**南京师大附中2022－2023学年度第1学期**

**高一年级期中考试数学试卷**

**一、单项选择题：本大题共8小题，每小题5分，共40分．每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．**

1. 已知集合且，集合，集合，则( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】根据集合包含的元素特征，结合的结果可得结果.

【详解】，.

故选：D.

2. 已知为实数，使“”为真命题的一个充分不必要条件是( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】根据全称量词命题的真假性求得的取值范围，然后确定其充分不必要条件.

【详解】依题意，全称量词命题：为真命题，

在区间上恒成立，所以，

所以使“”为真命题的一个充分不必要条件是“”.

故选：B

3. 十六世纪中叶，英国数学家雷科德在《砺智石》一书中首先把“＝”作为等号使用，后来英国数学家哈利奥特首次命题正确是使用“＜”和“＞”符号，并逐渐被数学届接受，不等号的引入对不等式的发展影响深远．若*a*，*b*，*c*∈R，则下列命题正确的是( )

A. 若*a*＜*b*，则 B. 若*a*＞*b*＞0，则

C. 若*a*＞*b*，则 D. 若，则*a*＞*b*

【答案】D

【解析】

【分析】举反例说明选项AC错误；作差法说明选项B错误；不等式性质说明选项D正确.

【详解】当时，，选项A错误；

，所以，所以选项B错误；

时，，所以选项C错误；

时，，所以选项D正确.

故选：D

4. 设，则( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】观察所求结构知把放到对数的真数部分作指数即可求解．

【详解】解：，

故选：C．

5. 设为实数，若二次函数在区间上有且仅有一个零点，则的取值范围是( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】根据二次函数的性质求得正确答案.

【详解】二次函数的开口向上，对称轴为，

要使二次函数在区间上有且仅有一个零点，

则需，

所以的取值范围是.

故选：C

6. 世纪，在研究天文学的过程中，为了简化大数运算，苏格兰数学家纳皮尔发明了对数，对数的思想方法即把乘方和乘法运算分别转化为乘法和加法运算，数学家拉普拉斯称赞“对数的发明在实效上等于把天文学家的寿命延长了许多倍”．已知，，设，则所在的区间为( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】利用指数和对数互化，结合对数运算法则可求得，由此可得.

【详解】，，

.

故选：C.

7. 已知奇函数的定义域为，且对任意两个不相等的正实数，都有，在下列不等式中，一定成立的是( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】利用题意得到在单调递增，可得到，结合奇函数即可得到答案

【详解】对任意两个不相等的正实数，可得，即在单调递增，

所以，

因为是定义域为的奇函数，且，

所以即，

故选：A

8. 已知函数是定义域为区间，且图象关于点中心对称．当时，，则满足的*x*的取值范围是( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】根据给定的条件，可得，再与已知联立结合函数单调性及定义域解不等式作答.

【详解】因函数的图象关于点中心对称，则有，而，

于是得，即，

又当时，，有在上单调递增，则在上单调递增，

而，因此函数在上单调递增，于是得，解得，

所以满足的*x*的取值范围是.

故选：C

**二、多项选择题：本大题共4小题，每小题5分，共20分．在每小题给出的四个选项中，不止一项是符合题目要求的，每题全选对者得5分，部分选对得2分，其他情况不得分．**

9. 若“”为真命题，“”为假命题，则集合可以是( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】AD

【解析】

【分析】根据两个命题的真假，判断出集合中元素的范围，确定合适的答案.

【详解】由题意，且，，即集合中一定要有小于0的元素，且任何元素都小于3，故，满足.

故选：AD.

10. 下列说法正确的是( )

A. “”是“”的充分不必要条件

B. 命题“”的否定是“”

C. “”是“”的既不充分也不必要条件

D. 设，则“”是“”的必要不充分条件

【答案】ACD

【解析】

【分析】对于ACD，化简不等式即可判断；对于B，利用全称命题的否定即可判断

【详解】对于A，由可得或，所以“”是“”的充分不必要条件，故正确；

对于B，命题“”的否定是“”，故不正确；

对于C，由解得或，所以“”是“”的既不充分也不必要条件，故正确；

对于D，由解得且，所以“”是“”的必要不充分条件，故正确，

故选：ACD

11. 设为正实数，，则下列不等式中对一切满足条件的恒成立的是( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】AC

【解析】

【分析】根据特殊值以及基本不等式对选项进行分析，从而确定正确选项.

【详解】A选项，由基本不等式得，当且仅当时等号成立，A选项正确.

B选项，时，，但，B选项错误.

C选项，由基本不等式得，，当且仅当时等号成立，C选项正确.

D选项，时，，但，D选项错误.

故选：AC

12. 已知函数，则( )

A. 奇函数 B. 在上单调递增

C. 方程有两个实数根 D. 函数的值域是

【答案】BCD

【解析】

【分析】求出函数的定义域，不关于原点对称可判断A，分离常数后可得函数的单调性可判断B，解方程可判断C，分离常数求解函数值域可判断D.

【详解】A．函数的定义域为，不关于原点对称，既不是奇函数也不是偶函数，故A错误；

B．时，，函数在上单调递增，

则函数在上单调递减，故在上单调递增，B正确；

C．由题可得是方程的一个根，

时，(舍去)，

时，，故C正确；

D．时，，

时，，

当时，，

所以函数的值域为，故D正确.

故选：BCD.

**三、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共计20分．请把答案填写在答题卡相应位置上．**

13. 命题“，或”的否定是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】，

【解析】

【分析】由特称命题的否定形式可直接得到结果.

【详解】由特称命题的否定知：原命题的否定为，.

故答案为：，.

14. 已知三个不等式：①，②，③，用其中两个作为条件，剩下的一个作为结论，则可组成\_\_\_\_\_\_个真命题．

【答案】3

【解析】

【分析】根据题意，结合不等式性质分别判断①、②、③作为结论的命题的真假性即可.

【详解】由不等式性质，得；；

．故可组成3个真命题．

故答案为：3.

15. 的值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

【答案】##

【解析】

【分析】将和配凑成完全平方的形式，代入所求式子中，结合对数运算可求得结果.

【详解】，，

.

故答案为：.

16. 已知函数的图象关于直线对称．若，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_，若，函数的最小值记为，则的最大值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】 ①.  ②. 

【解析】

【分析】根据函数的对称性，利用特殊值得到方程组，求出、、的关系，从而求出，得到，根据对称性仅研究时函数最小值，，令，，根据二次函数的性质求出，再根据的取值范围计算可得.

【详解】解：当时，，因为其图象关于对称，

所以，即；

当时，因为其图象关于对称，

所以，

此时，

由对称性仅研究时函数最小值，

令，则，

令，，

因为，所以，，

则，即，

所以；

故答案为：；

**四、解答题：本大题共6小题，共计70分．请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤．**

17. 化简求值(需要写出计算过程)

(1)若，，求的值；

(2)．

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)先取对数将表示出来，代入计算即可；(2)直接计算即可.

【小问1详解】

，，得

【小问2详解】

原式

18. 已知集合*A*＝{*x*||*x*|－2≤0}，集合．

(1)设*a*为实数，若集合*C*＝{*x*|*x*≥3*a*且*x*≤2*a*＋1}，且*C*⊆(*A*∩*B*)，求*a*的取值范围：

(2)设*m*为实数，集合，若*x*∈(*A*∪*B*)是*x*∈*D*的必要不充分条件，判断满足条件的*m*是否存在，若存在，求*m*的取值范围：若不存在，请说明理由．

【答案】(1)；

(2)存在；.

【解析】

【分析】(1)根据解绝对值不等式的公式，结合分式的性质、交集的定义、子集的性质进行求解即可；

(2)根据必要不充分条件的定义，结合一元二次不等式的解法进行求解即可.

【小问1详解】

，

所以，，所以，

(1)由已知得，

①时，，此时满足题意；

②时，，要满足题意需

综上所述，*a*的取值范围是；

【小问2详解】

由已知得，由题意得*D*是的真子集

，

所以，

要满足题意需(等号不同时成立)

答：满足条件的*m*存在，取值范围是．

19. 设*a*，*b*，*c*为实数，且，已知二次函数，满足，．

(1)求函数的解析式：

(2)设，当*x*∈[*t*，*t*＋2]时，求函数*f*(*x*)的最大值*g*(*t*)(用*t*表示)．

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)由题意，根据多项式相等的条件，建立方程组，可得答案；

(2)根据二次函数的性质，由给定区间与对称轴之间的位置关系，利用分类讨论，可得答案.

【小问1详解】

由，解得，所以，

，

可得，则，解得，即；

【小问2详解】

由可知其对称轴为轴，开口向下，

①当，即时，在上单调递增，所以；

②当时，在上单调递减，所以；

③当，时，在上单调递增，在上单调递减，所以

综上所述，．

20. 某高校为举办百年校庆，需要氦气用于制作气球装饰校园，化学实验社团主动承担了这一任务．社团已有的设备每天最多可制备氦气，按计划社团必须在天内制备完毕．社团成员接到任务后，立即以每天的速度制备氦气．已知每制备氦气所需的原料成本为百元．若氦气日产量不足，日均额外成本为(百元)；若氦气日产量大于等于，日均额外成本为(百元)．制备成本由原料成本和额外成本两部分组成．

(1)写出总成本(百元)关于日产量的关系式

(2)当社团每天制备多少升氦气时，总成本最少？并求出最低成本．

【答案】(1)

(2)当社团每天制备氦气时，总成本最少，最低成本为百元

【解析】

【分析】(1)根据生产天数要求，可确定的取值范围；计算可得日产量不足和大于等于时，氦气的平均成本，由此可得关系式；

(2)分别在、的情况下，利用基本不等式和二次函数求最值的方法可求得最小值，综合两种情况可得结论.

【小问1详解】

若每天生产氦气，则需生产天，，则；

若氦气日产量不足，则氦气的平均成本为百元；

若氦气日产量大于等于，则氦气的平均成本为百元；

.

【小问2详解】

当时，(当且仅当，即时取等号)，

当时，取得最小值；

当时，，令，则，

，则当，即时，取得最小值；

综上所述：当社团每天制备氦气时，总成本最少，最低成本百元.

21. 设定义在上的函数，对任意，恒有．若时，．

(1)判断的奇偶性，并加以证明；

(2)判断的单调性，并加以证明；

(3)设为实数，若，不等式恒成立，求的取值范围．

【答案】(1)是奇函数；证明见解析

(2)为减函数；证明见解析

(3)

【解析】

【分析】(1)令可求得，令可得，由此可得奇偶性；

(2)设，由可得，由此可得单调性；

(3)利用单调性可将恒成立的不等式化为，利用二次函数性质可求得，由此可得的取值范围.

【小问1详解】

令，则；

令，则，即，

为定义在上的奇函数.

【小问2详解】

设，则，，

又，，为定义在上的减函数.

小问3详解】

由得：，

在上单调递减，；

当时，取得最大值，最大值为，

，即实数的取值范围为.

22. 设*a*为实数，已知函数为偶函数．

(1)求*a*的值；

(2)判断在区间上的单调性，并加以证明；

(3)已知为实数，存在实数*m*，*n*满足，当函数的定义域为时，函数的值域恰好为，求所有符合条件的的取值集合．

【答案】(1)；

(2)在上单调递增；证明见解析；

(3).

【解析】

【分析】(1)求出函数的定义域，利用偶函数的定义计算作答.

(2)单调递增，再利用函数单调性定义推理作答.

(3)利用(2)的结论，探讨函数的最值，转化为一元二次方程有两个正实根求解作答.

【小问1详解】

函数的定义域为，因是偶函数，即，

因此，整理得，即，于得，

所以.

【小问2详解】

由(1)知，，显然函数在上单调递增，

，则，

因，则，，即，

因此在上单调递增.

【小问3详解】

由(2)知，在上单调递增，又函数在上的值域恰好为，

于是得，有，

即关于*x*的方程在上有两个不等的正根，，则，解得，

所以的取值集合是.

【点睛】思路点睛：涉及一元二次方程的实根分布问题，可借助二次函数及其图象，利用数形结合的方法解决一元二次方程的实根问题.