

数学试题

一、单选题:本题共 8 个小题,每小题 6 分,共 48 分,在每小题给出的四个选项中,只有一个正确选项.

1. 已知集合 $A = \{x | -1 < x \leq 2\}$, $B = \{-1, 0, 1, 2\}$, 则 $A \cap B =$ ()

- A. $\{-1, 0, 1\}$ B. $\{-1, 0\}$ C. $\{0, 1\}$ D. $\{0, 1, 2\}$

2. 设命题 $p: \forall x > 0, e^x \geq x + 1$, 则 $\neg p$ 为 ()

- A. $\forall x > 0, e^x \leq x + 1$ B. $\forall x < 0, e^x < x + 1$
C. $\exists x > 0, e^x < x + 1$ D. $\exists x < 0, e^x \geq x + 1$

3. 已知全集为 $U = \mathbf{R}$, $M = \{x | x^2 - x > 0\}$, $N = \left\{x \mid \frac{x-1}{x} < 0\right\}$, 则有 ()

- A. $M \cup N = \mathbf{R}$ B. $M \cap N = \emptyset$
C. $\complement_U N = M$ D. $\complement_U N \subseteq M$

4. 若 $x > 0$, $y > 0$ 且 $x + y = 1$, 则 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ 的最小值为 ()

- A. 4 B. -4 C. 2 D. -2

5. 已知 $x \in \mathbf{R}$, 若集合 $M = \{1, x\}$, $N = \{1, 2, 3\}$, 则“ $x = 2$ ”是“ $M \subseteq N$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

6. 如果 $a > b$, 那么下列运算正确的是 ()

- A. $a - 3 < b - 3$ B. $a + 3 < b + 3$ C. $3a < 3b$ D. $\frac{a}{-3} < \frac{b}{-3}$

7. 设 $P = 2a^2 - 4a + 3, Q = (a-1)(a-3), a \in \mathbf{R}$, 则有 ()

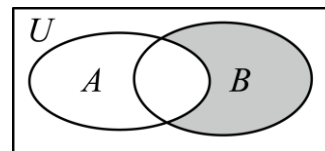
- A. $P \geq Q$ B. $P > Q$
C. $P < Q$ D. $P \leq Q$

8. 若函数 $f(x) = \begin{cases} -x, & x \leq -1 \\ x + \frac{2}{x} - 5, & x > -1 \end{cases}$, 则 $f[f(-2)] =$ ()

- A. -2 B. 2
C. -4 D. 4

二、多选题:本题共 4 小题,每小题 6 分,共 24 分.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求,全部选对的得 6 分,部分选对的得 3 分,有错选的得 0 分.

9. 如图,已知矩形 U 表示全集, A, B 是 U 的两个子集,则阴影部分可表示为 ()



- A. $(\complement_U A) \cap B$ B. $\complement_U (A \cap B)$
C. $\complement_B (A \cap B)$ D. $\complement_{(A \cup B)} A$

10. (多选) 已知 $f(2x+1) = 4x^2$, 则下列结论正确的是 ()

- A. $f(-3) = 16$ B. $f(x) = 4x^2$
C. $f(x) = 16x^2 + 16x + 4$ D. $f(x) = x^2 - 2x + 1$

11. 下列各组函数表示同一函数的是 ()

- A. $f(x) = x, g(x) = \sqrt{x^2}$
B. $f(x) = x^2, g(x) = \sqrt[3]{x^6}$
C. $f(x) = x + 1, g(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$
D. $f(x) = \frac{x^0}{x}, g(x) = \frac{x}{x^2}$

12. 在下列函数中,值域是 $(0, +\infty)$ 的是 ()

- A. $y = 2x + 1 \left(x > -\frac{1}{2}\right)$ B. $y = x^2$
C. $y = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}$ D. $y = \frac{2}{x}$

三、填空题:本题 4 个小题,每题 6 分,共 24 分.

13. 不等式 $(2x-1)(3-x) < 0$ 的解集为_____.

14. 已知函数 $f(x+1)$ 的定义域是 $[-2, 2]$, 则函数 $f(x)$ 的定义域是_____.

15. 已知 $f(x) = ax^3 + x$ 是奇函数,且其定义域为 $(2a, 2-a)$, 则 a 的值为_____.

16. 函数 $f(x) = \sqrt{x+3} + \log_2(x+1)$, 则 $f(x)$ 定义域是_____.

四、解答题:共 54 分.

17. 已知函数 $f(x) = \frac{1-x}{1+x} (x \neq -1), g(x) = x^2 - 1$.

(1)求 $f(2)$, $g(3)$ 的值;

(2)求 $f(g(3))$ 的值.

18. 设集合 $U = \mathbf{R}$, $A = \{x | 0 \leq x \leq 3\}$, $B = \{x | m-1 \leq x \leq 2m\}$.

(1) $m = 3$, 求 $A \cap (\complement_U B)$;

(2)若“ $x \in B$ ”是“ $x \in A$ ”的充分不必要条件, 求 m 的取值范围.

19. 已知 $f(x) = x^2 - ax + 3$.

(1)当 $a = 2$ 时, 解不等式 $f(x) > 6$;

(2)当 $x \in (0, +\infty)$ 时, $f(x) \geq 1 - x^2$ 恒成立, 求 a 的取值范围.

20. 已知函数 $f(x) = ax + \frac{b}{x} (a, b \in \mathbf{R})$, 且 $f(1) = 2$, $f(-2) = -\frac{5}{2}$.

(1)求 $f(x)$ 的解析式;

(2)用函数单调性的定义证明: $f(x)$ 在 $(0, 1)$ 上单调递减.