

## 高三期初质量检测试卷·数学

注意事项:

- 1.答卷前,考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上.
- 2.回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需改动,用橡皮擦擦干净后,再选涂其他答案标号.回答非选择题时,将答案写在答题卡上.写在本试卷上无效.
- 3.考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回.

一、单项选择题,本题共8小题,每小题5分,共40分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1.已知集合  $A = \{x | x \in \mathbf{N} \text{ 且 } x \geq 0\}$ ,  $B = \{x | |x| < 2\}$ , 则  $A \cap B = ( \quad )$

- A.  $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$       B.  $\{-1, 0, 1, 2\}$       C.  $\{0, 1, 2\}$       D.  $\{0, 1\}$

2.设  $a, b$  为实数, 则“ $a > b$ ”的一个充分不必要条件是 ( )

- A.  $e^a > e^b$       B.  $a^3 > b^3$       C.  $\ln(a+1) > \ln(b+1)$       D.  $\sqrt[3]{a+2} > \sqrt[3]{b+2}$

3.如果在一次实验中,测得  $(x, y)$  的五组数值如下表所示,经计算知,  $y$  对  $x$  的线性回归方程是  $y = 6.5x + a$ , 预测当  $x = 10$  时,  $y = ( \quad )$

$x$	0	1	2	3	4
$y$	10	15	20	30	35

- A. 73.5      B. 74      C. 74.5      D. 75

4.函数  $f(x) = \sin x - x \cos x$  在区间  $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$  上的最小值为 ( )

- A.  $\frac{3\sqrt{3}-\pi}{6}$       B.  $-1$       C.  $\frac{\sqrt{3}\pi-6}{12}$       D. 0

5.某市为了实施教育振兴计划,依托本市一些优质教育资源,每年都对本市所有在高校就读的定向师范生实施教育教学技能培训,以提高定向师范生的毕业质量.现有5名即将毕业的定向师范生拟分配到3所学校进行跟岗培训,每名师范生只能跟岗1所学校,每所学校至少分配1名师范生,则不同的跟岗分配方案共有 ( )

- A. 150种      B. 300种      C. 360种      D. 540种

6.已知某工厂生产零件的尺寸指标  $\xi \sim N(15, 0.0025)$ , 单位为  $\text{cm}$ . 该厂每天生产的零件尺寸在  $(14.9, 15.05)$  的数量为 818600, 则可以估计该厂每天生产的零件尺寸在 15.15 以上的数量为 ( )

参考数据: 若  $\xi \sim N(\mu, \sigma^2)$ , 则  $P(\mu - \sigma < \xi \leq \mu + \sigma) = 0.6827$ ,  $P(\mu - 2\sigma < \xi \leq \mu + 2\sigma) = 0.9545$ ,

$P(\mu - 3\sigma < \xi \leq \mu + 3\sigma) = 0.9973$ .

- A. 1587      B. 2275      C. 2700      D. 1350

7.设  $a = 2 \log_3 2$ ,  $b = \log_2 3$ ,  $c = \frac{4}{3}$ , 则  $a, b, c$  的大小顺序为 ( )

- A.  $a > b > c$       B.  $c > b > a$       C.  $a > c > b$       D.  $b > c > a$

8.对于实数  $x \in (0, +\infty)$ , 不等式  $e^x - \ln(mx) + (1-m)x \geq 0$  恒成立, 则实数  $m$  的取值范围为 ( )

A.  $0 < m \leq 1$

B.  $m \leq 1$

C.  $0 < m \leq e$

D.  $m \leq e$

二、多项选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分，在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分。

9. 下列结论正确的有 ( )

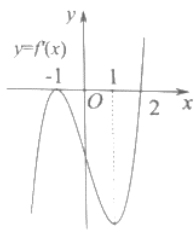
A. 从装有 2 个红球和 2 个黑球的口袋内任取 2 个球，至少有一个黑球与至少有一个红球是两个互斥而不对立的事件

B. 数据 1, 2, 6, 9, 12, 15, 18, 20 的第 75 百分位数为 16.5

C. 在经验回归分析中，如果相关系数  $r$  的绝对值越接近于 1，则两个变量的相关性越强

D. 若  $X$  服从超几何分布  $H(2, 3, 6)$ ，则  $E(X) = 1$

10. 已知  $f'(x)$  是函数  $f(x)$  的导函数，其图象如图所示，则下列关于函数  $f(x)$  的说法正确的是 ( )



A. 在  $(-\infty, 1)$  上单调递减

B. 在  $x = -1$  处取得极大值

C.  $y = f(x)$  在  $x = -1$  处切线的斜率小于 0

D.  $f(x)$  在  $x = 2$  处取得极小值

11. 下列结论正确的是 ( )

A. 若  $a > b > 0$ ，且  $a + b = 1$ ，则  $\sqrt{a} + \sqrt{b} \leq \sqrt{2}$

B. 若  $a > b > 0$ ，则  $\frac{4b}{a+b} + \frac{a}{b} \geq 3$

C. 若  $a > b > 0$ ，则  $\frac{b+2^x}{a+2^x} < \frac{b}{a} (x \in \mathbf{R})$

D. 若  $\log_a 2023 < \log_b 2023 < 0$ ， $2023 < 0$ ，则  $a^b > b^a$

12. 函数  $f(x) = \begin{cases} \frac{x+1}{x}, & x < 0 \\ \frac{3x}{e^x}, & x \geq 0 \end{cases}$ ，关于  $x$  的方程  $f^2(x) - m|f(x)| = 0 (m \in \mathbf{R})$ ，则下列选项正确的是 ( )

A. 函数  $f(x)$  的值域为  $\left(-\infty, \frac{3}{e}\right]$

B. 函数  $f(x)$  的单调减区间为  $(-\infty, 0) \cup [1, +\infty)$

C. 当  $m = \frac{1}{2}$  时，则方程有 6 个不相等的实数根

D. 若方程有 3 个不相等的实数根，则  $m$  的取值范围是  $\left(\frac{3}{e}, +\infty\right)$

三、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.请把答案填写在答题卡相应位置是.

13.已知实数  $x$  不为零，则  $(x-3)\left(\frac{2}{x}-1\right)^5$  的展开式中常数项为\_\_\_\_\_.

14.若命题“ $\forall x \in [0,3], x^2 - 4x - a \leq 0$ ”为假命题，则实数  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

15.已知函数  $f(x+1)$  是奇函数， $f(x+2)$  是偶函数，当  $x \in [2,3]$  时， $f(x) = 3-x$ ，则

$f(0) + f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(2023) =$ \_\_\_\_\_.

16.已知函数  $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2x + \lambda, & x \leq 0 \\ \lambda \ln x - x, & x > 0 \end{cases}$ ，若  $\forall x_1 \in (-\infty, 0], \forall x_2 \in (0, +\infty]$ ，使得  $f(x_1) = f(x_2)$  成立，则实

数  $\lambda$  的取值范围为\_\_\_\_\_.

四、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分.请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出必要的文字说明，证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 10 分)

从①  $A = \left\{ x \mid y = \frac{1}{\sqrt{1+x}} + \ln(9-x^2) \right\}$ ；②  $A = \left\{ x \mid \log_{\frac{1}{2}}(x+1) > -2 \right\}$ ；③  $A = \left\{ x \mid \frac{4}{x+1} > 1 \right\}$  三个条件中，任选一

个补充在下面问题中，并求解.

已知集合\_\_\_\_，集合  $B = \left\{ x \mid x^2 - x + (m - m^2) \leq 0 \right\}$ .

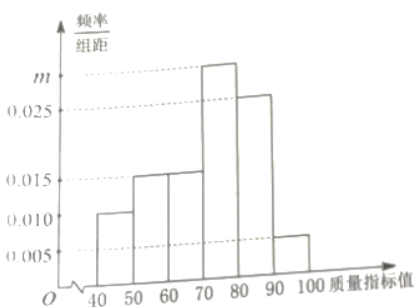
(1) 当  $m = -1$  时，求  $B \cap (\partial_R A)$ ；

(2) 若  $m \geq \frac{1}{2}$ ，设命题  $p: x \in A$ ，命题  $q: x \in B$ ，且命题  $p$  是命题  $q$  成立的必要不充分条件，求实数  $m$  的取值范围.

18. (本小题满分 12 分)

习近平总书记在党史学习教育动员大会上强调：“回望过往的奋斗路，眺望前方的奋进路，必须把党的历史学习好、总结好，把党的成功经验传承好、发扬好。”为进一步践行总书记在党史学习教育动员会精神，某市积极开展“青春心向党，建功新时代”系列主题活动.现该市某中学为了解学生对党史的认知情况，举行了一次党史知识竞赛，全校高一和高二共选拔 100 名学生参加，将其竞赛成绩分成以下六组： $[40, 50)$ ， $[50, 60)$ ， $[60, 70)$ ， $\dots$ ，

$[90, 100]$ ，得到如下频率分布直方图.



(1) 求出直方图中  $m$  的值，并用样本数据估计 100 名选手的竞赛平均分（同一组数据用该组区间的中点值代替）；

(2) 用分层抽样的方法在区间 $[40, 70)$ 内抽取一个容量为 8 的样本, 将该样本看成一个总体, 从中任意抽取 2 位同学的成绩, 求这 2 位同学成绩都在区间 $[40, 60)$ 内的概率.

19. (本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = x^3 - 2mx^2 + m^2x$  ( $m \in \mathbf{R}$ ) 在  $x = 6$  处有极小值.

(1) 求  $m$  的值;

(2) 求函数  $y = f(x)$  在  $[0, t]$  上的最大值.

20. (本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = \frac{m \cdot 9^x + 2}{m \cdot 3^x}$  ( $m \neq 0$  且  $m \in \mathbf{R}$ ).

(1) 若  $f(x)$  为偶函数, 求实数  $m$  的值;

(2) 在 (1) 的条件下, 对于  $\forall x \in [-1, 1]$ , 不等式  $f(2x) + 6 \leq \lambda f(x)$  成立, 求实数  $\lambda$  的取值范围.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = \ln x - xe^{-x} + \frac{1}{x}$  ( $e$  为自然对数的底数).

(1) 求函数  $f(x)$  在  $x = 1$  处的切线方程;

(2) 若  $f(x) + x - \frac{1}{x} - 1 > ae^{-x} + \ln x$  恒成立, 求证: 实数  $a < -1$ .

22. (本小题满分 12 分)

卫生检疫部门在进行病毒检疫时常采用“混采检测”或“逐一检测”的形式进行, 某兴趣小组利用“混采检测”进行试验, 已知 6 只动物中有 1 只患有某种疾病, 需要通过血液化验来确定患病的动物, 血液化验结果呈阳性的为患病动物, 下面是两种化验方案:

方案甲: 将各动物的血液逐个化验, 直到查出患病动物为止.

方案乙: 先取 4 只动物的血液混在一起化验, 若呈阳性, 则对这 4 只动物的血液再逐个化验, 直到查出患病动物; 若不呈阳性, 则对剩下的 2 只动物再逐个化验, 直到查出患病动物.

(1) 用  $X$  表示依方案甲所需化验次数, 求变量  $X$  的期望;

(2) 求依方案甲所需化验次数少于依方案乙所需化验次数的概率.