**无锡市2022年秋学期高一期终教学质量调研测试**

**数学**

**一．单选题(本题共 8 小题，每小题5分，共40分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．)**

1. 已知集合，则( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】直接根据集合运算求解即可.

【详解】解：因为，

所以，即

故选：B

2. 的值为( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】根据诱导公式运算求解.

【详解】由题意可得：.

故选：C.

3. 已知对数函数且的图象过点，则( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】C

【解析】

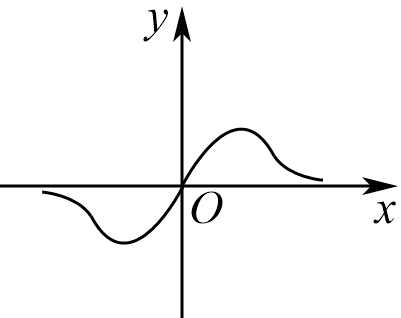
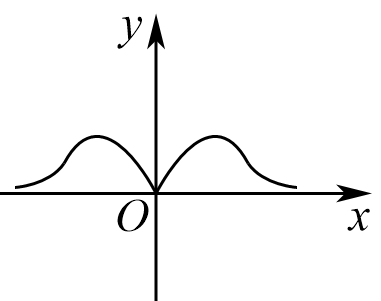
【分析】根据题意结合对数运算求解.

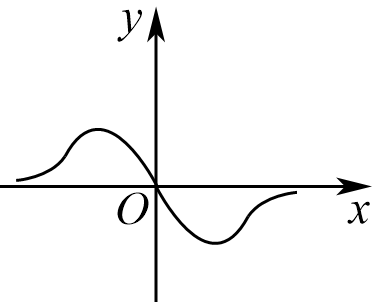
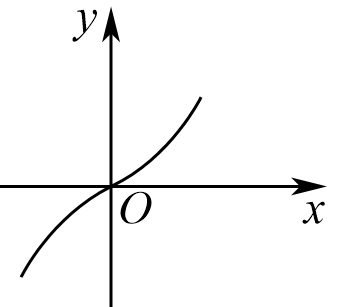
【详解】由题意可得：，即，解得，

则.

故选：C.

4. 函数图象大致为( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】先判断的奇偶性，排除B；再由得，排除C，再取特殊点法推得在上并不单调递增，从而排除D；再分析A中的图像性质，满足的性质，从而得解.

【详解】因为，所以的定义域为，关于原点对称，

又因为，

所以函数是奇函数，

所以的图象关于原点对称，故B错误；

当时，因为，所以，故C错误；

因为，，

又，所以，则，

所以，即，

所以在上并不单调递增，故D错误；

由于排除了选项BCD，而且选项A中的图像满足上述的性质，故A正确.

故选：A.

5. 已知，则( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】找中间量和1进行比较，根据指数函数、对数函数的单调性可得到答案.

【详解】因为，所以，则

又，，

所以，，，

所以.

故选：A

6. 已知，则的值为( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】根据平方关系式求出，再根据及两角差的余弦公式可求出结果.

【详解】因为，所以，

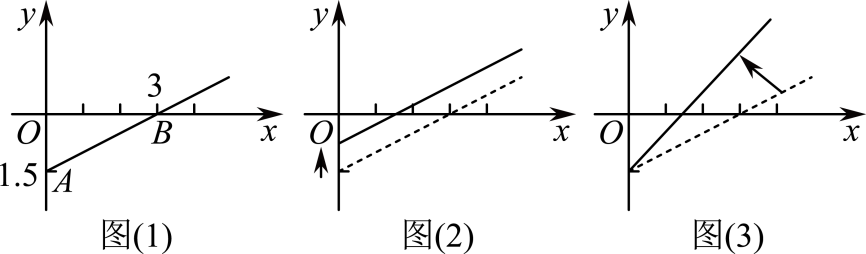
又因为，所以，

所以

.

故选：B

7. 图(1)是某条公共汽车线路收支差额关于乘客量的图象，图(2)(3)是由于目前本条路线亏损，公司有关人员提出的两种扭亏为盈的建议，则下列说法错误的是( )



A. 图(1)中的点*A*表示当乘客量为0时，亏损1.5个单位

B. 图(1)中的点*B*表示当乘客量为3时，既不亏损也不盈利

C. 图(2)建议为降低成本同时提高票价

D. 图(3)的建议为保持成本同时提高票价

【答案】C

【解析】

【分析】根据直线的斜率与纵截距的实际意义(斜率表示每增加一个乘客时收入的增加值，纵截距表示乘客人数为0时的支出)，分析图形即可得出结论.

【详解】对于A，当时，，所以图(1)中当乘客量为0时，亏损个单位，故本选项说法正确；

对于B，当时，，所以图(1)中点*B*表示当乘客量为3时，既不亏损也不盈利本选项说法正确；

对于C，根据题意和图(2)知，两直线平行即票价不变，直线向上平移说明当乘客量为时，

收支差额(负值)变大了，即支出变少了，即说明此建议是降低成本而保持票价不变，

所以本选项不正确；

对于D，根据题意和图(3)知，当乘客量为时，支出不变，

但是直线的倾斜角变大，即每增加一个乘客时收支差额的增加值变大，即票价提高了，

但乘客人数为0时的收支差额(负值)没有变化，即说明此建议是提高票价而保持成本不变所以本选项说法正确.

故选：C

8. 函数的零点个数是( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】令，利用诱导公式化简可得，然后分类讨论，利用正切函数的图象和性质即可求解.

【详解】令，即，

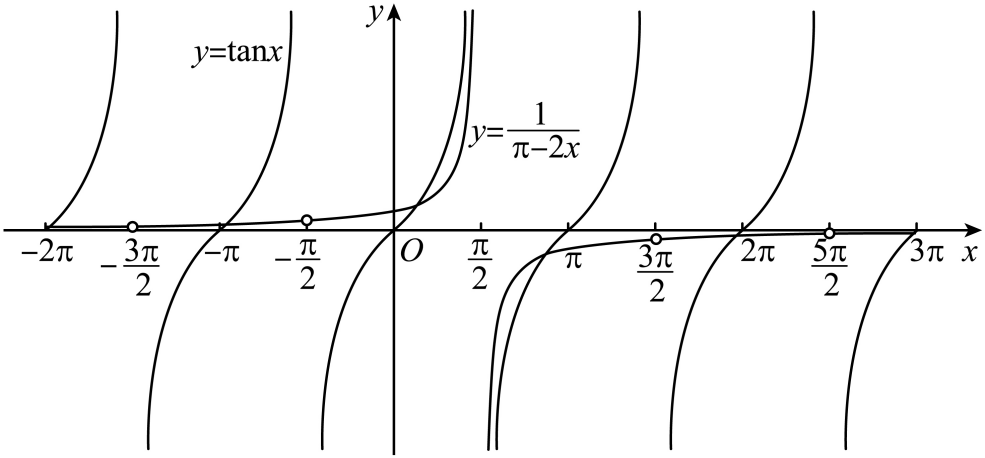
所以，当时，

方程可化为，

在同一直角坐标系中分别做出与的图象，

由图可知：当时，

函数与的图象有6个交点，



又因为，满足方程，所以也是函数的一个零点，综上，函数的零点个数是，

故选：.

**二、多选题：(本题共4小题，每小题5分，共20分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分．)**

9. 下列说法错误的是( )

A. 命题“”的否定为“”

B. 命题“都有”的否定为“使得”

C. “”是“”的充要条件

D. “”是“”的充分不必要条件

【答案】BC

【解析】

【分析】根据含有一个量词的否定的定义，可判断A，B；根据充分条件和必要条件的定义可判断C，D.

【详解】对于A，命题“”的否定为“”，故A正确；

对于B，命题“都有”的否定为“使得”，故B不正确；

对于C，“”推不出“”，如，

“”能推出“”，所以“”是“”的必要不充分条件，故C不正确；

对于D，若，则，解得：，

所以“”是“”的充分不必要条件，故D正确.

故选：BC.

10. 下列函数既是偶函数，又在上单调递增的是( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】BD

【解析】

【分析】函数为奇函数，故A不正确；当时，为增函数，故B正确；根据和的函数可知，C不正确；根据偶函数的定义以及函数在上为增函数，在上为减函数，可知D正确.

【详解】因为，所以函数为奇函数，故A不正确；

因为，所以函数为偶函数，且当时，为增函数，故B正确；

当时，，当时，，

因为，，所以函数在上不是增函数，故C不正确；

因为，所以函数为偶函数，

因为在上为增函数，在上为减函数，

所以函数在上增函数，故D正确.

故选：BD

11. 若，则下列说法正确的是( )

A. 的最大值为 B. 的最小值是

C. 的最大值为 D. 的最小值为

【答案】ACD

【解析】

【分析】利用基本不等式对每个选项进行判断即可

【详解】对于A，因为，所以，

当且仅当时，取等号，所以的最大值为，故正确；

对于B，因为，所以

所以，(当且仅当即时取等号，故等号不取)

，(当且仅当即时取等号，故等号不取)，

所以，故错误；

对于C，因为，所以，

所以，

当且仅当即时，取等号，故正确；

对于D，，

当且仅当即时，取等号，故正确

故选：ACD

12. 函数，则下列结论正确的是( )

A. 当时，函数的单调递增区间为

B. 不论为何值，函数既没有最小值，也没有最大值

C. 不论为何值，函数的图象与轴都有交点

D. 存在实数，使得函数为**R**上的减函数

【答案】ABD

【解析】

【分析】对于A，根据指数函数和二次函数的单调性可知A正确；对于B，根据指数函数与二次函数的图象可知B正确；对于C，根据函数的图象与轴没有交点，当时，函数的图象与轴没有交点，可知C不正确；对于D，当时，可判断出函数为**R**上的减函数，可知D正确.

【详解】对于A，当时，函数，当时，为减函数，当时，的单调递增区间为，故A正确；

对于B，当时，为减函数，所以不论为何值，当趋近于负无穷时，趋近于正无穷，即没有最大值；当时，的图象是开口向下的抛物线的一部分，所以不论为何值，当趋近于正无穷时，趋近于负无穷，即没有最小值；故B正确；

对于C，当时，函数的图象与轴没有交点，

当时，由得或，所以当时，函数的图象与轴没有交点，故C不正确；

对于D，当时，函数在上为减函数，函数在上为减函数，且，，，所以此时函数为**R**上的减函数，故D正确.

故选：ABD.

**三．填空题：(本题共 4 小题，每小题 5分，共20分．)**

13. 已知扇形的面积为2，扇形圆心角的弧度数是2，则扇形的弧长为\_\_\_\_\_\_\_\_

【答案】

【解析】

【分析】根据扇形的面积为2结合扇形圆心角的弧度数是2，由求得半径，再由弧长公式求解.

【详解】设弧长为*l*，半径为*r*，弧度为，

因为扇形的面积为2，

所以，

又因为扇形圆心角的弧度数是2，

所以，

所以扇形的弧长为.

故答案为：

【点睛】本题主要考查弧度制公式和扇形面积公式，还考查了运算求解的能力，属于基础题.

14. 不等式的解集是\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【解析】

【分析】结合换元法及指数函数单调性求解.

【详解】令，则可得，

由指数函数单调性可得

故答案为：.

15. 生物入侵是指生物由原生存地侵入到另一个新的环境，从而对入侵地的生态系统造成危害的现象，若某入侵物种的个体平均繁殖数量为，一年四季均可繁殖，繁殖间隔为相邻两代间繁殖所需的平均时间．在物种入侵初期，可用对数模型来描述该物种累计繁殖数量与入侵时间(单位：天)之间的对应关系，且，在物种入侵初期，基于现有数据得出．据此估计该物种累计繁殖数量是初始累计繁殖数量的倍所需要的时间为\_\_\_\_\_\_\_\_天．(结果保留一位小数．参考数据：)

【答案】

【解析】

【分析】根据已知数据可求得，设初始时间为，累计繁殖数量是初始累计繁殖数量的6倍的时间为，利用，结合对数运算法则可求得结果．

【详解】解：，，，，解得：．

设初始时间为，初始累计繁殖数量为，累计繁殖数量是初始累计繁殖数量的倍的时间为，

则(天．

故答案为：．

16. 已知函数对于任意，都有，则实数的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【解析】

【分析】将不等式化为，分类讨论，利用可得答案.

【详解】因为对于任意，都有，即，即,

即，即恒成立，

因为，所以，

当时，不可能恒成立，

当时，化为不成立，

当时，恒成立，则，得，

综上所述：实数的取值范围是.

故答案为：.

**四．解答题：(本题共 6 小题，共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．)**

17. 设全集，集合，其中．

(1)若“”是“”成立的必要不充分条件，求的取值范围；

(2)若命题“，使得”是真命题，求的取值范围．

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)首先求解集合，根据条件转化为集合的包含关系，列式求解；

(2)根据条件转化为，列式求的取值范围.

【小问1详解】

，得，解得：，即，

因为“”是“”成立的必要不充分条件，所以，

则，解得：；

【小问2详解】

由条件可知，，或，

所以或，解得：，

所以的取值范围是

18. 在平面直角坐标系中，角与角的顶点均为坐标原点，始边均与轴的非负半轴重合，角的终边过点，将绕原点按顺时针方向旋转后与角的终边重合．

(1)写出角与角的关系，并求出的值：

(2)求的值．

【答案】(1)；.

(2)

【解析】

【分析】(1)根据题意可得：，然后利用任意角三角函数的定义得到，最后再利用两角差的正切公式即可求解；

(2)利用诱导公式和同角三角函数的基本关系化简可得：

，结合(1)的结论代入即可求解.

【小问1详解】

由题意可得：，

由任意角的三角函数可知：，，

所以，

则.

【小问2详解】





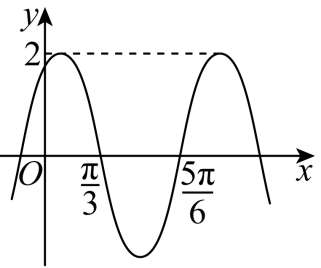








19. 已知函数的部分图象如图所示．



(1)求函数的解析式：

(2)将函数的图象向左平移个单位后，得到函数的图象，求函数在上的单调减区间．

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)由图象可得，则可得，再将点代入解析式中可求出的值，从而可求得函数的解析式;

(2)利用函数图象变换求得，求出函数在R上的单调递减区间，再与取交集可得结果.

【小问1详解】

由图可得函数的最小正周期为，

所以，，

，则，

∵即，则，，则，

所以

【小问2详解】

由题意可得，

令，，得，，

记，则.

因此，函数在上的减区间是

20. 已知二次函数．

(1)当取何值时，不等式对一切实数都成立：

(2)若在区间内恰有一个零点，求实数的取值范围．

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)对*a*分类讨论，结合二次函数图象及判别式法求解；

(2)对零点个数分类讨论，结合判别式法及零点存在定理列式求解，另外需要注意讨论零点在的临界情况.

【小问1详解】

为二次函数，则，

当时，二次函数开口向上，不等式不对一切实数都成立，不满足题意；

当时，则有，解得.

故当时，不等式对一切实数都成立；

【小问2详解】

i.当仅有一个零点时，由，此时零点为，符合题意；

ii.当有两个零点时，

①当，则由解得另一个零点为，符合题意；

②当，则由解得另一个零点为，符合题意；

③当，由零点存在定理，则有，解得.

综上，在区间内恰有一个零点时，实数的取值范围为.

21. 某蔬菜种植基地共有蔬菜种植大棚个，用于种植普通蔬菜，平均每个大棚年收入为万元．为适应市场需求，提高收益，决定调整原种植方案，将个大棚改种速生蔬菜，其余大棚继续种植普通蔬菜．经测算，调整种植方案后，种植普通蔬菜的每个大棚年收入比原来提高，种植速生蔬菜的每个大棚年收入为万元．

(1)当时，要使蔬菜种植大棚全年总收入不少于原来的，求的取值范围

(2)当时，求蔬菜种植大棚全年总收入的最大值．

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)当时，设种植速生蔬菜和普通蔬菜的收入分别为，表示出，要使蔬菜种植大棚全年总收入不少于原来的，即，解不等式结合，即可得出答案.

(2)设蔬菜种植大棚全年总收入为万元，可得，由二次函数的性质结合，即可得出答案.

【小问1详解】

当时，设种植速生蔬菜和普通蔬菜的收入分别为，

则，，



，

要使蔬菜种植大棚全年总收入不少于原来的，

则，

所以，

化简得：，即，

解得：，又因为，

所以，.

【小问2详解】

设蔬菜种植大棚全年总收入为万元，

所以

，

，

当时，，

所以当时，函数在单调递增，当时，函数在单调递减，

所以，当时，，

当时，，

当时，，

所以当时，，所以，

，所以，

所以最大，所以当时，蔬菜种植大棚全年总收入最大为：万元.

22. 定义在区间上的函数且为奇函数．

(1)求实数的值，并且根据定义研究函数的单调性：

(2)不等式对于任意的恒成立，求实数的取值范围．

【答案】(1)1；答案见解析

(2)答案见解析

【解析】

【分析】(1)利用即可求出，然后利用奇函数的定义进行检验；分和结合单调性的定义进行讨论即可；

(2)题意可得到，利用可得到，然后分和两种情况进行讨论即可

【小问1详解】

因为是奇函数，所以，解得，

所以，检验：，满足题意；

任取，且，

则，

因为，，所以，，

当时，，所以即，

此时在上单调递增；

当时，，所以即，

此时在上单调递减；

【小问2详解】

，

由可得，

因为，所以，所以，所以，

所以，解得，

当时，由在上单调递增可得恒成立，

所以，解得；

当时，由在上单调递减可得恒成立，

所以，解得；

当时，实数的取值范围是；当时，实数的取值范围是；

【点睛】方法点睛：函数存在性和恒成立问题，构造新函数并利用新函数的性质是解答此类问题的关键，并注意把握下述结论：

①存在解；恒成立；

②存在解；恒成立；

③存在解；恒成立；

④存在解；恒成立