**2022-2023学年度第一学期期末考试**

**高一数学试题**

**2023.01**

**一､单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1. 已知集合，则的元素个数为( )

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

【答案】C

【解析】

【分析】运用集合的交并集运算计算，再判断元素个数.

【详解】，元素个数为2，

故选：C.

2. 下述正确的是( )

A. 若为第四象限角，则

B. 若，则

C. 若的终边为第三象限平分线，则

D. “”是“”的充要条件

【答案】D

【解析】

【分析】对于A，利用三角函数定义即可判断；对于B，求出的值即可判断；对于C，算出的范围即可判断；对于D，利用充分，必要的定义进行判断即可

【详解】对于A，若为第四象限角，根据三角函数定义可得，故不正确；

对于B，若，则，故不正确；

对于C，若的终边为第三象限平分线，则，

此时，故不正确；

对于D，由可得，即，满足充分性；

由可得，所以，满足必要性，故正确

故选：D

3. 函数的定义域是

A. (0,1] B. 

C.  D. 

【答案】D

【解析】

【详解】由题意知 ，则函数的定义域是.

故选*D*.

4. 若函数为奇函数，则( )

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

【答案】B

【解析】

【分析】根据奇函数的性质，，解得，验证为奇函数.

【详解】因为函数为奇函数，且，所以.

验证当时，，，满足题意，

故选：B

5. 若，则下列不等式中正确的是( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】根据可得：，然后根据不等式的性质逐项进行检验即可求解.

【详解】因为，所以，故选项错误；

因为，所以，则有，故选项正确；

因为，所以，又因为，所以，则，故选项错误；

因为，所以，两边同时除以2可得：，故选项错误，

故选：.

6. 已知函数，则( )

A. 的最小正周期为

B. 点是图象的一个对称中心

C. 直线是图象的一条对称轴

D. 在上单调递增

【答案】D

【解析】

【分析】利用正弦函数的性质即可逐一检验

【详解】对于A，由可得周期，故A不正确；

对于B，当时，，，

则点不是图象的一个对称中心，故B不正确；

对于C，当时，，，

则直线不是图象的一条对称轴，故C不正确；

对于D，当时，，根据正弦函数的单调性可得在上单调递增，故D正确，

故选：D

7. 若定义在上的函数满足：当时，，且，则( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】利用解方程组的方法求出函数解析式，根据周期即可求得结果.

【详解】当时，，

则，

令，则，，

用换，得，

联立解得，

所以，，，

，是以为周期的函数.

.

故选：C

8. 已知函数，对任意且恒成立，且是偶函数，设，则的大小关系为( )

A  B. 

C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】根据函数的单调性的定义，函数解析式变换，函数的对称性即可求解.

【详解】因为当，，

所以，

所以与异号，

所以与同号，

所以在是增函数，

又是偶函数，所以关于直线轴对称，

，

，

又，

所以

所以

所以.

故选：A.

**二､多项选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分.在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分.**

9. 已知，则( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】AC

【解析】

【分析】使用诱导公式化简，用同角三角函数关系求值.

【详解】，则，

，故A正确；

，故B错误；

，故C正确；

，故D错误；

故选：AC.

10. 已知函数，则( )

A. 若，则函数为偶函数

B. 若，则函数在上单调递减

C. 若，则函数的定义域

D. 若，则函数只有一个零点

【答案】BCD

【解析】

【分析】对于A，利用奇偶函数的定义进行判断即可；对于B，利用幂函数的性质即可判断；对于C，利用根号内大于等于0即可判断；对于D，利用零点存在定理即可判断

【详解】对于A，若，则，定义域为R，

所以，所以为奇函数，故错误；

对于B，若，则，

利用幂函数的性质可得在上单调递减，故正确；

对于C，若，则，

此时函数的定义域为，故正确；

对于D，若，则，

设，

当时，，故此时不会有零点；

当时，单调递增，单调递减，所以单调递增，

且，

由零点存在定理可得在仅有一个零点，

综上，函数只有一个零点，故正确

故选：BCD

11. 下述正确的是( )

A. 若，则最大值是25

B. 若，则的最大值是

C. 若，则的最小值是4

D. 若，则的最小值是12

【答案】ABD

【解析】

【分析】根据基本不等式判断各选项．

【详解】选项A，或时，，因此最大值在时取得，此时，当且仅当时等号成立，A正确；

选项B，，由于，，当且仅当即时等号成立，所以，最大值为，B正确；

选项C，，，，当且仅当即时等号成立，由于等号不成立，C错误；

选项D，，则，，



，

，

当且仅当，即时等号成立，

在即时，取得最小值0，

综上，即时，取得最小值，D正确．

故选：ABD．

12. 已知函数的定义域为，当时，，则( )

A.  B. 

C. 是增函数 D. 当时，

【答案】ACD

【解析】

【分析】对A、B：根据题意直接赋值运算求解；对C：根据题意结合单调性的定义分析证明；对D：根据题意结合函数单调性分析运算.

【详解】对A：令，可得，解得，A正确；

对B：∵当时，，则，

∴，B错误；

对C：令，可得，即，

设，则，可得，

则，即，

故函数在内单调递增，C正确；

对D：∵函数在内单调递增，

故当时，，D正确.

故选：ACD.

**三､填空题：本题共4个小题，每小题5分，共20分.**

13. 计算：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】根据对数的定义,幂的运算法则计算.

【详解】．

故答案为：．

14. 已知为坐标原点，点的初始位置坐标为，线段绕点顺时针转动后，点所在位置的坐标为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】设点在角的终边上，根据任意角的三角函数的定义可得再根据题意可知转动后点在角的终边上，且，根据诱导公式求出即可；

【详解】设点在角的终边上，又，则，

线段绕点顺时针转动后，此时点在角的终边上，且，

所以此时点的横坐标为，纵坐标为，即点坐标为.

故答案为：

15. 若，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】1

【解析】

【分析】由已知结合同角三角函数基本关系式化弦为切求解.

【详解】由可得.

故答案为：1

16. 已知函数，若在时恒成立，则的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】先利用复合函数的单调性判断是单调递减函数且，则题意可转化成在时恒成立，设，对称轴为，分两种情况即可求解

【详解】因为，

因为是单调递增函数，且，

所以根据复合函数的单调性性质可得是单调递减函数，而

所以在时恒成立可转化成在时恒成立，

可整理得在时恒成立，

设

当时，的对称轴为，

此时，当，恒成立，满足题意，

所以由可得，所以，

解得，

因为，所以；

当，的对称轴为，

则，解得，

所以或，

所以或，

因为，所以或，

综上所述，的取值范围是

故答案为：

【点睛】关键点睛：这道题得到在时恒成立后，关键是讨论对称轴是否在内，

**四､解答题：本题共6小题，共70分.解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.**

17. 已知全集为.

(1)求；

(2)若，且，求的取值范围.

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)利用补集和交集的定义即可求解；

(2)由可得，然后列出不等式即可.

【小问1详解】

因，，

所以或，

所以.

【小问2详解】

因为，所以，

所以，解得，

故的取值范围为.

18. 已知函数.

(1)若，求的取值范围；

(2)若，解关于的不等式.

【答案】(1)

(2)答案见详解

【解析】

【分析】(1)根据一元二次不等式在上恒成立问题运算求解；

(2)分类讨论两根大小解一元二次不等式.

【小问1详解】

由，可得对恒成立，

则，解得，

故的取值范围.

【小问2详解】

由题意可得：，

令，可得或，

对于不等式，则有：

当时，不等式的解集为；

当时，不等式的解集为；

当时，不等式的解集为.

19. 已知函数是的一个零点.

(1)求；

(2)若时，方程有解，求实数的范围.

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)将零点代入计算得，结合得；

(2)先算出，结合正弦函数性质求出，进一步得，由题意可知参数范围即为函数值域.

【小问1详解】

由题意，

则，

.

【小问2详解】

由(1)得

，则，

，则，

方程有解，则.

20. 已知函数且的图象过点.

(1)求的值及的定义域；

(2)求在上的最大值；

(3)若，比较与的大小.

【答案】(1)，定义域为；

(2)最大值是，

(3)．

【解析】

【分析】(1)由求得，由对数函数的定义得定义域；

(2)函数式化简为只含有一个对数号，然后由二次函数性质及对数函数性质得最大值；

(3)指数式改写为对数式，然后比较的大小，并由已知得出的范围，在此范围内由的单调性得大小关系．

【小问1详解】

由已知，，

，定义域为；

【小问2详解】

，

，，则，

所以，时取等号，

最大值为；

【小问3详解】

，，

，，

，，

所以，，则，，

∵，所以，，即，

，，

所以，，

∵在上是增函数，又在时是减函数，

∴在上是减函数，

∴．

21. 2022年卡塔尔世界杯刚结束不久，留下深刻印象的除了精彩的足球赛事，还有灵巧可爱、活力四射的吉祥物，中文名叫拉伊卜，在全球范围内收获了大量的粉丝，开发商设计了不同类型含有拉伊卜元素的摆件、水杯、钥匙链、体恤衫等.某调查小组通过对该吉祥物某摆件官网销售情况调查发现：该摆件在过去的一个月内(以30天记)每件的销售价格(单位：百元)与时间(单位：天)的函数关系式近似满足(为正常数)，日销售量(件)与时间的部分数据如下表所示：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| (天) | 5 | 10 | 15 | 25 | 30 |
| (件) | 115 | 120 | 125 | 115 | 110 |

已知第10天的日销售收入为132百元.

(1)求的值；

(2)给出以下四种函数模型：

①，②，③，④.

请根据上表中的数据，选择你认为最合适的一种函数来描述日销售量(单位：件)与时间(天)的变化关系，并求出该函数解析式；

(3)求该吉祥物摆件的日销售收入(单位：百元)的最小值.

【答案】(1)

(2)选②，.

(3)132百元

【解析】

【分析】(1)根据第10天该商品的日销售收入为132元，代入即可得解；

(2)据所给数据知，当时间变化时，该商品的日销售量有增有减，并不单调，而①，③，④中的函数为单调函数，故只能选②，再代入题表数据即可得解；

(3)由(2)可得，分类讨论求最小值即可.

【小问1详解】

由题意得，解得．

【小问2详解】

由题表中的数据知，当时间变化时，该商品的日销售量有增有减，并不单调，而①，③，④中的函数为单调函数，故只能选②，即．

由题表可得，，

即解得

故．

小问3详解】

由(2)知

∴

当时，在区间上单调递减，在区间上单调递增，

∴当时，，当时，，

∴当时，取得最小值，且；

当时，是单调递减的，

∴当时，取得最小值，且．

综上所述，当时，取得最小值，且．

故该商品的日销售收入的最小值为132百元．

22. 已知函数，对且，恒有

(1)求和的单调区间；

(2)证明：的图象与的图象只有一个交点.

【答案】(1)的增区间是，减区间是，的增区间是，减区间是；

(2)证明见解析．

【解析】

【分析】(1)根据单调性的定义结合已知恒等式得出的单调区间，然后由复合函数的单调性得出单调区间；

(2)设，然后由(1)得在上的单调性，再由零点存在定理得其有唯一零点，利用(1)的结论和不等式的性质得时，，综合后可证明结论成立．

【小问1详解】

对且即时，，时，，

，则时，，时，，

设，，

当时，，，所以在上增函数，

当时，，则，所以在上是减函数，

又，设，则，则，

所以在上是减函数，同理在上是增函数，

综上，的增区间是，减区间是，的增区间是，减区间是；

【小问2详解】

设，，

由(1)知时，递减，递增，

设，，即，

所以在上是减函数，

又，

，

所以存在唯一的，使得，

时，由(1)知，即，，

所以，

所以在上无零点，

综上，只有一个零点，即与的图象只有一个交点．

【点睛】方法点睛：证明两个函数图象有唯一交点问题，可把两函数解析式作差构成新函数，证明新函数有唯一零点，为此可确定函数的单调性，利用零点存在定理给予证明，本题函数在上由零点存在定理证明零点的唯一性，在上由不等式性质证明其函数值恒为负，从而无零点．