

9. 若 $a < b < 0$, 则 ()

A. $ab^2 < a^2b$

B. $2^a < 2^b < 1$

C. $|a-b| < ab$

D. $\lg a^2 > \lg b^2$

10. 下列区间上, 函数 $y = \ln|x| - x + 2\sin x$ 有零点的是 ()

A. $(-2, -1)$

B. $(-1, 0)$

C. $(0, 1)$

D. $(1, 3)$

11. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 \mathbf{R} , 则 $f(x)$ 为奇函数的必要不充分条件是 ()

A. $f(0) = 0$

B. $y = f(-x) + f(x)$ 为奇函数

C. 存在无数个 x , $f(-x) = -f(x)$

D. $y = \frac{f(x)}{x}$ 为偶函数

12. 已知定义在 \mathbf{R} 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x+y) = f(x)f(y)$, 则下列结论正确的是 ()

A. $f(0) = 1$

B. $f(x) \geq 0$

C. 若 $f(m+n) > 1$, 则 $f(m) + f(n) > 2$

D. 若对任意的实数 m , $f(2^m) > 1$, 则 $f(x)$ 是单调增函数

三、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 设命题 $P: \exists x \in \mathbf{R}, ax^2 - x + 1 \leq 0$. 写出一个实数 $a =$ _____, 使得 P 为真命题.

14. 某单位建造一个长方体无盖水池, 其容积为 48m^3 , 深 3m . 若池底每平米的造价为 150 元, 池壁每平米的造价为 120 元, 则最低总造价为 _____ 元.

15. 已知定义在 \mathbf{R} 上的函数 $f(x)$ 同时满足下列三个条件:

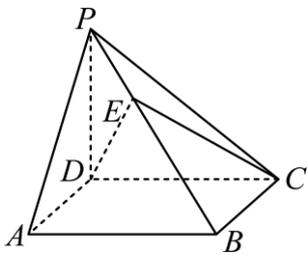
① $f(x)$ 为奇函数; ② 当 $0 \leq x \leq 2$ 时, $f(x) = x^3 - 3x$, ③ 当 $x \geq 0$ 时, $f(x+2) = f(x) + 2$.

则函数 $y = f(x) - \ln|x|$ 的零点的个数为 _____.

16. 若函数 $f(x) = \begin{cases} 1-ax, & x > a \\ |x-2a|-3, & x \leq a \end{cases}$, 存在最值, 则实数 a 的取值范围是 _____.

四、解答题: 本大题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为正方形, $PD \perp$ 平面 $ABCD$, $PD = AD = 3$, 点 E 满足 $\overrightarrow{BE} = 2\overrightarrow{EP}$, 点 F 为棱 PA 与平面 CDE 的交点.



(1) 证明: $AB \parallel EF$;

(2) 求直线 BF 与平面 CDE 所成角的正弦值.

18. 记 $\triangle ABC$ 的内角 A 、 B 、 C 的对边分别为 a 、 b 、 c , 且 $c = 2b$. 点 D 在 BC 上, 且 AD 为 $\angle BAC$ 的平分线, $AD = 1$.

(1) 若 $\angle BAC = 60^\circ$, 求 a ;

(2) 若 $\angle ADB = 120^\circ$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

19. 如图, 一个各项均为正数的数表中, 每一行从左至右均是等差数列, 每一列从上至下均是等比数列, 且公比相等, 记第 i 行第 j 列的数为 $a_{(i,j)}$.

1			...
	6		
		20	
...			

(1) 求 $a_{(4,4)}$;

(2) 记 $b_n = a_{(n,n)}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项的和 S_n .

20. 现有甲、乙两个盒子, 甲盒中有 3 个红球和 1 个白球, 乙盒中有 2 个红球和 2 个白球, 所有的球除颜色外都相同. 某人随机选择一个盒子, 并从中随机摸出 2 个球观察颜色后放回, 此过程为一次试验. 重复以上试验, 直到某次试验中摸出 2 个红球时, 停止试验.

(1) 求一次试验中摸出 2 个红球的概率;

(2) 在 3 次试验后恰好停止试验的条件下, 求累计摸到 2 个红球的概率.

21. 在直角坐标系 xOy 中, 点 P 到点 $F(\sqrt{3}, 0)$ 的距离与到直线 $l: x = \frac{4\sqrt{3}}{3}$ 的距离之比为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 记动点 P 的轨迹

为 W .

(1) 求 W 的方程;

(2) 过 W 上两点 A, B 作斜率均为 $-\frac{1}{2}$ 的两条直线, 与 W 的另两个交点分别为 C, D . 若直线 AB, CD 的斜率分别为 k_1, k_2 , 证明: $k_1 k_2$ 为定值.

22. 已知函数 $f(x) = a^x - \ln x - 2 (a > 0, a \neq 1)$.

(1) 若 $y = f(x)$ 在 $x = 1$ 处的切线在 y 轴上的截距为 -1 , 求 a ;

(2) 若 $f(x)$ 不是单调函数, 证明: $a > 1$, 且 $f(x) > \ln(\ln a)$.