**华中师范大学附属第一中学高一上学期期末综合(一)**

**一、单选题(本大题共8小题，共40.0分.在每小题列出的选项中，选出符合题目的一项)**

1. 设集合，，则( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】求出集合，然后直接利用集合的交集与补集的概念求解即可．

【详解】因为集合，，，

.

故选：A．

2. 设命题*p*：所有的等边三角形都是等腰三角形，则*p*的否定为( )

A. 所有的等边三角形都不是等腰三角形 B. 有的等边三角形不是等腰三角形

C. 有的等腰三角形不是等边三角形 D. 不是等边三角形的三角形不是等腰三角形

【答案】B

【解析】

【分析】根据全称量词命题的否定为存在量词命题即可得解.

【详解】解：因为全称量词命题的否定为存在量词命题

所以命题*p*的否定为：有的等边三角形不是等腰三角形.

故选：B.

3. 著名的物理学家牛顿在17世纪提出了牛顿冷却定律，描述温度高于周围环境的物体向周围媒质传递热量逐渐冷却时所遵循的规律.新闻学家发现新闻热度也遵循这样的规律，即随着时间的推移，新闻热度会逐渐降低，假设一篇新闻的初始热度为，经过时间天之后的新闻热度变为，其中为冷却系数.假设某篇新闻的冷却系数，要使该新闻的热度降到初始热度的以下，需要经过天(参考数据：)( )

A. 6 B. 7 C. 8 D. 9

【答案】C

【解析】

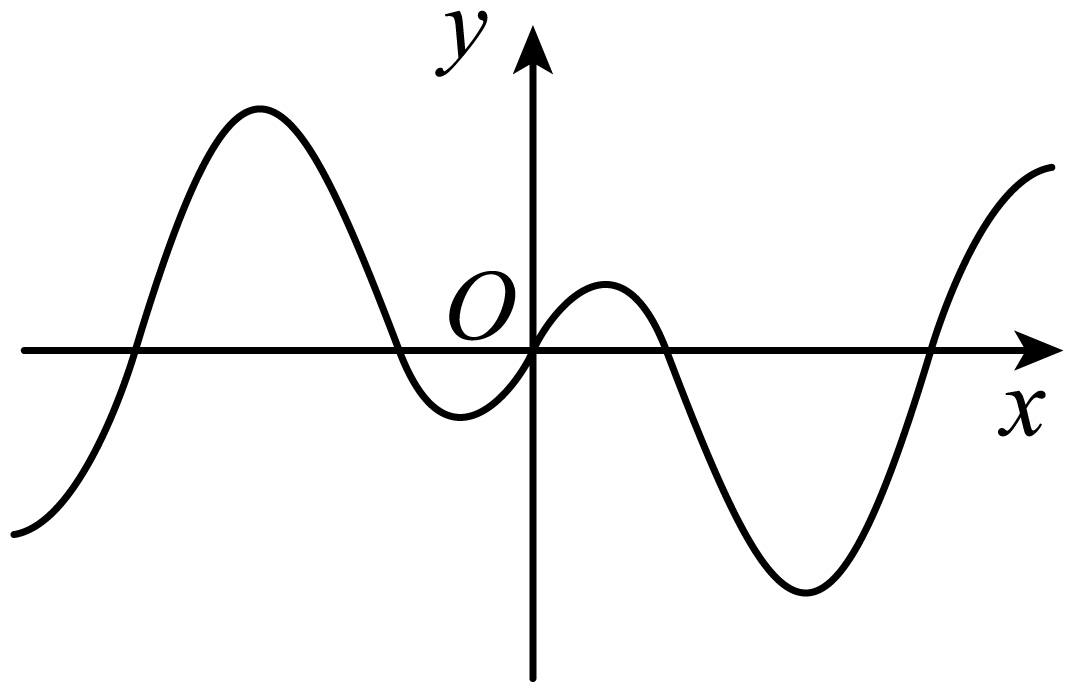
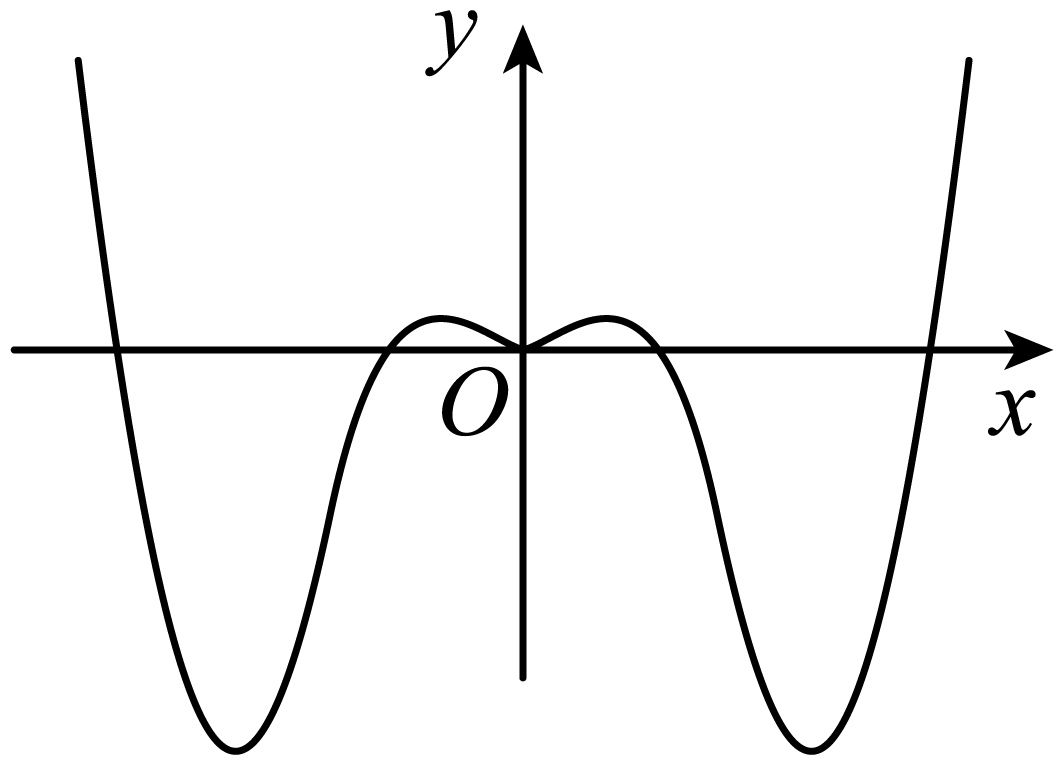
【分析】根据题意建立不等式求解.

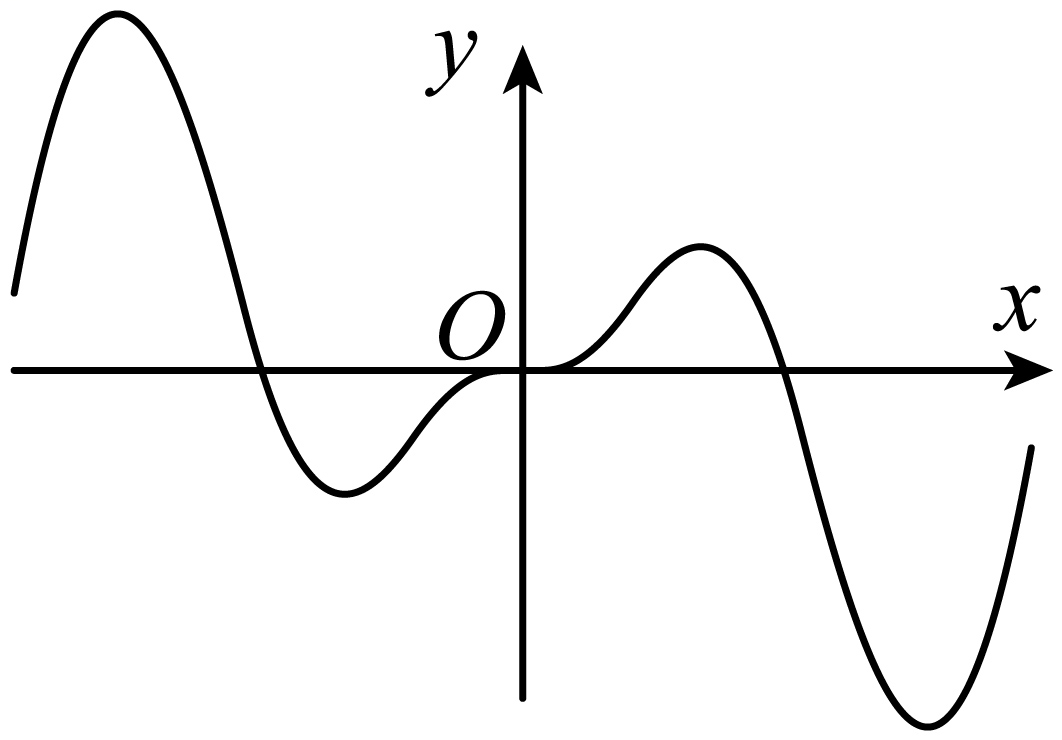
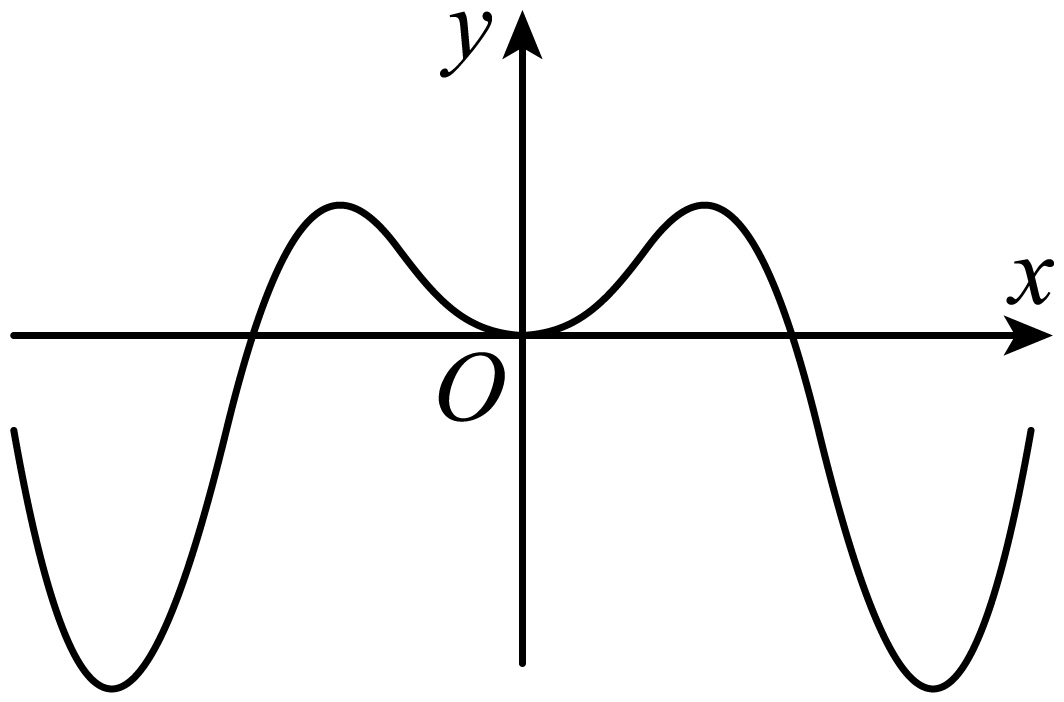
【详解】依题意， ， ，

即经过8天后，热度下降到初始热度的10%以下；

故选：C.

4. 函数的图象大致为( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】利用函数奇偶性和特殊值法进行判断．

【详解】因为，所以是偶函数，故A，C错误；

，选项B符合函数，D不符合

故选：B.

5. 设，，，则( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】根据对数函数的单调性，得出，再判断和的大小，即可得到答案.

【详解】根据对数函数的单调性，，

，，则，，明显可见，，

，得.

故选：D

6. 已知函数的定义域为，则函数的定义域为( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】由函数的定义域求出函数的定义域，再根据抽象函数的定义域问题即可得解.

【详解】解：由函数的定义域为，得，

所以函数的定义域为，

由函数，

得，解得，

所以函数的定义域为.

故选：B.

7. 已知函数在区间上的最小值为，则*a*的取值范围为( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】根据二倍角得余弦公式化简，从而问题可转化为在区间上有解，再分，和三种情况讨论即可得出答案.

【详解】解：，

因为函数在区间上的最小值为，

所以在区间上有解，

当时，由，得，

则有，解得，

当时，，与题意矛盾，

当时，由，得，

则有或，解得，

综上*a*的取值范围为.

故选：A.

8. 已知函数，，函数有4个不同的零点且，则的取值范围为( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

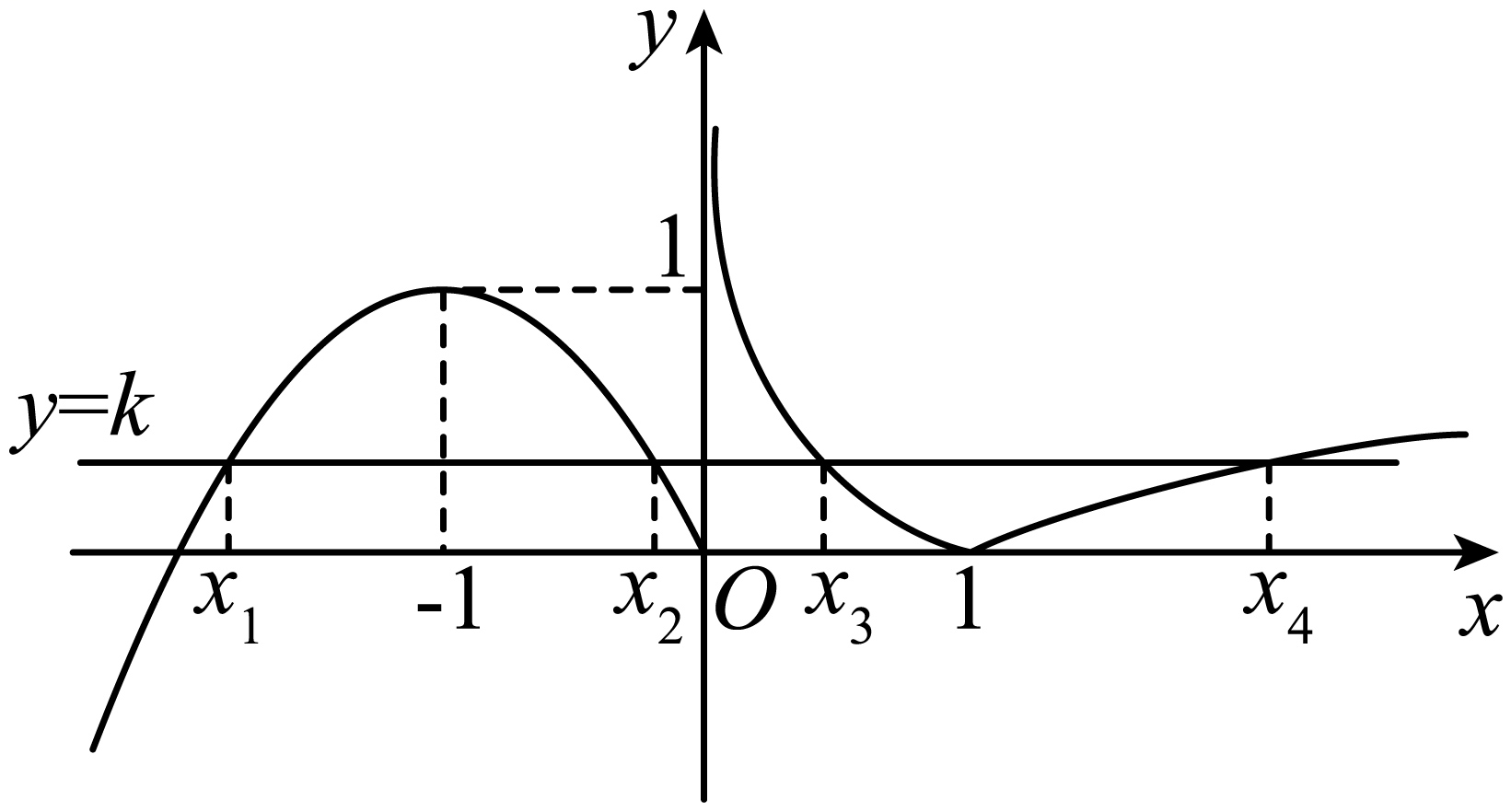
【分析】令，得，问题转化为，有4个不同的根，即

函数与函数有4个不同的交点，分别作出与的图像，利用二次函数与对数函数的图像性质，计算可得答案.

【详解】，令，得，

函数有4个不同的零点，即有4个不同的根；

根据题意，作出的图像，如图



明显地，根据二次函数和对数函数的性质，有，，

因为，故，

令，得或，故，

又因为，

则，整理得

故的取值范围为.

故选：B

**二、多选题(本大题共4小题，共20.0分.在每小题有多项符合题目要求)**

9. 已知为第二象限角，则下列说法正确的是( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】BD

【解析】

【分析】先根据为第二象限角，求出的范围再结合正弦函数的性质及辅助角公式分析即可得出答案.

【详解】解：因为为第二象限角，所以，

则，

当为偶数时，不妨令，

此时，，

，

由，得，则，

所以，

当为奇数时，不妨令，

此时，，

由，得，则，

所以，

综上所述，说法正确的是BD.

故选：BD.

10. 已知函数，，若存在实数*m*，使得对于任意的，都有，则称函数，有下界，*m*为其一个下界；类似的，若存在实数*M*，使得对于任意的，都有，则称函数，有上界，*M*为其一个上界.若函数，既有上界，又有下界，则称该函数为有界函数.下列说法正确的是( )

A. 若函数定义域上有下界，则函数有最小值

B. 若定义在上的奇函数有上界，则该函数一定有下界

C. 若函数为有界函数，则函数是有界函数

D. 若函数的定义域为闭区间，则该函数是有界函数

【答案】BC

【解析】

【分析】根据函数上界，下界，有界的定义分别进行判断即可．

【详解】解：对于A，当时，，则恒成立，则函数有下界，但函数没有最小值，故A错误；

对于B，若定义在上的奇函数有上界，不妨设当时，成立，

则当时，，则，

即，则，该的下界是，则函数是有界函数，故B正确；

对于C，对于函数，若函数为有界函数，

设，则或，

该函数是有界函数，故C正确；

对于D，函数，

则函数的定义域为闭区间，值域为，

则只有下界，没有上界，即该函数不是有界函数，故D错误.

故选：BC.

11. 已知*a*为实数，且，函数，则下列说法正确的是( )

A. 当时，函数的图像关于中心对称 B. 当时，函数为减函数

C. 函数图像关于直线成轴对称图形 D. 函数图像上任意不同两点的连线与*x*轴有交点

【答案】AD

【解析】

【分析】根据函数的性质进行判断即可.

【详解】由已知

对于A：，，由函数图像变换可知，的图像关于中心对称，故A正确.

对于B：，定义域为，又因为，

所以，所以在和为减函数，所以函数在和为减函数，故B错误.

对于C：因为，令，所以点不在的图象上，但在该函数的图象上，故C错误.

对于D：因为，定义域为，且时，，所以图像上任意不同两点的连线不平行于轴，所以函数图像上任意不同两点的连线与*x*轴有交点，故D正确.

故选：AD

12. 已知奇函数，恒成立，且当时，，设，则( )

A. 

B. 函数为周期函数

C. 函数在区间上单调递减

D. 函数的图像既有对称轴又有对称中心

【答案】BCD

【解析】

【分析】由与的关系式及的周期性、奇偶性，即可求和判断的周期，进而判断A 和B；利用奇函数性质求在上的解析式，结合的周期性及求上的解析式判断C，利用对称性判断、是否成立判断D.

【详解】因为，所以，，又为奇函数，故，利用，可得

，故的周期为4；

因为周期为4，则的周期为4，又是奇函数，

所以，A错误，B正确；

当时，，因为为奇函数，故时，，因为恒成立，令，此时，，则，，故时，，

令，即，则，即；

令，即，则，即；

令，即，，

所以，

根据周期性在上的图像与在相同，

所以，当，即时，，故在上单调递减，C正确；

由是周期为4的奇函数，则且，

所以，故关于对称，

，所以关于对称，D正确.

故选：BCD

**三、填空题(本大题共4小题，共20.0分)**

13. 幂函数在上单调递减，则\_\_\_\_\_\_.

【答案】4

【解析】

【分析】根据题意可得且，从而可求出的值.

【详解】因为幂函数在上单调递减，

所以且，

由，得，，

解得或，

当时，不满足，所以舍去，

当时，满足，

综上，，

故答案为：4

14. 已知集合没有非空真子集，则实数*a*构成的集合为\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】根据题意可得集合中元素的个数为1或0个，再分情况讨论即可，注意这种情况.

【详解】解：因为集合没有非空真子集，

所以集合中元素的个数为1或0个，

当集合中元素的个数为1个时，

若，则有，解得，符合题意，

若，则有，解得，

当集合中元素的个数为0个时，

则，解得，

综上或，

即实数*a*构成的集合为.  
故答案为：.

15. 已知均为实数且，，则的最小值为\_\_\_\_\_\_.

【答案】3

【解析】

【分析】由可得，再将变形为，利用基本不等式即可求解.

【详解】由，可得，

因为，所以，，

则，

当且仅当，即时取等号.

所以的最小值为3.

故答案为：3

16. 已知偶函数的定义域为，已知当时，，若，则的解集为\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】由，可得，令，从而可得出函数在上得单调性，再判断函数的奇偶性，结合，求得，而所求不等式可化为，再根据函数的单调性和奇偶性列出不等式即可得出答案.

【详解】解：当时，由，

得，

令，当时，，

则，

所以函数在上递减，

因为函数为偶函数，所以，

则，

所以函数也是偶函数，

因为，所以，

不等式可化，

即，

所以，解得，

所以的解集为.

故答案为：.

**四、解答题(本大题共6小题，共70.0分.解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤)**

17. 已知函数

(1)求函数的单调递增区间；

(2)设，，求的值.

【答案】(1)；

(2).

【解析】

【分析】(1)利用三角恒等变换化简，再根据正弦函数的单调性结合整体思想即可得解；

(2)由题意可求得，再根据平方关系求出，再根据结合两角差的正弦公式即可得解.

【小问1详解】

解：，

令，

得，

所以函数的单调递增区间为；

【小问2详解】

解：因为，

所以，

又，则，

所以，

所以.

18. 在①，②，③这三个条件中任选一个，补充在下面的横线上，并回答下列问题.设全集，\_\_\_\_\_\_，

(1)若，求；

(2)若“”是“”的充分不必要条件，求实数*a*的取值范围.

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)根据除法不等式，绝对值不等式，对数函数的定义域即可分别求出三种情形下的集合*A*；(2)对集合*B*中不等式进行因式分解，再根据充分必要条件和集合包含关系即可求解.

【小问1详解】

若选①：

，

，

所以，

，

，

故.

若选②：



，

所以，

，

，

故.

若选③：

，

，

所以，

，

，

故.

【小问2详解】

由(1)知，

，

因为“”是“”的充分不必要条件，

(i)若，即，

此时，

所以

等号不同时取得，

解得.

故.

(ii)若，则，不合题意舍去；

(iii)若，即，

此时，



等号不同时取得，

解得.

综上所述，*a*的取值范围是.

19. 2022年冬天新冠疫情卷土重来，我国大量城市和地区遭受了奥密克戎新冠病毒的袭击，为了控制疫情，某单位购入了一种新型的空气消毒剂用于环境消毒，已知在一定范围内，每喷洒1个单位的消毒剂，空气中释放的浓度单位：毫克/立方米随着时间单位：小时变化的关系如下：当时，；当时，若多次喷洒，则某一时刻空气中的消毒剂浓度为每次投放的消毒剂在相应时刻所释放的浓度之和.由实验知，当空气中消毒剂的浓度不低于毫克/立方米时，它才能起到杀灭空气中的病毒的作用.

(1)若一次喷洒4个单位的消毒剂，则有效杀灭时间可达几小时？

(2)若第一次喷洒2个单位的消毒剂，6小时后再喷洒个单位的消毒剂，要使接下来的4小时中能够持续有效消毒，试求*a*的最小值.精确到，参考数据：取

【答案】(1)8 (2)1.6

【解析】

【分析】(1)根据喷洒4个单位的净化剂后浓度为，由求解；

(2)得到从第一次喷洒起，经小时后，浓度为，化简利用基本不等式求解.

【小问1详解】

解：因为一次喷洒4个单位的净化剂，

所以其浓度为，

当时，，解得，此时，

当时，，解得，此时，

综上，

所以若一次喷洒4个单位的消毒剂，则有效杀灭时间可达8小时；

【小问2详解】

设从第一次喷洒起，经小时后，

其浓度，

，

因为，

所以，

当且仅当，即时，等号成立；

所以其最小值为，

由，解得，

所以*a*的最小值为.

20. 已知函数，将函数向右平移个单位得到的图像关于*y*轴对称且当时，取得最大值.

(1)求函数的解析式：

(2)方程在上有4个不相等的实数根，求实数的取值范围.

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)利用正弦函数的平移变换结合图像和性质求解即可；

(2)利用正弦函数的图像和一元二次函数根与系数的关系求解即可.

【小问1详解】

函数向右平移个单位可得，

因为关于轴对称，所以解得，

因为，所以或，

又因为当时，取得最大值，所以解得，

综上，

所以.

【小问2详解】

令，

由(1)得当时，，

由正弦函数的图像可得当时有两个解，

所以要使方程有4个不相等的实数根，

则关于的一元二次方程有两个不相等的实数根且两根都在区间内，

所以，且，

解得.

21. 已知函数.

(1)试判断函数的奇偶性；

(2)当时，求函数的值域；

(3)已知，若，使得，求实数*a*的取值范围.

【答案】(1)是偶函数

(2)

(3)

【解析】

【分析】(1)利用函数奇偶性的定义式判断即可；

(2)根据复合函数求值域计算即可；

(3)根据不等式恒成立与能成立综合，原式等价于，分别计算和的最小值，再代入解关于*a*的不等式即可.

【小问1详解】

的定义域为



故是偶函数.

【小问2详解】

当时，

因为，所以，所以，

即的值域是.

【小问3详解】

，使得

等价于.

,

所以.

令函数，

对，当时，

有

所以在上单调递增.

于是，当时，在单调递增，故，

所以，解得，即*a*的范围为；

当时，在单调递减，故，

所以，无解.

综上：*a*的取值范围为.

22. 已知函数

(1)若关于*x*的不等式的解集为，求*a*，的值；

(2)已知，当时，恒成立，求实数*a*的取值范围；

(3)定义：闭区间的长度为，若对于任意长度为1的闭区间*D*，存在，求正数*a*的最小值.

【答案】(1)

(2)

(3)4

【解析】

【分析】(1)根据三个二次之间的关系列式求解；(2)令，根据恒成立问题结合参变分离运算求解；(3)由二次函数的对称性分和两种情况，根据题意分析运算.

【小问1详解】

∵不等式的解集为，则方程的根为，且，

∴，解得，

故.

【小问2详解】

令，

若，即，

则，

∵的开口向上，对称轴为，则在单调递减，在单调递增，且，

∴，即，

故实数*a*的取值范围为.

【小问3详解】

的开口向上，对称轴为，

∵，根据二次函数的对称性不妨设，则有：

当时，在上单调递增，则可得，

即，解得；

当，即时，在上单调递减，在上单调递增，则可得，

∵，则，

∴，即；

综上所述：，

故正数*a*最小值为4.