黄冈市 2023 年高三年级 9 月调研考试

数 学 试 题

黄冈市教育科学研究院命制

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上。

2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。

3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题(本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分，在每小题给出的四个选项中，只有一个是符合题目要求的)

1. 已知全集为 U，集合 M,N 满足 $M\subset N\subset U$，则下列运算结果为 U 的是

A. $M\cup N$　　B. $(\complement_U N)\cup(\complement_U M)$　　C. $M\cup(\complement_U N)$　　D. $N\cup(\complement_U M)$

2. 若复数 $z=1-i+i^2-i^3+\cdots+i^{2022}-i^{2023}$，则 $|z|=$

A. 0　　B. $\sqrt{2}$　　C. 1　　D. 2

3. 已知数列 $\{a_n\}$ 是正项等比数列，数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n=\log_2 a_n$. 若 $a_2a_5a_8=2^{12}$，则 $b_1+b_2+b_3+\cdots+b_9=$

A. 24　　B. 32　　C. 36　　D. 40

4. 柯西不等式(Cauchy—Schwarz Lnequality)是法国数学家柯西与德国数学家施瓦茨分别独立发现的，它在数学分析中有广泛的应用. 现给出一个二维柯西不等式：$(a^2+b^2)(c^2+d^2)\geqslant(ac+bd)^2$，当且仅当 $ad=bc$ 时即 $\frac{a}{c}=\frac{b}{d}$ 时等号成立. 根据柯西不等式可以得知函数 $f(x)=3\sqrt{4-3x}+\sqrt{3x-2}$ 的最大值为

A. $2\sqrt{5}$　　B. $2\sqrt{3}$　　C. $\sqrt{10}$　　D. $\sqrt{13}$

5. 已知 $\sin(\theta+\frac{\pi}{6})=\frac{2}{3}$，则 $\sin(2\theta-\frac{\pi}{6})=$

A. $-\frac{1}{9}$　　B. $\frac{1}{9}$　　C. $\frac{4\sqrt{5}}{9}$　　D. $-\frac{4\sqrt{5}}{9}$

6. 已知函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)(-\frac{\pi}{2}<\varphi<\frac{\pi}{2})$ 在 $(\frac{3\pi}{8},\frac{7\pi}{8})$ 内单调递减，$x=\frac{3\pi}{8}$ 是函数 $f(x)$ 的一条对称轴，且函数 $y=f(x+\frac{\pi}{8})$ 为奇函数，则 $f(\frac{7\pi}{24})=$

A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B. -1　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

7. 在 $\triangle ABC$ 中，$\angle A=2\angle B$，$AC=4$，$BC=6$，则 $\triangle ABC$ 的面积为

A. $2\sqrt{7}$　　B. $\frac{3\sqrt{7}}{7}$　　C. $3\sqrt{7}$　　D. $\frac{15\sqrt{7}}{4}$

8. 已知函数 $f(x)$ 及其导函数 $f'(x)$ 定义域均为 R，记 $g(x)=f'(x+1)$，且 $f(2+x)-f(2-x)=4x$，$g(3+x)$ 为偶函数，则 $g'(7)+g(17)=$

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

二、多选题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

9. 以下说法正确的有

A. “$-2<x<4$”是“$x^2-2x-15<0$”的必要不充分条件

B. 命题“$\exists x_0>1,\ln(x_0-1)\geqslant 0$”的否定是“$\forall x\leqslant 1,\ln(x-1)<0$”

C. “$\ln a>\ln b$”是“$a^2>b^2$”的充分不必要条件

D. 设 $a,b\in R$，则“$a\neq 0$”是“$ab\neq 0$”的必要不充分条件

10. 已知 $3^a=4^b=12$，则下列选项正确的是

A. $a+b=ab$　　B. $a+4b>9$

C. $a^2+b^2>8$　　D. $(a-1)^2+(b-1)^2<2$

11. 设数列 $\{a_n\}$ 前 n 项和为 S_n，满足 $(a_n-1)^2=4(100-S_n)$，$n\in N^*$ 且 $a_1>0$，则下列选项正确的是

A. $a_n=-2n+21$

B. 数列 $\left\{\frac{S_n}{n}\right\}$ 为等差数列

C. 当 $n=11$ 时 S_n 有最大值

D. 设 $b_n=a_na_{n+1}a_{n+2}$，则当 $n=8$ 或 $n=10$ 时数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和取最大值

12. 点 O,H 分别是 $\triangle ABC$ 的外心、垂心，则下列选项正确的是

A. 若 $\overrightarrow{BD}=\lambda(\frac{\overrightarrow{BA}}{|\overrightarrow{BA}|}+\frac{\overrightarrow{BC}}{|\overrightarrow{BC}|})$ 且 $\overrightarrow{BD}=\mu\overrightarrow{BA}+(1-\mu)\overrightarrow{BC}$，$(\lambda,\mu\in R)$，则 $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{DC}$

B. 若 $2\overrightarrow{BO}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}$，且 $AB=2$，则 $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AB}=4$

C. 若 $\angle B=\frac{\pi}{3}$，$\overrightarrow{OB}=m\overrightarrow{OA}+n\overrightarrow{OC}$，则 $m+n$ 的取值范围为 $[-2,1)$

D. 若 $2\overrightarrow{HA}+3\overrightarrow{HB}+4\overrightarrow{HC}=0$，则 $\cos\angle BHC=-\frac{\sqrt{10}}{5}$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 若向量 a,b 满足 $a=(1,1)$，$|b|=1$，且 $(a+b)b=0$，则 a 与 b 的夹角为________.

14. 若“$\exists x_0\in[1,4]$ 使 $x_0^2-ax_0+4>0$”为假命题，则实数 a 的取值范围为________.

15. 设矩形 $ABCD(AB>BC)$ 的周长为 12，把 $\triangle ABC$ 沿 AC 向 $\triangle ADC$ 折叠，AB 折后交 DC 于点 M，则 $\triangle ADM$ 的面积最大值为________.

16. 若存在两个不等的正实数 x,y，使得 $(x-y)(x+y-t)=e^x-e^y$ 成立，则实数 t 的取值范围为________.

四、解答题：共 70 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

17.（10 分）

设等差数列$\{a_n\}$前 n 项和 S_n，$a_1=1$，满足 $2S_{n+1}=n(a_n+5)+2$，$n\in N^*$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式；

(2)记 $b_n=\dfrac{n+1}{S_nS_{n+2}}$，设数列$\{b_n\}$的前 n 项和为 T_n，求证 $T_n<\dfrac{5}{16}$.

18.（12 分）

已知函数 $f(x)=x^3-ax^2+bx+2$

(1)若其图象在点$(1,f(1))$处的切线方程为 $x-y+1=0$，求 a，b 的值；

(2)若 1 是函数 $f(x)$的一个极值点，且函数$\dfrac{f(x)}{x}$在$[2,3]$上单调递增，求实数 a 的取值范围.

19.（12 分）

设 $a>0$，$b>0$，函数 $f(x)=a-2b+2bx-ax^2$.

(1) 求关于 x 的不等式 $f(x)>0$ 解集；

(2)若 $f(x)$在$[0,2]$上的最小值为 $a-2b$，求$\dfrac{b}{a}$的取值范围.

20.（12 分）

已知向量 $a=(2\cos(x+\dfrac{\pi}{3}-\theta),-2)$，$b=(-2\cos(x-\dfrac{\pi}{6}-\theta),1)$ $(-\dfrac{\pi}{2}<\theta<0)$，设

$f(x)=a\cdot b+2$，且 $f(x)$的图象关于点$(\dfrac{\pi}{12},0)$对称.

(1)若 $\tan x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，求 $f(x)$的值；

(2)若函数 $g(x)$的图象与函数 $f(x)$的图象关于直线 $x=\dfrac{\pi}{8}$对称，且 $g(x)$在区间 $\left[-\dfrac{5\pi}{12},t\right]$上的值域为$[-1,2]$，求实数 t 的取值范围.

21.（12 分）

在$\triangle ABC$ 中，a，b，c 分别为角 A，B，C 所对的边，CD 为 AB 边上的高，设 $CD=h$，且 $a+b=c+h$.

(1)若 $c=3h$，求 $\tan C$ 的值；

(2)求 $\sin C$ 的取值范围.

22.（12 分）

已知函数 $f(x)=a\ln x-2x+\dfrac{1}{2}x^2$.

(1)讨论函数 $f(x)$的极值点个数；

(2)若不等式 $f(x)\leqslant x(e^x+\dfrac{1}{2}x-a-2)-1$ 恒成立，求实数 a 的取值范围.