**南京市2022-2023学年度第一学期期末学情调研测试**

**高一数学**

**2023.01**

**一、单项选择题(本题共8小题，每小题5分，共40分.)**

1. 函数的定义域为( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】根据对数的真数大于零可得出关于*x*的不等式，即可解得函数的定义域.

【详解】令，解得，

故函数的定义域为.

故选：B.

2. “”是“”的( )

A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件

C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

【答案】A

【解析】

【分析】根据充分条件与必要条件的定义判断即可.

【详解】解：因为，则，但是不一定有，所以“”是“”成立的充分不必要条件．

故选：A．

3. 在某个物理实验中，测得变量*x*和变量*y*的几组数据，如下表：

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* |  |  |  |  |
| *y* |  |  |  |  |

则下列选项中对*x*，*y*最适合的拟合函数是( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】根据所给数据，代入各函数，计算验证可得结论．

【详解】解：根据，，代入计算，可以排除；

根据，，代入计算，可以排除、；

将各数据代入检验，函数最接近，可知满足题意

故选：．

【点睛】本题考查了函数关系式的确定，考查学生的计算能力，属于基础题．

4. 《九章算术》是一部中国古代的数学专著.全书分为九章，共收有246个问题，内容丰富，而且大多与生活实际密切联系.第一章《方田》收录了38个问题，主要讲各种形状的田亩的面积计算方法，其中将圆环或不足一匝的圆环形天地称为“环田”.书中提到这样一块“环田”：中周九十二步，外周一百二十二步，径五步，如图所示，则其所在扇形的圆心角大小为( )(单位：弧度)(注：匝，意为周，环绕一周叫一匝.)



A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

【答案】C

【解析】

【分析】设中周的半径是，外周的半径是，圆心角为，根据中周九十二步，外周一百二十二步，径五步，列关系式即可.

【详解】设中周半径是，外周的半径是，圆心角为，，解得.

故选：C

5. 已知函数，则的值为( )

A.  B.  C. 4 D. 

【答案】B

【解析】

【分析】根据分段函数运算求解.

【详解】由题意可得：，故.

故选：B.

6. 函数的图像大致为( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】根据函数是奇函数，且函数在时函数值的正负，从而得出结论．

【详解】由函数定义域为,,故为奇函数，

故它的图像关于原点对称，可以排除C和D；

又函数在时,函数，可以排除B，所以只有A符合．

故选:A．

7. 在科学技术中，常常使用以为底的对数，这种对数称为自然对数.若取，，则( )

A.  B.  C. 4 D. 6

【答案】C

【解析】

【分析】根据题意结合指、对数运算求解.

【详解】由题意可得：.

故选：C.

8. 函数的零点为，函数的零点为，若，则实数的取值范围是( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】根据函数单调性,再由确定范围,即可确定实数的取值范围.

【详解】已知,,

函数的零点为，

函数的零点为，

则







又因,这两函数均单调递增，

当时，,解得.

故选:D

**二、多项选择题(本题共4小题，每小题5分，共20分.)**

9. 已知角的终边经过点，则( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】AC

【解析】

【分析】根据三角函数的定义计算即可.

【详解】因为角的终边经过点，

所以，故A正确；

，故B错误；

，故C正确，D错误.

故选：AC.

10. 若，则( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】BCD

【解析】

【分析】对于A：构造函数，利用单调性判断；对于B：构造函数，利用单调性判断；对于C：构造函数，利用单调性判断；对于D：利用作差法比较大小.

【详解】对于A：因为，所以单调递减.

因为，所以.故A错误；

对于B：因为，所以单调递增.

因为，所以.故B正确；

对于C：因为，所以单调递减.

因，所以.故C正确；

对于D：因为，所以.故D正确.

故选：BCD

11. 已知函数，则( )

A. 的最小正周期为 B. 的图象关于轴对称

C. 的最小值为2 D. 在上为增函数

【答案】AD

【解析】

【分析】先利用三角函数基本关系式化简得，再利用周期函数的定义与诱导公式即可判断A正确；举反例即可排除B；取特殊值计算即可判断C错误；利用三角函数的单调性与复合函数的单调性即可判断D正确.

【详解】对于A，因为，

设的正周期为，则，即，

所以，

由诱导公式可得，即，

又，故，即，则，故，

所以的最小值为，即的最小正周期为，故A正确；

对于B，因为，

又与不关于轴对称，

所以图象关于轴对称，故B错误；

对于C，因为，所以2不是的最小值，故C错误；

对于D，因为，所以，故在上单调递减，且，

又在上单调递减，

所以在单调递增，故D正确.

故选：AD.

12. 已知函数，对于任意，，则( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】ACD

【解析】

【分析】通过赋值法，取具体函数，基本不等式等结合已知条件分选项逐个判断即可.

【详解】令，故A正确；

由已知，①

令满足题干要求，则，故B错误；

由①可知，令，则，

又因为，则，所以，故C正确；

因为，所以，

又由①，令，则，

所以，故D正确.

故选：ACD.

**三、填空题(本题共4小题，每小题5分，共20分.)**

13. 函数的图象关于点\_\_\_\_\_\_\_\_\_中心对称.(写出一个正确的点坐标即可)

【答案】(答案不唯一)

【解析】

【分析】对称中心的横坐标满足，取得到

【详解】对称中心的横坐标满足：，取得到对称中心为.

故答案为：

14. 已知关于的不等式的解集为，则关于的不等式的解集为\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】先根据不等式的解集可得的关系及的符号，再根据一元二次不等式的解法即可得解.

【详解】由的解集为，

可得，且方程的解为，

所以，则，

所以，

即关于的不等式的解集为.

故答案为：.

15. 已知定义在上的函数满足，且当时，，若，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】1

【解析】

【分析】由题意可得函数的周期为4，根据题意结合周期性可得答案.

【详解】由可得的函数周期为4，则，

由，则，解得.

故答案为：1.

16. 对于非空集合，定义，若，是两个非空集合，且，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；若，，且存在，，则实数的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】 ①.  ②. 

【解析】

【分析】第一空分，和且三种情况来研究，第二空根据已知分析出*a*的大致范围，最后列出不等式求解即可.

【详解】即则一定有，所以分三段研究：

时，，，即；

时，，，即；

且时，，，即.

综上所述，；

由已知

且，

要满足题意则，此时区间长度时一定满足，故下研究时，(其中，即为集合的补集中一段的区间长)

此时，因此满足题意的反面情况有或，

解得或，因此满足题意的范围为.

**四、解答题(本题共6小题，共70分.)**

17. 求下列各式的值：

(1)；

(2).

【答案】(1)128 (2)8

【解析】

【分析】(1)根据指数幂的运算求解；

(2)根据对数和指数的运算性质求解.

【小问1详解】

.

【小问2详解】

.

18. 若.

(1)求的值；

(2)若，求的值.

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)化简得到，平方得到，得到答案.

(2)根据得到，解得，得到答案.

【小问1详解】

，则，

，，，则；

【小问2详解】

，所以，即，，

.

，解得，

19. 已知集合，.

(1)若，求；

(2)在①，②这两个条件中任选一个，补充在下面问题中，并解答该问题.若\_\_\_\_\_\_\_\_\_，求实数的取值范围.

注：如果选择多个条件分别解答，按第一个解答计分.

【答案】(1)；

(2)选①；若选②.

【解析】

【分析】(1)代入的值，求出集合*B*，用并集的运算性质计算即可.

(2)若选①，即，则对的值进行分类讨论，根据集合包含关系即可得到的取值范围.若选②，对的值进行分类讨论，依次根据，求实数的取值范围.

【小问1详解】

，即，

而，即，所以；

【小问2详解】

若选①即

时，，即，要满足题意则，与前提矛盾，舍；

时，，即，符合题意；

时，，即，要满足题意则，即.

综上所述，实数的取值范围是.

若选②，若，

时，，即，要满足题意则，则满足，解得，则；

若时，，即，满足；

时，，即，要满足题意则解得，即；

综上，实数的取值范围是.

20. 函数(，)在一个周期内的图象如图所示.



(1)求的解析式；

(2)将的图象向右平移个单位长度后得到函数的图象，设，证明：为偶函数.

【答案】(1)

(2)证明见解析

【解析】

【分析】(1)由图得到，求得，代入点，求得，结合题意得到，即可求得函数的解析式；

(2)由三角函数的图象变换求得，根据偶函数的定义证明即可.

【小问1详解】

由最值得，

由相邻两条对称轴距离得，则，即，

此时，

代入点得：，

则，即，

又因为，所以，

故.

【小问2详解】

由题意得，

则，

因为，

所以为偶函数.

21. 某企业为响应国家节水号召，决定对污水进行净化再利用，以降低自来水的使用量.经测算，企业拟安装一种使用寿命为4年的污水净化设备.这种净水设备的购置费(单位：万元)与设备的占地面积(单位：平方米)成正比，比例系数为0.2.预计安装后该企业每年需缴纳的水费(单位：万元)与设备占地面积之间的函数关系为.将该企业的净水设备购置费与安装后4年需缴水费之和合计为(单位：万元).

(1)要使不超过7.2万元，求设备占地面积的取值范围；

(2)设备占地面积为多少时，的值最小？

【答案】(1)

(2)设备占地面积为时，的值最小.

【解析】

【分析】(1)由题意解不等式，即可求得；

(2)利用基本不等式即可求解.

【小问1详解】

由题意得.

要满足题意,则，

即，解得：.

即设备占地面积的取值范围为.

【小问2详解】

，

当且仅当时等号成立.

所以设备占地面积为时，的值最小.

22. 已知函数，.

(1)利用函数单调性的定义，证明：在区间上是增函数；

(2)已知，其中是大于1的实数，当时，，求实数的取值范围；

(3)当，判断与的大小，并注明你的结论.

【答案】(1)证明见解析

(2)

(3)

【解析】

【分析】按照函数单调性的定义的证明步骤：设值，作差，变形，定号，下结论，即可证明；(2)先换元，再分离常数，最后再利用基本不等式即可求出实数的取值范围；

(3)采用作差法，结合基本不等式和指数函数的值域即可比较出大小.

【小问1详解】

解：，



因为，所以，，所以，

即在上是增函数.

【小问2详解】

解：由已知

设，由(1)得在上单调递增，即，

所以，

①时，，即，当且仅当时取等，

此时要满足恒成立，即，所以；

②时，，此时在上单调递减，

即，

此时要满足恒成立，即，化简得，

此时因为，此时恒成立

综上所述，实数的取值范围是.

【小问3详解】

解：



因为(当且仅当时取等)，所以，即，

由已知，所以，

又因为，所以，即，

因此，所以.