存在，使成立，只需函数的值域为函数的值域的子集．

∵函数,易得函数在上单调递减，求出函数的值域为，下讨论的值域．

①当时，为常数，不符合题意舍去；

②当时，的值域为，只需，解得；

③当时，的值域为，不符合题意舍去，

综上，取值范围为.

22. 已知是函数的零点，．

(1)求实数的值；

(2)若方程有三个不同的实数解，求实数的取值范围．

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)依据题给条件列出关于实数的方程，解之即可求得实数的值；

(2)先将题给方程化简整理，利用换元法转化为二次方程有二根，再利用指数函数列出关于实数的不等式，解之即可求得实数的取值范围．

【小问1详解】

∵是函数的零点

∴，解之得；

【小问2详解】

由(1)得，则，

则方程

可化为，

∵，∴两边同乘得：

，则此方程有三个不同的实数解.

令则，则，解之得或，

当时，，得；

当时，，则此方程有两个不同的实数解，

则，解之得．

则实数的取值范围为．