绝密★启用前

数学试题

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。
4. 本试卷主要考试内容:高考全部内容。

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分. 在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $M=\{x|x>1\}$,$N=\{x|-1<3x-1<8\}$,则 $M\cap N=$

A. $(0,1)$　　B. $(1,3)$　　C. $(1,+\infty)$　　D. $(3,+\infty)$

2. 若数列$\{a_n\}$的通项公式为 $a_n=(-\frac{1}{2})^n$,则

A. 数列$\{a_n+a_{n+1}\}$是首项为$\frac{1}{4}$,公比为$\frac{1}{2}$的等比数列

B. 数列$\{a_n+a_{n+1}\}$是首项为$-\frac{1}{4}$,公比为$-\frac{1}{2}$的等比数列

C. 数列$\{a_n+a_{n+1}\}$是首项为$-\frac{1}{4}$,公比为$\frac{1}{2}$的等比数列

D. 数列$\{a_n+a_{n+1}\}$是首项为$-\frac{1}{2}$,公比为$-\frac{1}{2}$的等比数列

3. 已知复数 $z=\frac{10+5\mathrm{i}}{2-\mathrm{i}}$,则 $\mathrm{i}z$ 在复平面内对应的点位于

A. 第一象限　　B. 第二象限　　C. 第三象限　　D. 第四象限

4. $(2x-y)^5$ 的展开式中,x^2y^3 的系数为

A. -10　　B. 10　　C. -40　　D. 40

5. 牛皮鼓,又称堂鼓、喜庆鼓,多用于江南祠堂内婚嫁迎娶和迎新年等. 牛皮鼓的制作工艺考究,有数十道工序,包括处理牛皮、刨制鼓腔、蒙皮、拉皮、钉钉,每道工序都考验着手艺人的技艺和耐心. 如图所示的牛皮鼓的鼓面直径为 50 cm,鼓身高度为 60 cm,用平行于鼓面的平面截牛皮鼓,所得截面圆的最大直径为 60 cm,若将该牛皮鼓看成由两个相同的圆台拼接而成,忽略鼓面与鼓身的厚度,则该牛皮鼓的体积为

A. $22750\pi\ \mathrm{cm}^3$

B. $23750\pi\ \mathrm{cm}^3$

C. $45500\pi\ \mathrm{cm}^3$

D. $47500\pi\ \mathrm{cm}^3$

6. 若 $a=\log_3 6, b=2, c=\log_{0.25} 0.125$，则

A. $a>c>b$

B. $a>b>c$

C. $b>c>a$

D. $b>a>c$

7. 设曲线 $y=x^3-2x^2+1$ 在 $x=k$ 处的切线为 l，若 l 的倾斜角小于 $135°$，则 k 的取值范围是

A. $(-\infty,\frac{1}{3})\cup(1,+\infty)$

B. $(-\infty,0)\cup(\frac{1}{3},1)\cup(\frac{4}{3},+\infty)$

C. $(-\infty,\frac{1}{3})\cup[\frac{4}{3},+\infty)$

D. $(-\infty,0]\cup(\frac{1}{3},1)\cup[\frac{4}{3},+\infty)$

8. 已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1,F_2，点 P 在 C 上，且 $PF_1\perp F_1F_2$，直线 PF_2 与 C 交于另一点 Q，与 y 轴交于点 M，若 $\overrightarrow{MF_2}=2\overrightarrow{F_2Q}$，则 C 的离心率为

A. $\frac{3\sqrt{3}}{7}$

B. $\frac{4}{7}$

C. $\frac{\sqrt{7}}{3}$

D. $\frac{\sqrt{21}}{7}$

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

9. 若函数 $f(x)=\sin(x+\frac{\pi}{4})$，则

A. $f(x)$的最小正周期为 π

B. $f(x)$的图象关于直线 $x=\frac{5\pi}{4}$对称

C. $f(x)+f(-x)=\sqrt{2}\cos x$

D. $f(x)$的图象关于点$(-\frac{5\pi}{4},0)$对称

10. 有一组样本数据 $x_1,x_2,\cdots,x_6$，其中任何两个数都不相等，现在删去其中一个数据，得到一组新数据，则下列判断正确的是

A. 新数据的极差可能等于原数据的极差

B. 新数据的中位数可能等于原数据的中位数

C. 若新数据的平均数等于原数据的平均数，则新数据的方差大于原数据的方差

D. 若新数据的平均数等于原数据的平均数，则新数据的 20%分位数小于原数据的 20%分位数

11. 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$满足 $f(x+y)=xf(y)+yf(x)$，定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $g(x)$满足 $g(x+1)=(x+1)(x^2+2x)$，则

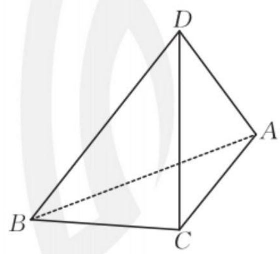
A. $f(x)$不是奇函数

B. $f(x)$既是奇函数又是偶函数

C. $g(x)$是奇函数

D. $g(x)$既不是奇函数又不是偶函数

12. 如图，在三棱锥 $D-ABC$ 中，平面 $ABC\perp$平面 ABD，$AB=AC=BC=BD=3$，$AD=2$，则



A. 三棱锥 $D-ABC$ 的体积为$\sqrt{6}$

B. 点 C 到直线 AD 的距离为$\frac{\sqrt{34}}{2}$

C. 二面角 $B-AD-C$ 的正切值为$\frac{3\sqrt{6}}{4}$

D. 三棱锥 $D-ABC$ 外接球的球心到平面 ABD 的距离为$\frac{\sqrt{3}}{2}$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 若双曲线的焦距为 6，实轴长为 2，则该双曲线的虚轴长为___▲___.

14. 在矩形 $ABCD$ 中，O 为对角线的交点，E 为 BC 上一点，且向量 $\overrightarrow{AE}$ 在向量 $\overrightarrow{AD}$ 上的投影向量为 $\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$，$\overrightarrow{OE}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AD}$，则 $\lambda-\mu=$___▲___.

15. 已知圆 M 与圆 O：$x^2+y^2=1$ 内切，且圆 M 与直线 $x=2$ 相切，则圆 M 的圆心的轨迹方程为___▲___.

16. 已知 $\theta\in(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2})$，则当 $\tan 2\theta-\tan\theta$ 取得最大值时，$\frac{\tan 2\theta}{\tan\theta}=$___▲___.

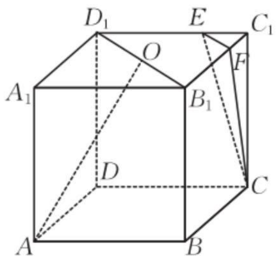
四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.（10 分）

如图，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，O 为 B_1D_1 的中点，$\overrightarrow{ED_1}=2\overrightarrow{C_1E}$，$\overrightarrow{FB_1}=2\overrightarrow{C_1F}$.

（1）证明：$B_1D_1\,/\!/$ 平面 CEF.

（2）求直线 AO 与平面 CEF 所成角的正弦值的平方.

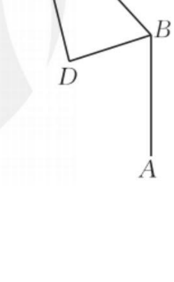


18.（12 分）

天门山，古称嵩梁山，位于湖南省张家界市永定区大庸中路 11 号，属武陵山脉向东进入洞庭湖平原的余脉. 为了测量天门山的海拔，某人站在海拔 600 米的点 A 处，他让无人机从点 A 起飞，垂直向上飞行 400 米到达点 B 处，测得天门山的最高点 C 处的仰角为 45°，他遥控无人机从点 B 处移动到点 D 处（BD 平行于地平面），已知 B 与 D 之间的距离为 518 米，从点 D 处测得天门山的最高点 C 处的仰角为 α（$\tan\alpha=2$）.

（1）设平面 β 过 BD 且平行于地平面，点 C 到平面 β 的距离为 h 米，求 BC 与 CD 的长（用 h 表示）；

（2）已知 $\cos\angle BCD=\frac{9\sqrt{10}}{40}$，求天门山的海拔.

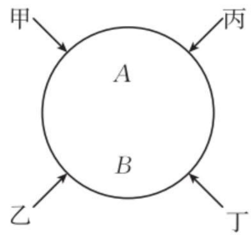


19.(12 分)

艾伦·麦席森·图灵提出的图灵测试,指测试者与被测试者在隔开的情况下,通过一些装置(如键盘)向被测试者随意提问.已知在某一轮图灵测试中有甲、乙、丙、丁 4 名测试者,每名测试者向一台机器(记为 A)和一个人(记为 B)各提出一个问题,并根据机器 A 和人的作答来判断谁是机器,若机器 A 能让至少一半的测试者产生误判,则机器 A 通过本轮的图灵测试.假设每名测试者提问相互独立,且甲、乙、丙、丁四人之间的提问互不相同,而每名测试者有 60%的可能性会向 A 和 B 问同一个题.当同一名测试者提出的两个问题相同时,机器 A 被误判的可能性为 10%,当同一名测试者提的两个问题不相同时,机器 A 被误判的可能性为 35%.

(1)当回答一名测试者的问题时,求机器 A 被误判的概率;

(2)按现有设置程序,求机器 A 通过本轮图灵测试的概率.



20.(12 分)

已知 S_n 为数列$\{a_n\}$的前 n 项和,$a_1=1$,$S_{n+1}+S_n=(n+1)^2$.

(1)证明:$a_{n+1}+a_n=2n+1$.

(2)求$\{a_n\}$的通项公式. 浙考神墙750

(3)若 $b_n=\frac{1-a_n}{2^{n+1}}$,求数列$\{b_n\}$的前 n 项和 T_n.

21.(12 分)

已知抛物线 $C:y^2=2px$ 经过点$(2,-2\sqrt{6})$,直线 $l_1:y=kx+m(km\neq 0)$与 C 交于 A,B 两点(异于坐标原点 O).

(1)若$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=0$,证明:直线 l_1 过定点.

(2)已知 $k=2$,直线 l_2 在直线 l_1 的右侧,$l_1 /\!/ l_2$,l_1 与 l_2 之间的距离 $d=\sqrt{5}$,l_2 交 C 于 M,N 两点,试问是否存在 m,使得$|MN|-|AB|=10$?若存在,求 m 的值;若不存在,说明理由.

22.(12 分)

已知函数 $f(x)=\cos ax+\frac{1}{2}x^2-1$.

(1)当 $a=1$ 时,求 $f(x)$的单调区间;

(2)若 $x=0$ 是 $f(x)$的极大值点,求 a 的取值范围.