**杭州二中2022学年第一学期高一年级期末数学试卷**

**本试卷分为第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分，共150分，考试时间120分钟**

**第Ⅰ卷(选择题)**

**一、单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1. 已知集合，，则( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】由对数函数单调性解不等式，化简*N*，根据交集运算求解即可.

【详解】因为，,

所以，

故选：D

2. 已知，，则“”是“”的( )

A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

【答案】A

【解析】

分析】

利用充分条件和必要条件的定义直接判断即可.

【详解】依题意，，若，则，故，即“”可推出“”；

若，结合，，则有，或者，故或，即“”推不出“”.

故“”是“”的充分不必要条件.

故选：A.

3. 中，角的对边分别为，且，，，那么满足条件的三角形的个数有( )

A. 0个 B. 1个 C. 2个 D. 无数个

【答案】C

【解析】

【分析】利用余弦定理求出的值即可求解.

【详解】因为在中，，，，由余弦定理可得：

，所以，也即，

解得：，所以满足条件的三角形的个数有2个，

故选：.

4. 已知曲线，，则下面结论正确的是( )

A. 把上各点的横坐标伸长到原来的2倍，纵坐标不变，再把得到的曲线向右平移个单位长度，得到曲线

B. 把上各点的横坐标伸长到原来的2倍，纵坐标不变，再把得到的曲线向左平移个单位长度，得到曲线

C. 把上各点的横坐标缩短到原来的倍，纵坐标不变，再把得到的曲线向左平移个单位长度，得到曲线

D. 把上各点的横坐标缩短到原来的倍，纵坐标不变，再把得到的曲线向左平移个单位长度，得到曲线

【答案】C

【解析】

【分析】根据函数图像的伸缩变换与平移变换的法则，即可得解．

【详解】已知曲线，把曲线上各点的横坐标缩短到原来的倍，纵坐标不变，得到曲线，

再把曲线向左平移个单位长度，得到曲线，即曲线.

故选：C.

5. 用二分法判断方程在区间内的根(精确度0.25)可以是(参考数据：，) (　　)

A. 0.825 B. 0.635 C. 0.375 D. 0.25

【答案】B

【解析】

【分析】设，由题意可得是上连续函数，由此根据函数零点的判定定理求得函数的零点所在的区间．

【详解】设，

，，

，

在内有零点，



在内有零点，

方程根可以是0.635.

故选：B．

6. 已知函数，若函数恰有两个零点，则实数不可能是(    )

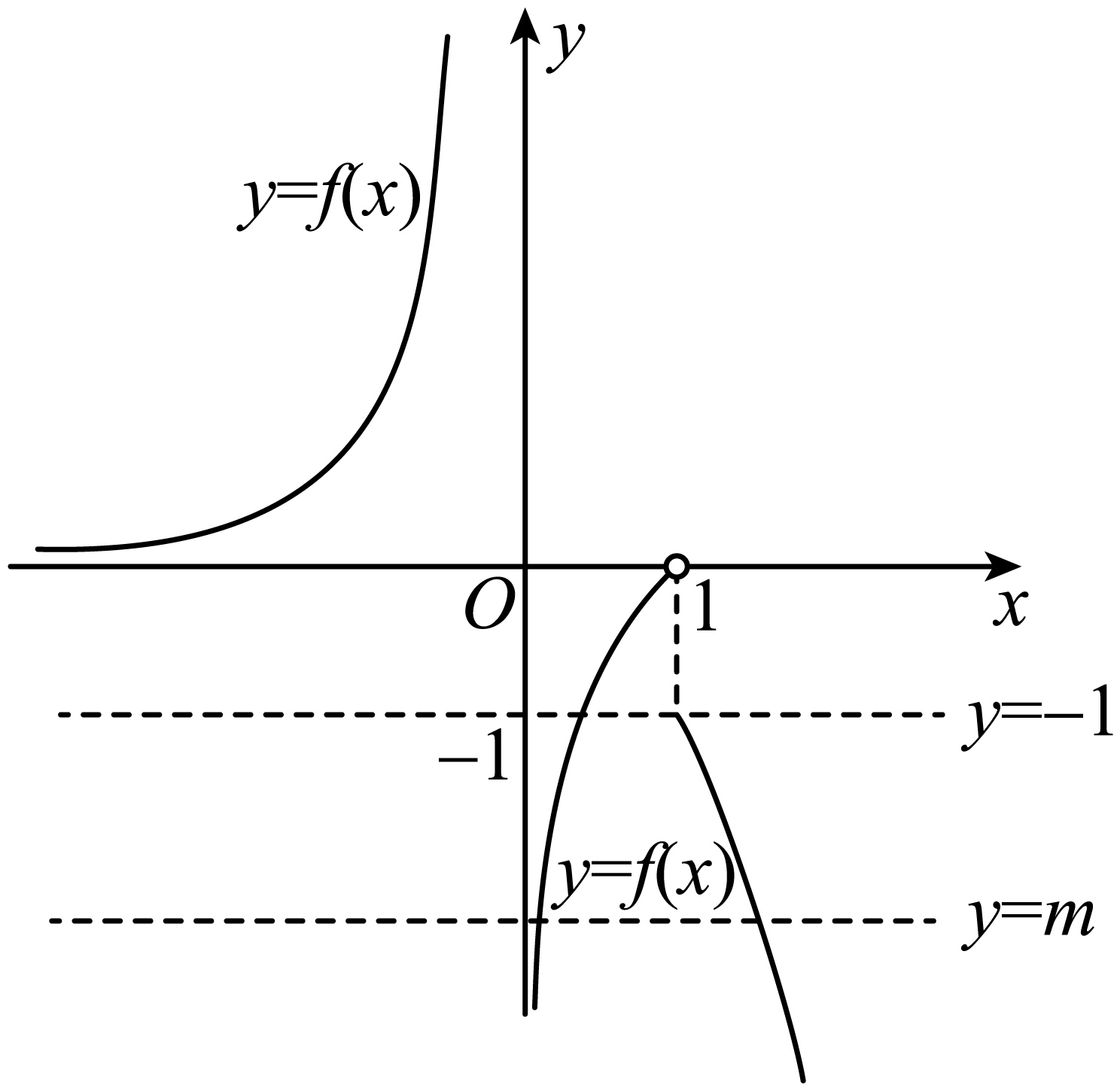
A.  B. -10 C. 1 D. -2

【答案】C

【解析】

【分析】依题意画出函数图像，函数的零点，转化为函数与函数的交点，数形结合即可求出参数的取值范围；

【详解】因为，画出函数的图像如下所示，



函数的有两个零点，

即方程有两个实数根，

即有两个实数根，

即函数与函数有两个交点，

由函数图像可得，

所以不能为1，

故选：C.

7. 已知，则的值为( )

A.  B.  C.  D. 不存在

【答案】B

【解析】

【分析】由，代入已知条件解方程即可.

【详解】，

由， 则，解得，

由三角函数的值域可知，不成立，故.

故选：B

8. 已知， ， ，则( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】比较，等价成比较，在时的大小，结合函数的单调性，由数形结合即可判断；

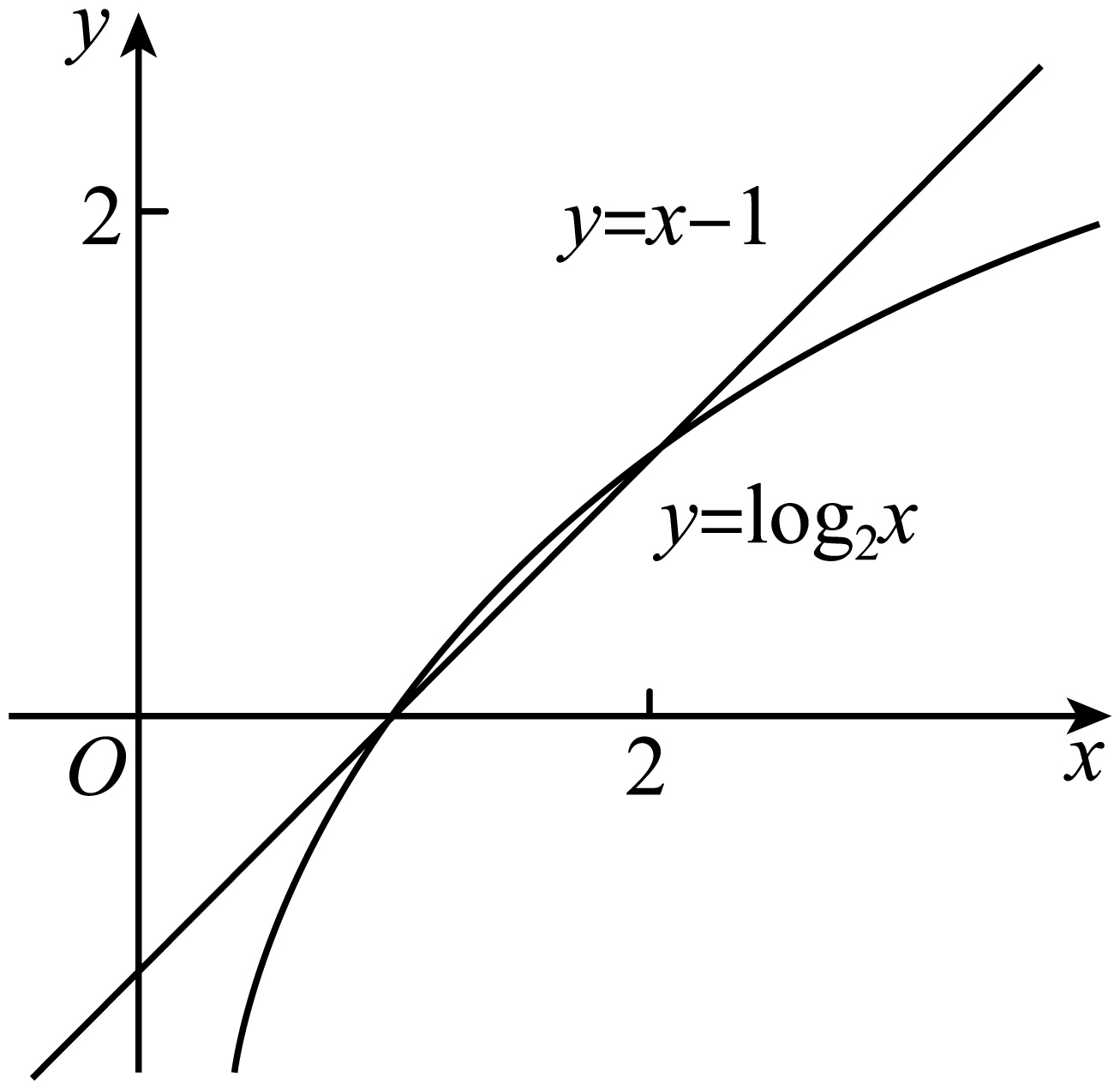
比较，构造单位圆*A*如图所示，，于D，则比较转化于比较、的长度即可.

【详解】，，

设，函数图象如图所示，

均单调递增，且，结合图象得在，，即，

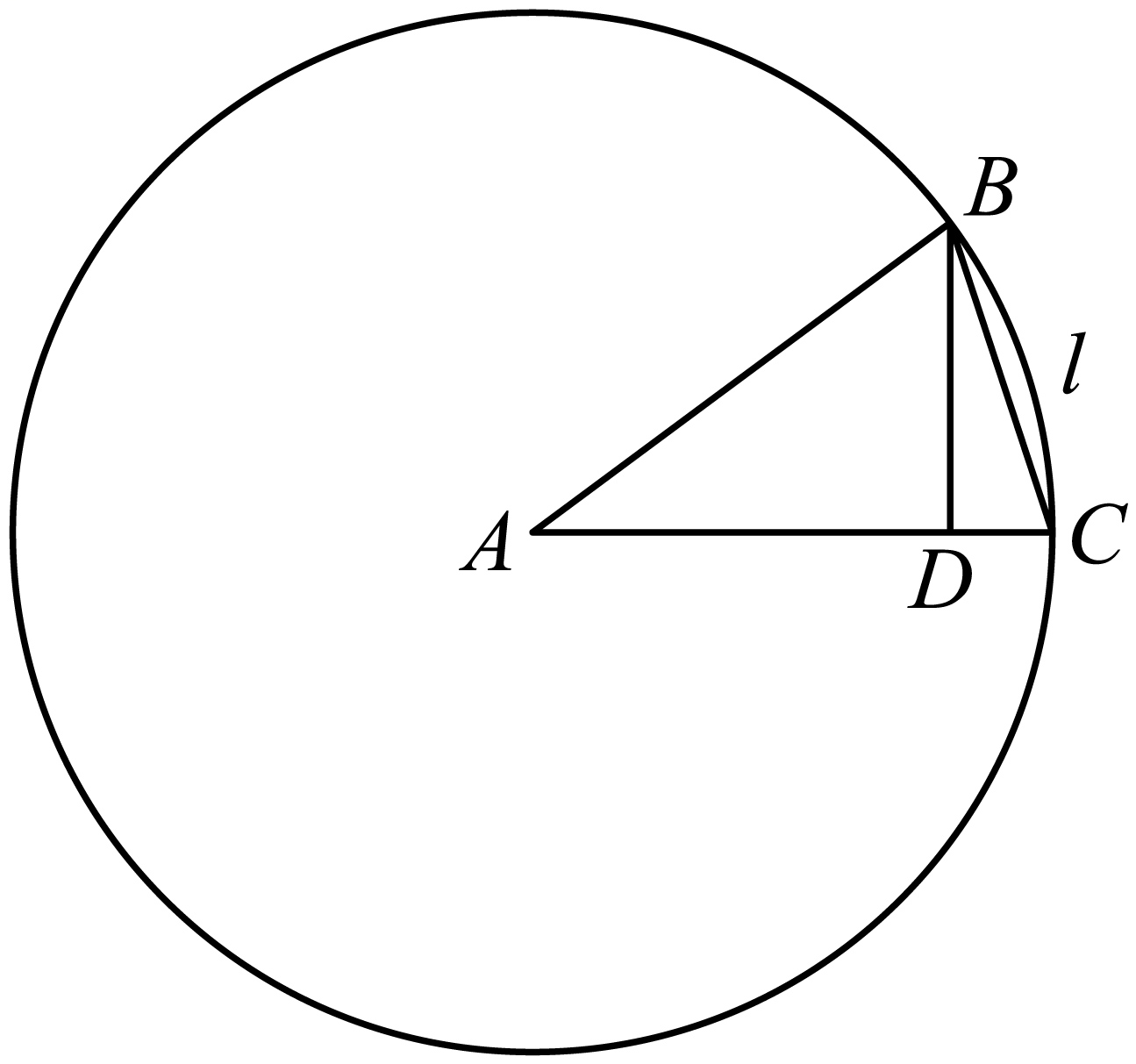
故，故；



如图，单位圆*A*中，， 于D，

则的长度，，，

则由图易得，，



当，则，故，

故当时，有，

∴.

综上，.

故选：D.

【点睛】(1)比较对数式大小，一般可构造函数，根据函数的单调性来比较大小；  
(2)比较非特殊角三角函数大小，可结合单位圆转化为比较长度，则可由数形结合解答.

**二、多项选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分.**

9. 在直角坐标系中，角的顶点与原点*O*重合，始边与*x*轴的非负半轴重合，终边经过点，且，则( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】ABD

【解析】

【分析】由已知利用任意角的三角函数的定义即可求解.

【详解】则题意可得，则，A选项正确；

，B选项正确；

，C选项错误；

由，角终边在第三象限，即，则，

即角的终边在二、四象限，所以，D选项正确.

故选：ABD.

10. 下列说法正确的是( )

A. 若， 则

B. 若， 则恒成立

C. 若正数*a*， *b*满足， 则*ab*有最小值

D. 若实数*x*， *y*满足， 则没有最大值

【答案】BC

【解析】

【分析】对A举反例即可判断，对B利用配方法即可判断，对C利用基本不等式得，解出范围即可，对D，利用正弦函数的有界性求出的范围，再结合二次函数的最值即可判断.

【详解】对A，若，则，则，故A错误；

对B，，

取等号的条件为，解得，但，故恒成立，

即恒成立，故B正确；

对C，若，则，解得或(舍去)

所以，当且仅当时等号成立，则，故C正确；

对D，，则，又，

，解得，，

当时，，故D错误.

故选：BC.

11. 设函数，，，若的最大值为，最小值为，那么和的值可能分别为( )

A. 与 B. 与 C. 与 D. 与

【答案】AC

【解析】

【分析】可以表示为一个奇函数和常数之和，利用奇函数在对称区间上的最大值加最小值为进行分析即可.

【详解】记，，定义域关于原点对称，由，于是为奇函数，设在上的最大值和最小值分别为，根据奇函数性质，，而，故，于是，注意到，经检验，AC选项符合

故选：AC

12. 已知函数， 且在区间上单调递减，则下列结论正确的有( )

A. 的最小正周期是

B. 若， 则

C. 若恒成立，则满足条件的有且仅有1个

D. 若，则的取值范围是

【答案】BCD

【解析】

【分析】利用单调区间长度不超过周期的一半，求出周期范围，判断A，根据中心对称即可求值，知B正确，由周期的范围求出的范围，利用函数平移求出周期，判断C，结合已知单调区间得出范围后判断D.

【详解】对于A，因为函数在区间上单调递减，所以，

所以的最小正周期，即的最小正周期的最小值为，故A错误；

对于B，因为，所以的图像关于点对称，

所以，故B正确；

对于C，若恒成立，则为函数的周期或周期的倍数，所以，所以，因为，所以，

又，所以，所以，

即满足条件的有且仅有1个，故C正确；

对于D，由题意可知为单调递减区间的子集，

所以，其中，解得，，

当时，，当时，，

故的取值范围是，故D正确.

故选：BCD

**第Ⅱ卷(非选择题)**

**三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.**

13. 设函数，则\_\_\_\_\_\_.

【答案】12

【解析】

【分析】根据分段函数解析式，利用指数式和对数式的运算规则代入求值即可.

【详解】函数，则，

，.

故答案为：12.

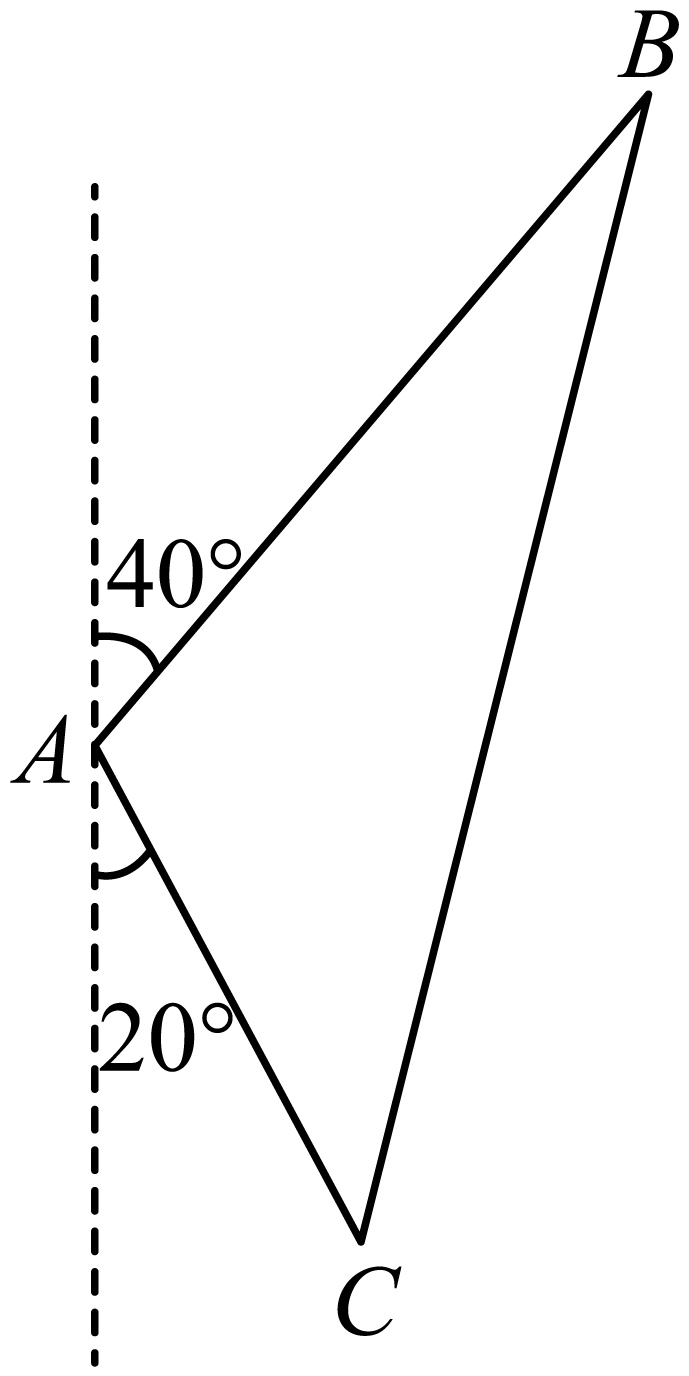
14. 一艘轮船按照北偏东40°方向，以18海里/小时的速度直线航行，一座灯塔原来在轮船的南偏东20°方向上，经过20分钟的航行，轮船与灯塔的距离为海里，则灯塔与轮船原来的距离为\_\_\_\_\_\_\_海里.

【答案】4

【解析】

【分析】先结合条件找出已知角及线段长，然后结合余弦定理即可直接求解．

【详解】设轮船的初始位置为*A*，20分钟后轮船位置为*B*，灯塔位置为*C*，如图所示



由题意得，，，，

由余弦定理得  ，即 ，解得．

则灯塔与轮船原来的距离为4海里

故答案为：4．

15. 已知函数.若函数存在最大值，则实数*a*的取值范围是\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】分段求出函数在不同区间内的范围，然后结合存在最大值即可求解

【详解】当时，函数不存在最大值，故，

当时，在区间上单调递增，

所以此时；

当时，在区间上单调递减，所以此时，

若函数存在最大值，则，解得，又，

所以的取值范围为

故答案：

16. 已知， 且， 则的最大值为\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】由，通过研究函数单调性可得，后设，则，其中，.

【详解】因，则.

因函数均在上单调递增，则函数在上单调递增，故有：.

设，其中，则

，

当且仅当时取等号，则此时，得

又函数在时单调递减，在时单调递增，，

则，

此时.

故答案为：

【点睛】关键点点睛：本题涉及构造函数，含参二次函数的最值，难度较大.对于所给不等式，分离含*x*，*y*式子后，通过构造函数得到.后将问题化为求含参二次函数的最值问题.

**四、解答题：本题共6小题，共70分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.**

17. 在中，内角*A*，*B*，*C*所对的边分别为*a*，*b*，*c*，且.

(1)求角*A*的大小；

(2)若，且的面积为，求的周长.

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)由，根据正弦定理化简得，利用余弦定理求得，即可求解；

(2)由的面积为，求得，结合余弦定理，求得，即可求解.

【小问1详解】

由题意及正弦定理知，，

，

，.

【小问2详解】

，

又，

由①，②可得，

所以的周长为.

18. 已知，，，.

(1)求的值；

(2)求的值，并确定的大小.

【答案】(1)

(2)，

【解析】

【分析】(1)由解得，由求出，利用两角差的余弦公式求解的值；

(2)由，求出，再求，利用两角差的正切公式计算的值，并得到的大小.

【小问1详解】

，由，，，

又，，，

.

【小问2详解】

由(1)可知，，，

，

，.

19. 已知函数.

(1)求函数的最小正周期和单调递增区间；

(2)当时，求的值域.

【答案】(1)，单调递增区间为

(2)

【解析】

【分析】(1)由三角恒等变换化简解析式，由余弦函数的性质求解；

(2)由余弦函数的性质得出的值域.

【小问1详解】

，

，

由可得，，

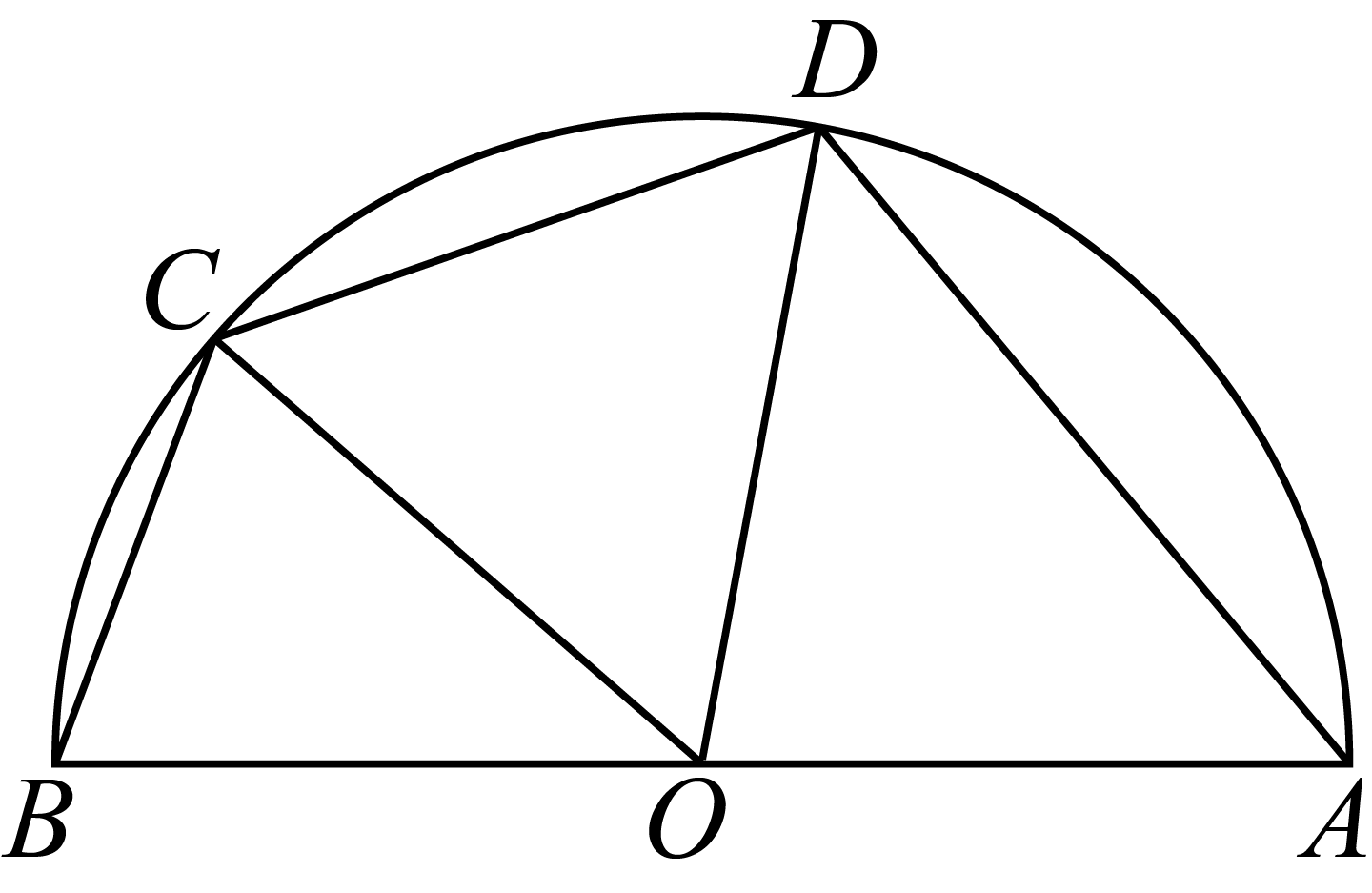
即的最小正周期为，单调递增区间为.

【小问2详解】

，，

故的值域为.

20. 为了迎接亚运会， 滨江区决定改造一个公园，准备在道路*AB*的一侧建一个四边形花圃种薰衣草(如图).已知道路*AB*长为4km，四边形的另外两个顶点*C*， *D*设计在以*AB*为直径的半圆上. 记.



(1)为了观赏效果， 需要保证，若薰衣草的种植面积不能少于 km2，则应设计在什么范围内?

(2)若*BC* = *AD*， 求当为何值时，四边形的周长最大，并求出此最大值.

【答案】(1)

(2)，10km

【解析】

【分析】(1)由，利用三角形面积公式得到求解；

(2) 由*BC* = *AD*得到，进而得到，利用二次函数的性质求解.

【小问1详解】

解：，

，

由题意， ，

，

因为，所以，

解得；

【小问2详解】

由*BC* = *AD*可知，

，

故，

，

从而四边形*ABCD*周长最大值是10km， 当且仅当， 即时取到.

21. 已知函数， 其中为常数，且.

(1)若是奇函数， 求*a*的值；

(2)证明：在上有唯一的零点；

(3)设在上的零点为，证明：.

【答案】(1)

(2)证明见解析 (3)证明见解析

【解析】

【分析】(1)是奇函数，由恒成立，求*a*的值；

(2)在上是连续增函数，结合由零点存在定理可证；

(3)把零点代入函数解析式，有，由零点所在区间得，化简变形可得结论.

【小问1详解】

由题意， ， 恒成立，

即，

化简得 ， 解得.

【小问2详解】

由题意， ，

∵， ∴和在上都是连续增函数，

∴在上是连续增函数，

又， ，

所以，由零点存在定理可知在上有唯一的零点.

【小问3详解】

由可知 ， 即，

由(2)可知 ，

∴，

，即，所以.

【点睛】思路点睛：第3问的证明，可以从结论出发，经过变形，对数式换指数式，寻找与已知条件的关联.

22. 已知函数满足： 对， 都有，且当时，.函数.

(1)求实数*m*的值；

(2)已知， 其中. 是否存在实数，使得恒成立? 若存在， 求出实数的取值范围； 若不存在， 请说明理由.

【答案】(1)8 (2)存在，

【解析】

【分析】(1)根据题意代入，运算求解即可；

(2)先根据对数函数的定义求得，进而可得当时，则可得对任意时恒成立，结合恒成立问题结合函数单调性分析可得恒成立，列式运算求解.

【小问1详解】

由题意可得：，则，

解得 *m* = 8.

【小问2详解】

令，可得，即，

∴定义域为，

∵，则对，且，

可得，

故，即，

且在是增函数，则，即，

∴在是增函数，

若要使恒成立，则首先要满足恒成立，

则，解得，

则，

故当时，则对任意时恒成立，

令， 则恒成立，即恒成立，

而在上是增函数， 在上是减函数，

∴在上增函数，

又，，

故只需恒成立，则，解得，

综上所述：存在满足条件.

【点睛】方法点睛：函数的性质主要是函数的奇偶性、单调性和周期性以及函数图象的对称性，在解题中根据问题的条件通过变换函数的解析式或者已知的函数关系，推证函数的性质，根据函数的性质解决问题．