**2022～2023学年第一学期期中测试卷**

**高 一 数 学**

**2022.11**

**注 意 事 项**

**学生在答题前请认真阅读本注意事项及各题答题要求：**

**1．本卷共4页，包含单项选择题(第1题~第8题)、多项选择题(第9题~第12题)、填空题(第13题~第16题)、解答题(第17题~第22题)．本卷满分150分，答题时间为120分钟．答题结束后，请将答题卡交回．**

**2．答题前，请您务必将自己的姓名、调研序列号用0.5毫米黑色墨水的签字笔填写在答题卡的规定位置．**

**3．请在答题卡上按照顺序在对应的答题区域内作答，在其他位置作答一律无效．作答必须用0.5毫米黑色墨水的签字笔．请注意字体工整，笔迹清楚．**

**一、单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．**

1. 已知集合，则( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】首先进行并集运算，然后计算补集即可.

【详解】由题意可得：，则.

故选：A.

2. 命题“存在一个素数，它的平方是偶数”的否定是( )

A. 任意一个素数，它的平方是偶数 B. 任意一个素数，它的平方不是偶数

C. 存在一个素数，它的平方是素数 D. 存在一个素数，它的平方不是偶数

【答案】B

【解析】

【分析】根据特称命题的否定为全称命题即可求求解.

【详解】“存在一个素数，它的平方是偶数”的否定是“任意一个素数，它的平方不是偶数”.

故选：B

3. 若集合*A*的子集个数有4个，则集合*A*中的元素个数是( )

A. 2 B. 4 C. 8 D. 16

【答案】A

【解析】

【分析】直接根据集合元素个数和子集个数关系列式计算即可.

【详解】设集合*A*中的元素个数是，

则，

解得

故选：A.

4. 已知是定义在上的增函数，则( )

A. 函数为奇函数，且在上单调递增

B. 函数为偶函数，且在上单调递减

C. 函数为奇函数，且在上单调递增

D. 函数为偶函数，且在上单调递减

【答案】C

【解析】

【分析】结合已知条件，利用函数奇偶性定义和其对称性可判断AB；利用奇偶性的定义以及复合函数单调性可判断CD.

【详解】不妨令，则，且的定义域为，

故为偶函数，则的图像关于轴对称，则不可能在上单调，故AB错误；

令，则，且的定义域为，

故是奇函数，

因为是定义在上的增函数，

所以由复合函数单调性可知，在上是减函数，

故在上是增函数，故C正确，D错误.

故选：C.

5. 已知幂函数为偶函数，则关于函数的下列四个结论中正确的是( )

A. 的图象关于原点对称 B. 的值域为

C. 在上单调递减 D.



【答案】D

【解析】

【分析】根据为幂函数且为偶函数可得，进而得，根据奇偶性的判断可判断A，根据单调性确定值域可判断B，C,代入计算进而可判断D.

【详解】因为是幂函数,所以,解得或,

又是偶函数,所以,故,

故;

对于A;,故是偶函数，图象关于轴对称，故A错误，

对于B；，由于，所以，故，故值域为，故B错误,

对于C;,由于在单调递增，故在单调递减，故在递增，故C错误，

对于D；从而，故D正确，

故选：D

6. 若函数在区间上的最大值是，最小值是，则( )

A. 与有关，且与有关 B. 与有关，但与无关

C. 与无关，且与无关 D. 与无关，但与有关

【答案】B

【解析】

【分析】易证得函数关于对称，分，，和四种情况讨论，求出函数得最大值和最小值，即可得出结论.

【详解】解：因为，，

所以，

所以函数关于对称，

，

当时，，

则，与无关，与无关，

当时，，

则，与无关，与无关，

当时，，

则，与有关，与无关，

当时，，

则，与有关，与无关，

综上所述与有关，但与无关.

故选：B.

7. 已知函数的图象关于点成中心对称图形的充要条件是函数为奇函数.利用该结论，则函数图象的对称中心是( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】根据为奇函数，由奇函数满足的关系式即可列方程求解.

【详解】设的图象关于点，令，则，



由为奇函数，故，即，

化简得，故且，解得，

故对称中心为，

故选：C

8. 若将有限集合的元素个数记为，对于集合，，下列说法正确的是( )

A. 若，则

B. 若，则或

C. 若，则

D. 存在实数，使得

【答案】C

【解析】

【分析】首先解一元二次不等式求出集合，再对分类讨论求出集合，最后根据所给对于及集合的运算一一分析即可.

【详解】解：由，即，解得，

所以，

对于A：当时，即，解得，

所以，

所以，，所以，故A错误；

由，即，

当时解得，当时解得，当时解得，

即当时，当时，当时，

对于B：若，

若则，则，此时，

若则，则，此时，综上可得或，故B错误；

对于C：若，当时显然满足，当时则，解得，

当时则，解得，

综上可得，故C正确；

对于D：因为，，若，则，

此时，即，则，与矛盾，故D错误；

故选：C

**二、多项选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分．在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分．**

9. 下列命题为真命题的是( )

A. 是的必要不充分条件

B. 或为有理数是为有理数的既不充分又不必要条件

C. 是的充分不必要条件

D. 的充要条件是

【答案】BD

【解析】

【分析】由已知，选项A，可举例当时，判断是否满足必要性；选项B，选项C，选项D，可根据条件和结论分别验证充分性和必要性.

【详解】选项A，必要性：，当时，此时，该选项错误；

选项B，，中有一个数为有理数时，不一定为有理数(如：)，所以或为有理数不一定能推导出为有理数；为有理数时，，可能均为无理数(如：)，所以，此时为有理数不一定能推导出或为有理数，所以该选项正确；

选项C，充分性：，必要性：，应为充要条件，所以该选项错误；

选项D，必要性：，

所以，

即，所以；

充分性：，则，该选项正确.

故选：BD.

10. 函数满足条件：①对于定义域内任意不相等的实数恒有；②对于定义域内的任意两个不相等的实数都有成立，则称其为函数.下列函数为函数的是( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】BC

【解析】

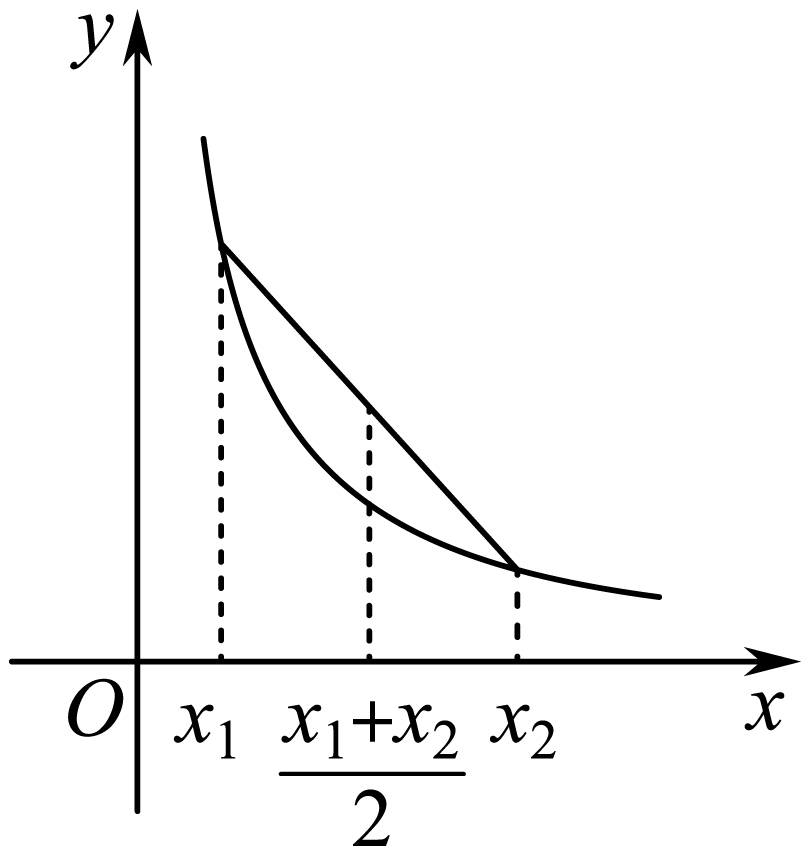
【分析】利用函数的定义结合图象逐一判断即可.

【详解】依题意，对于定义域内任意不相等的实数恒有，即 是减函数；

对于定义域内的任意两个实数都有成立， 是下凹函数.

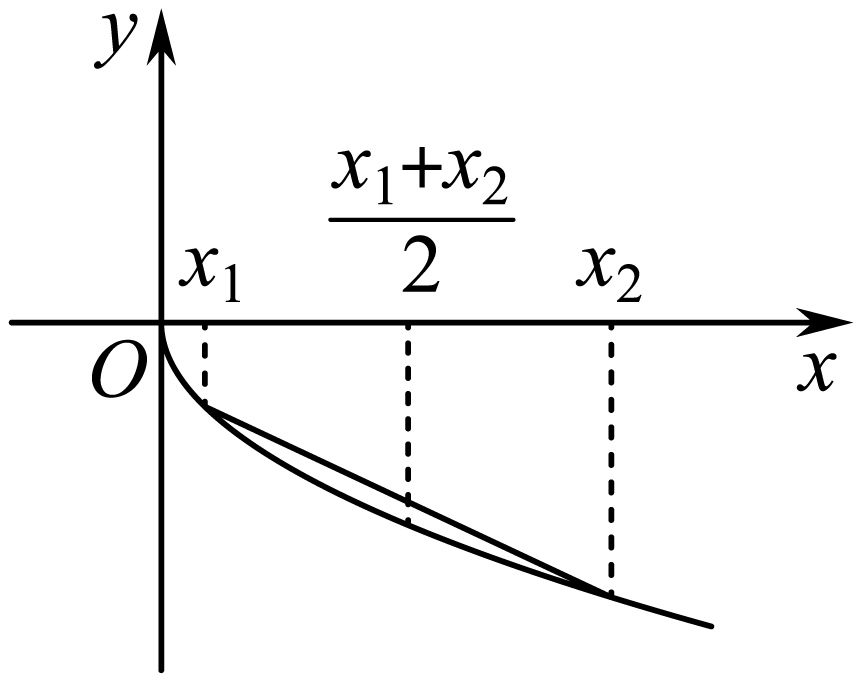
A选项中，是减函数，且，故不满足条件，不是函数；

B选项中，是减函数，如图可知，图象下凹，



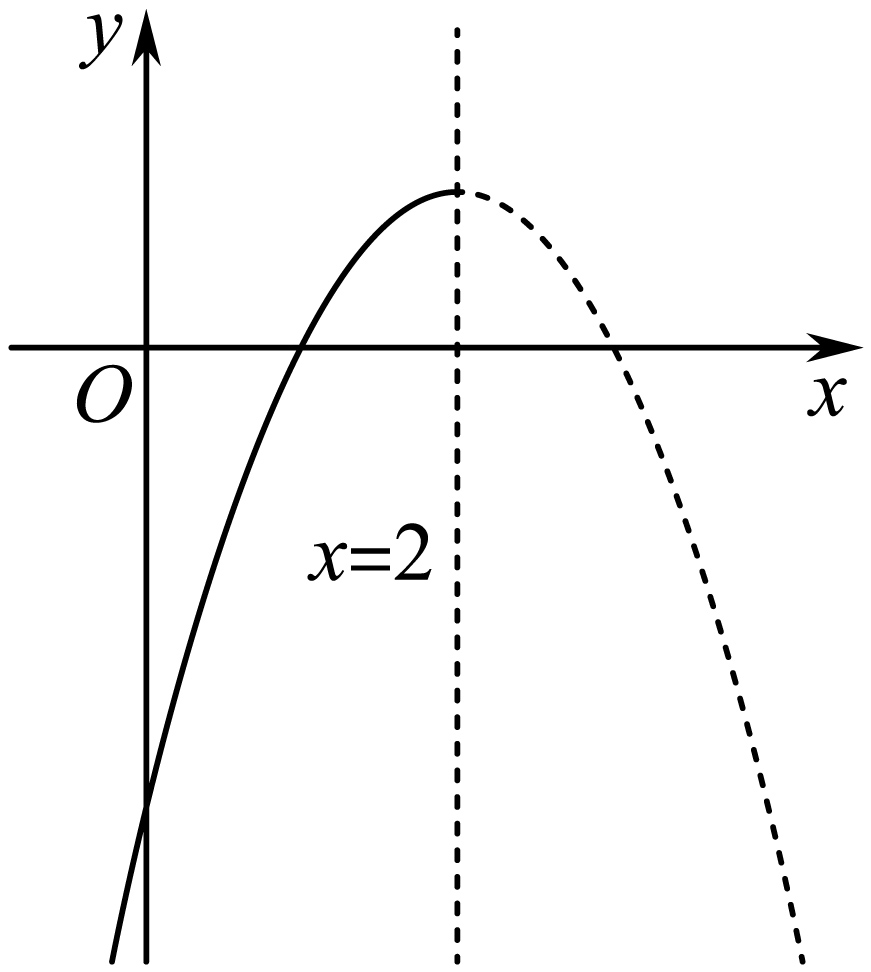
，是 函数；

C选项中，是减函数，如图可知，图象下凹，



， 函数；

D选项中，是增函数，如图所示，



所以不是 函数.

故选：BC.

11. 函数是定义在上的函数，则( )

A. 若，则函数的值域为

B. 若，则函数的值域为

C. 若函数单调递增，则的取值范围是

D. 若函数单调递增，则的取值范围是

【答案】BD

【解析】

【分析】AB选项利用分段函数的值域求解判断；CD选项利用分段函数的单调性求解判断.

【详解】解：若，则函数，

当时，，，则，

当时，，所以，故A错误B正确；

若函数单调递增，则 ，解得，所以的取值范围是，故C错误D正确.

故选：BD

12. 下列说法正确的是( )

A. 函数，与函数，是同一个函数

B. 直线与函数的图象至多有一个公共点

C. 满足“值域相同，对应关系相同，但定义域不同”的函数组不存在

D. 满足“定义域相同，值域相同，但对应关系不同”的函数有无数个

【答案】ABD

【解析】

【分析】根据函数的定义，以及函数的三个要素：定义域，值域和对应关系，结合选项即可逐一求解.

【详解】对于A;函数的对应关系，定义域相同，故为同一个函数，A正确，

对于B;根据函数的定义，对于定义域内任意的自变量,都有唯一确定的与之对应，故直线与函数的图象至多有一个公共点，B正确，

对于C；如，两函数的值域均为，对应关系相同，但定义域不同，故C错误，

对于D；例如对任意的一次函数，定义域值域均为,但对应关系不同，故D正确，

故选：ABD

**三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分．**

13. 若，则的取值范围是\_\_\_\_．

【答案】

【解析】

【分析】直接利用不等式的性质计算即可.

【详解】，①，

又，②，

①+②可得

即的取值范围是

故答案为：

14. 若函数为奇函数，则\_\_\_\_．

【答案】3

【解析】

【分析】结合已知条件，首先利用奇函数性质和赋值法求出参数，进而可得到答案.

【详解】因为是奇函数，

所以，即，

故.

故答案为：3.

15. 已知正数满足，若不等式恒成立，则实数的最大值是\_\_\_\_．

【答案】

【解析】

【分析】参变分离得，再利用基本不等式求的最小值即可.

【详解】

由恒成立得恒成立，即求的最小值

又



当且仅当，即时等号成立，

的最小值为4，



即实数的最大值是4

故答案为：4.

16. 若函数的定义域为，对任意的，都有，且，则不等式的解集是\_\_\_\_．

【答案】##

【解析】

【分析】由已知，根据经过变形得到，可令，即可判断函数的单调性，将要求的不等式转化为，然后利用单调性直接求解即可.

【详解】由已知，函数定义域为，且，

可设，则，

令，所以，又因为，所以函数在上单调递增，

不等式可变为，

又因为，所以，

所以，即，

又因为函数在上单调递增，所以，解得：.

故答案为：.

**四、解答题：本大题共6小题，共70分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．**

17. 已知函数的定义域是，集合.

(1)若，求，；

(2)若命题“，”是真命题，求实数的取值范围．

【答案】(1)，

(2)

【解析】

【分析】(1)根据函数解析式，求出集合,然后利用集合的运算即可求解；

(2)将条件进行等价转化，也即，列出条件成立的不等式组，解之即可.

【小问1详解】

要使函数有意义，

则有，解得，故

若，则， ，.

【小问2详解】

由(1)知：，

若命题“”是真命题，则.

，

故实数的取值范围是.

18. 已知函数.

(1)若关于的不等式的解集为，求实数的值；

(2)若关于的不等式的解集为，求实数的取值范围.

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)由韦达定理即可求得实数的值；

(2)分和两种情况讨论即可.

【小问1详解】

因为不等式的解集为，

所以，且方程的两不等根为和1,()

由韦达定理得:，

解得：.

【小问2详解】

当时，不等式为，解得，

不等式的解集为，不满足题意；

当时，由，可得的解集为，

所以有，即 ，解得.

所以实数的取值范围是.

19. 阅读：序数属性是自然数的基本属性之一，它反映了记数的顺序性，回答了“第几个”的问题.在教材中有如下顺序公理：①如果，那么；②如果，那么.

(1)请运用上述公理①②证明：“如果，那么.”

(2)求证：

【答案】(1)证明见解析

(2)证明见解析

【解析】

【分析】(1)利用不等式基本性质得到，，从而得到；

(2)法一：利用基本不等式得到，的取值范围为，从而且，利用(1)中的结论即可得到答案；

法二：令，得到函数为对勾函数，从而得到函数的单调性和值域，令，得到的取值范围为，此时，利用其单调性求出值域，得到答案；

法三：令，则，令，得到的取值范围为，换元后得到，再用作差法和因式分解得到，分和，均有，证明出，证明出结论.

【小问1详解】

，且，



同理，

；

【小问2详解】

法一：

当同号时，，.

当异号时，，

，

.·

综上可知，的取值范围为，

的取值范围为

且，·

由(1)中的结论可知：.

法二：令，则关于的函数在区间和上单调递增，

在和上单调递减，

所以的值域为.

令，则的取值范围为，

令函数，则在上单调递减，在上单调递增.

所以函数的值域为，

所以，故.·

法三**：**令，则，

令，则的取值范围为，

又，

所以.

因为

当时，；当时，.

所以，

又，

所以，原命题即证.

20. 某地区上年度电价为0.8元/(kW·h)，年用电量为*a* kW·h，本年度计划将电价下降到0.55元/(kW·h)至0.75元/(kW·h)之间，而用户期望电价为0.4元/(kW·h).经测算，下调电价后新增用电量和实际电价与用户的期望电价的差成反比(比例系数为).该地区的电力成本价为0.3元/(kW·h).记本年度电价下调后电力部门的收益为(单位：元)，实际电价为(单位：元/(kW·h)).(收益=实际电量(实际电价成本价))

(1)当时，实际电价最低定为多少时，仍可保证电力部门的收益比上年至少增长20%？

(2)当时，求收益的最小值.

【答案】(1)0.6元/(kW·h)

(2)

【解析】

【分析】(1)先表示出下调电价后新增用电量，则电力部门的收益

当时，代入表达式中列出不等式，解出结果即可得实际电价最低定价.

(2)当时，代入收益中，利用基本不等式求出收益得最小值即可

【小问1详解】

由题意知，下调电价后新增用电量为.

故电力部门的收益，.

(1)当时，.

由题意知且.

化简得.

解得. 或

又

.·

所以实际电价最低定为：0.6元/(kW·h)时，仍可保证电力部门的收益比上年至少增长20%

小问2详解】

当时，.

令，，.·

，



当且仅当时取等号.

故收益的最小值.

21. 已知函数，.

(1)当时，，用表示，中的较大者，记为，求的最小值；

(2)若不等式对任意，()恒成立，求实数的取值范围.

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)利用分段函数表示，并利用作差法求出分段函数中对应的自变量范围，最后利用单调性即可求解；(2)构造函数，由单调性定义可知在上单调递增，然后分类讨论的参数和判别式即可求解.

【小问1详解】

当时，，则，

由或，此时；

，此时，

从而，

结合一元二次函数和一次函数性质可知，在上单调递减，在单调递增，

从而

故的最小值为.

【小问2详解】

令，

由对任意，()恒成立，

即对任意，()恒成立，

故在上单调递增，

由二次函数性质可知，的图像开口向上，

①若时，即时，在上恒成立，

则若要在上单调递增，

只需即可，则；

②若时，即或时，

令，解得，，且，

则由二次函数性质可知，在和上单调递减，在和上单调递增，

若要在上单调递增，

则或

解得或，

综上所述，实数的取值范围为.

22. 已知二次函数图象经过点，且，方程有两个相等的实根.

(1)求的解析式；

(2)设，

①判断函数的单调性，并证明；

②已知，求函数的最小值.

【答案】(1)

(2)①在单调递减，在单调递增；②

【解析】

【分析】(1)通过待定系数的方式，以及条件中二次函数图象经过点，，方程有两个相等的实根，列出对应的方程组，从而得到的解析式；

(2)①通过单调性的定义证明函数的单调；

②因为条件中的和中的具有关系，所以可以换元，并求出的范围，并将函数化简为，从而求出函数的最小值.

【小问1详解】

(法一)设，则，

由得，

化简得恒成立，则，即

因为方程有两个相等实根，即有两个相等实根，所以，

可得，.

.

(法二)由可得对称轴为，又过点，

因此设，，所以

因为方程有两个相等实根，即有两个相等实根，所以，可得

.

【小问2详解】



①在单调递减，在单调递增.

证明：任取，则

 ·

当时，，，则，在单调递增；

当时，，，则，在单调递减.

因此在单调递减，在单调递增.

②令，则.

因为，所以，当且仅当，即时取等号，所以.

设，

1)当时，，在上单调递增，



2)当时， ，

当时，在上单调递增；当时，在上单调递增

所以在上单调递增，



综上，.