泸县五中高2021级高三上学期开学考试

文科数学

第I卷　选择题（60分）

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．已知集合$A=\{-1,0,1,2\}$，集合$B=\{x|x>1\}$，则$A\cap(\complement_{R}B)=$

A．$\{-1,0,1\}$　　B．$\{-1,0\}$　　C．$\{0,1\}$　　D．$(-\infty,1]$

2．已知$z=\dfrac{1-i}{2+2i}$，则$z-\overline{z}=$

A．$-i$　　B．i　　C．0　　D．1

3．从1，2，3，8，9中任取两个不同的数，记为(a,b)，则$\log_a b>1$成立的概率为

A．$\dfrac{1}{20}$　　B．$\dfrac{1}{10}$　　C．$\dfrac{1}{5}$　　D．$\dfrac{3}{10}$

4．函数f(x)的图象向右平移一个单位长度，所得图象与$y=e^x$关于y轴对称，则f(x)=

A．e^{x+1}　　B．e^{x-1}　　C．e^{-x+1}　　D．e^{-x-1}

5．某市质量检测部门从辖区内甲、乙两个地区的食品生产企业中分别随机抽取9家企业，根据食品安全管理考核指标对抽到的企业进行考核，并将各企业考核得分整理成如下的茎叶图．由茎叶图所给信息，可判断以下结论中正确的是

甲地区		乙地区
5 8	7	7 4
5 8 1 4	8	0 4 7 3
3 4 2	9	9 a 1

A．若$a=2$，则甲地区考核得分的极差大于乙地区考核得分的极差

B．若$a=4$，则甲地区考核得分的平均数小于乙地区考核得分的平均数

C．若$a=5$，则甲地区考核得分的方差小于乙地区考核得分的方差

D．若$a=6$，则甲地区考核得分的中位数小于乙地区考核得分的中位数

6．已知a,b为两条不同的直线，α，β为两个不同的平面，则下列命题中正确的是

A．若$a//b,b//\alpha$，则$a//\alpha$　　B．若$a//b,a\perp\alpha,b//\beta$，则$\alpha\perp\beta$

C．若$a//\alpha,b//\beta,\alpha//\beta$，则$a//b$　　D．若$a//\alpha,b//\beta,\alpha\perp\beta$，则$a\perp b$

7．下列物体中，能够被整体放入棱长为1（单位：m）的正方体容器（容器壁厚度忽略不计）内的有

A．直径为1.01m的球体　　B．所有棱长均为1.42m的四面体

C．底面直径为1.01m，高为1.8m的圆柱体　　D．底面直径为1.2m，高为0.01m的圆柱体

8．已知实数x,y满足$\begin{cases}x+y-1\le 0\\x-y+1\ge 0\\y\ge -1\end{cases}$，则$z=\dfrac{y-3}{x-3}$的最大值为

A．$\dfrac{3}{2}$　　B．2　　C．3　　D．4

9．在棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，分别取棱 AA_1，A_1D_1 的中点 E，F，点 G 为 EF 上一个动点，则点 G 到平面 ACD_1 的距离为

A．$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B．$\sqrt{3}$　　C．1　　D．$\frac{\sqrt{3}}{3}$

10．已知椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右焦点分别为$F_1$，$F_2$，点 P 在椭圆 C 上，且 $PF_2 \perp F_1F_2$，过 P 作 F_1P 的垂线交 x 轴于点 A，若$|AF_2|=\frac{1}{2}c$，记椭圆的离心率为 e，则$e^2=$

A．$\frac{3-\sqrt{5}}{2}$　　B．$3-\sqrt{5}$　　C．$\sqrt{2}-1$　　D．$\frac{1}{2}$

11．已知$a=\sin\frac{\sqrt{3}}{2}$，$b=\frac{2\sqrt{5}}{5}$，$c=\cos\frac{1}{2}$，则

A．$a<b<c$　　B．$a<c<b$　　C．$b<a<c$　　D．$c<b<a$

12．若 $x\in(1,+\infty)$ 时，关于 x 的不等式 $ax^{a-1}\ln x-\mathrm{e}^x\le 0$ 恒成立，则 a 的取值范围为

A．$\left(-\infty,\frac{1}{\mathrm{e}}\right]$　　B．$(-\infty,\mathrm{e}]$　　C．$\left(0,\frac{1}{\mathrm{e}}\right]$　　D．$\left(\frac{1}{\mathrm{e}},\mathrm{e}\right]$

第 II 卷　非选择题（90 分）

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13．写出“$x+\frac{1}{x}\le -2$”的一个充分不必要条件_____.

14．牛膝是苋科多年生药用草本植物，具有活血通经、补肝肾、强筋骨等功效，可用于治疗腰膝酸痛等症状．某农户种植牛膝的时间 x（单位：天）和牛膝的根部直径 y（单位：mm）的统计表如下：

x	20	30	40	50	60
y	0.8	1.3	2.2	3.3	4.5

由上表可得经验回归方程为 $\hat{y}=0.094x+\hat{a}$，若此农户准备在 $y=9\text{mm}$ 时采收牛膝，据此模型预测，此批牛膝采收时间预计是第______天.

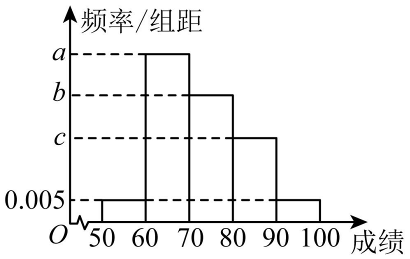
15．椭圆 $E:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$过点$(2,0)$且上顶点到 x 轴的距离为 1，直线 m 过点$\left(1,\frac{1}{2}\right)$与椭圆 E 交于 A，B 两点且 AB 中点在坐标轴上，则直线 m 的方程为________.

16．已知抛物线 C：$y^2=4x$ 的焦点为 F，过点 F 作斜率大于 0 的直线 l 与 C 交于 A，B 两点，O 为坐标原点，$\overrightarrow{AF}=2\overrightarrow{FB}$，则 $\triangle AOB$ 的面积为____________

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答．第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答．

（一）必考题：共 60 分。

17．（12 分）某中学组织学生进行地理知识竞赛，随机抽取 500 名学生的成绩进行统计，将这 500 名学生成绩分成 5 组：[50，60)，[60，70)，[70，80)，$[80,90)$，[90，100]，得到如图所示的频率分布直方图，若 a,b,c 成等差数列，且成绩在区间 $[80,90)$ 内的人数为 120．



(1)求 a，b，c 的值；

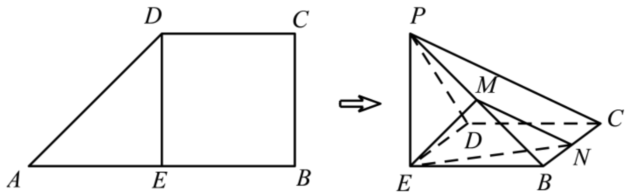
(2)估计这 500 名学生成绩的中位数和平均数（同一组中的数据用该组区间的中点值代替）；

(3)由成绩在区间[90，100]内的甲、乙等 5 名学生组成帮助小组，帮助成绩在区间[50，60)内的学生 A，B，其中 3 人帮助 A，余下的 2 人帮助 B，求甲、乙都帮助 A 的概率．

18．（12 分）如图，在直角梯形 $ABCD$ 中，$AB//DC$，$\angle ABC=90°$，$AB=2DC=2BC$，E 为 AB 的中点，沿 DE 将 ΔADE 折起，使得点 A 到点 P 位置，且 $PE\perp EB$，M 为 PB 的中点，N 是 BC 上的动点（与点 B，C 不重合）．

（1）证明：平面 $EMN\perp$ 平面 PBC；

（2）设三棱锥 $B-EMN$ 和四棱锥 $P-EBCD$ 的体积分别为 V_1 和 V_2，当 N 为 BC 中点时，求 $\dfrac{V_1}{V_2}$ 的值



19．（12 分）已知函数 $f\left(x\right)=\cos^2\omega x+\sqrt{3}\sin\omega x\cos\omega x+a$，其中 $0<\omega<2$，再从条件①、条件②、条件③这三个条件中选择两个作为已知．条件①：$f\left(0\right)=\dfrac{1}{2}$；条件②：$f\left(x\right)$ 的最小正周期为 π；条件③：$f\left(x\right)$ 的图象经过点 $\left(\dfrac{\pi}{6},1\right)$．

(1)求 $f\left(x\right)$ 的解析式；　　(2)求 $f\left(x\right)$ 的单调递增区间．

20．（12 分）已知函数 $f\left(x\right)=a\mathrm{e}^{x}-x-a$.

(1)若 $f\left(x\right)\geq 0$，求 a 的值；

(2)证明：当 $a\geq 1$ 时，$f\left(x\right)>x\ln x-\sin x$ 成立.

21．（12 分）在圆 $x^2+y^2=2$ 上任取一点 D，过点 D 作 x 轴的垂线段 DH,H 为垂足，线段 DH 上一点 E 满足 $\frac{|DH|}{|EH|}=\sqrt{2}$.记动点 E 的轨迹为曲线 C

(1)求曲线 C 的方程；

(2)设 O 为原点，曲线 C 与 y 轴正半轴交于点 A，直线 AP 与曲线 C 交于点 P，与 x 轴交于点 M，直线 AQ 与曲线 C 交于点 Q，与 x 轴交于点 N，若 $\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{ON}=-2$，求证：直线 PQ 经过定点.

（二）选考题：共 10 分．请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分．

22．（选修 4-4 极坐标与参数方程）

在平面直角坐标系 xOy 中，已知直线 l 的参数方程为 $\begin{cases}x=1+t\\ y=2-\dfrac{2t}{3}\end{cases}$，（$t$ 为参数）．以坐标原点 O 为极点，x 轴非负半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C 的极坐标方程为 $\rho^2=\dfrac{4}{1+3\sin^2\theta}$.

(1)求直线 l 的普通方程与曲线 C 的直角坐标方程；

(2)若 P 是曲线 C 上一点，Q 是直线 l 上一点，求 $|PQ|$ 的最小值.

23．（选修 4-5 不等式选讲）

已知函数 $f\left(x\right)=\left|x-3\right|+\left|x-2\right|$.

（1）求不等式 $f\left(x\right)<3$ 的解集 M；

（2）证明：当 $a,b\in M$ 时，$\left|a+b\right|<\left|1+ab\right|$.